Р. ШЕННОН

ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ — ИСКУССТВО И НАУКА


ИЗДАТЕЛЬСТВО
МИР


МГТУ
1830

SYSTEMS SIMULATION

the art
and science

Robert E. Shannon
University of Alabama in Huntsville
Huntsville, Alabama

Prentice-Hall, Inc.,
Englewood Cliffs, New Jersey, 1975

Р. ШЕННОН

ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ — ИСКУССТВО И НАУКА

Перевод с английского

под редакцией
Е. К. Масловского

ИЗДАТЕЛЬСТВО «МИР» МОСКВА 1978

УДК 51 : 303.115

Книга содержит систематическое изложение основных вопросов, связанных с построением моделей реальных систем, проведением экспериментов с моделями и управлением этими экспериментами. Автор ставит задачу научить искусству строить модели, подробно рассматривая принципы имитационного моделирования и анализируя основные ошибки, допускаемые при изучении систем с помощью моделей, при получении исходных данных и интерпретации результатов экспериментов.

Книга представляет интерес для специалистов, занимающихся прикладными исследованиями, и руководителей предприятий, где ведутся подобные исследования. Она также может служить учебным пособием для студентов технических вузов, специализирующихся в области инженерной кибернетики.

Редакция литературы по новой технике

Ш $\frac{30501\text{-}142}{041(01)\text{-}78}$ 142-78

Original English language edition published by Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs New Jersey USA Copyright © 1975 by Prentice-Hall, Inc., All Rights Reserved

© Перевод на русский язык, «Мир», 1978

ПРЕДИСЛОВИЕ РЕДАКТОРА ПЕРЕВОДА

Среди методов прикладного системного анализа имитационное моделирование является, пожалуй, самым мощным инструментом исследования сложных систем, управление которыми связано с принятием решений в условиях неопределенности. По сравнению с другими методами такое моделирование позволяет рассматривать большее число альтернатив, улучшать качество управленческих решений и точнее прогнозировать их последствия. Эффективность его значительно возросла с появлением мощных ЭВМ третьего поколения и развитием специальных языков программирования. Эти новые возможности открыли путь к блочному построению моделей и преодолению таких преград для широкого использования сложных имитационных моделей в процессах принятия решений, как их недостаточная гибкость и трудность отражения в них динамики и многоуровневой структуры управления.

Чтобы овладеть искусством имитационного эксперимента на новом этапе, мало одного лишь пассивного знания математических основ имитационного моделирования и умения разбираться в «книжных» моделях, сильно упрощающих реальные проблемы. Необходимо также знакомство с практическими аспектами предмета, методологией конструирования моделей, с возможными причинами успехов и неудач. Однако все эти вопросы до последнего времени освещались главным образом в периодической литературе. Отсутствие монографии, охватывающей все аспекты имитационного моделирования, затрудняло быстрое и экономное усвоение накопленного опыта.

Книга американского специалиста Роберта Шеннона восполняет этот пробел и является весьма своевременной и полезной. Ее главная цель — помочь исследователям и пользователям глубже понять пока еще плохо формализованные процессы разработки модели, ее реализации, а также интерпретации результатов моделирования, но в ней, естественно, отражена авторская точка зрения на методы научного познания применительно к частной задаче имитационного моделирования.

Можно сказать, что книга посвящена целиком именно той части имитационного эксперимента, которая представляет собой искусство, поскольку такие процессы, как отбор существенных

факторов для построения модели, введение упрощающих допущений и принятие правильных решений на основе моделей ограниченной точности, опираются в значительной мере на инженерную интуицию исследователя и практический опыт того или иного руководителя.

Напоминая о том, что имитационная модель в неумелых руках может привести к неверным выводам, автор рассматривает целый ряд критических моментов ее разработки и использования, указывает на скрытые здесь опасности и дает много полезных рекомендаций практического характера, в основе которых лежит вдумчивый анализ типичных ошибок исследователей. Значительное место в книге уделено также методам оптимального планирования дорогостоящих имитационных экспериментов в условиях неизбежных на практике ограничений по времени, а также вычислительным и прочим ресурсам.

Достоинство монографии — в системном подходе к изложению проблемы на всех этапах ее решения: от замысла до воплощения «в металле» и последующего совершенствования модели на основе анализа ее функционирования. Другая положительная черта книги — обсуждение в ней очень важных для крупномасштабных проектов вопросов, связанных с организацией исследований, управлением разработками и взаимоотношениями разработчика с заказчиком.

Если учесть, что наряду с большим числом учебных примеров и упражнений книга содержит весь необходимый справочный материал, то ее можно с полным правом рассматривать как методическое пособие по имитационному моделированию. В книге такого рода остро нуждаются разработчики автоматизированных систем управления, исследовательские коллективы промышленных предприятий, а также преподаватели вузов, готовящих специалистов по инженерной кибернетике, и можно надеяться, что она займет достойное место на их книжных полках.

Перевод книги выполнили Аронэ М. Н. (предисловие автора, гл. 1 и 2), Ершов А. А. (гл. 4—6), Тихонов В. К. (гл. 3, 7 и приложения).

Е. К. Масловский

ПРЕДИСЛОВИЕ АВТОРА

Имитационное моделирование — один из самых мощных инструментов анализа, которыми располагают люди, ответственные за разработку и функционирование сложных процессов и систем. Идея имитационного моделирования проста и в то же время интуитивно привлекательна. Она дает возможность пользователю экспериментировать с системами (существующими или предлагаемыми) в тех случаях, когда делать это на реальном объекте практически невозможно или нецелесообразно. Каждый инженер и администратор, если он хочет, чтобы его образование отвечало современным требованиям, должен быть знаком с этими методами моделирования. Поэтому данная книга предназначается для двух категорий читателей — для тех, кто должен разрабатывать имитационные модели, и тех, кто должен использовать результаты исследований, полученные на этих моделях.

Имитационное моделирование зиждется главным образом на теории вычислительных систем, математике, теории вероятностей и статистике. Но в то же время имитационное моделирование и экспериментирование во многом остаются интуитивными процессами. Отрасли знания, которые лежат в основе имитационного моделирования, хорошо освещены в других книгах; по этой причине автор не касается вопросов программирования на ЭВМ или статистики. Детальный анализ этих аспектов мы оставляем другим и попытаемся здесь осветить процесс создания модели, экспериментирования с ней и анализа результатов. Поскольку этот еще недостаточно понятый процесс является в такой же мере искусством, как и наукой, мы предлагаем всего лишь несколько жестких правил или установленных принципов. Мы можем лишь ознакомить читателя с критическими проблемами в этой области, указать некоторые пути их решения и предупредить его о возможных опасностях. Это не удовлетворит тех читателей, которые верят, что существует точный и правильный способ решения какой угодно проблемы, и желают о нем услышать. Но любой человек, который когда-либо применял в своей работе имитационное моделирование, согласится, что освещенные здесь вопросы являются весьма жизненными и позволяют четко отделить направления, ведущие к успеху, от ошибочных.

Подобно всем мощным средствам, существенно зависящим от искусства их применения, имитационное моделирование способно дать либо очень хорошие, либо очень плохие результаты. Оно может либо пролить свет на решение проблемы, либо ввести в заблуждение. Поэтому важно, чтобы руководитель или тот, кто принимает решения и будет пользоваться результатами моделирования, представлял себе смысл вводимых допущений, сильные и слабые стороны метода, его преимущества и тонкости. Мы считаем, что единственный путь, позволяющий руководителю разумно использовать преимущества любого количественного метода и исключающий возможность разочарования или катастрофических результатов, требует понимания существа лежащих в основе этого метода предпосылок и его физического смысла. Руководителю нет надобности участвовать в проектировании, программировании и даже работе с моделью. Но он должен понимать, как она функционирует, иначе он с самого начала будет вынужден воспринимать ее как некий магический ящик и окажется полностью во власти исследователя.

Эта книга призвана служить учебным пособием для изучения в течение трех семестров курса имитационного моделирования в рамках учебных программ по инженерным дисциплинам, теории управления, теории вычислительных систем и административному руководству. Предполагается, что читатель знаком с математической статистикой и основами программирования на ЭВМ. Задачи и упражнения, которые могут использоваться по усмотрению преподавателя, даны в конце глав. Студентам с хорошей подготовкой по статистике и программированию рекомендуется сосредоточить свое внимание на решении реальных задач или на выполнении курсового проекта. Подлинное умение пользоваться техникой имитационного моделирования можно приобрести лишь на опыте.

Мне представляется, что данная книга существенно отличается от других пособий в данной области, и это отличие заключается в следующем:

1. Ее могут использовать студенты с различной подготовкой в математике, теории вероятностей, статистике и программировании. Упражнения подобраны так, что преподаватель может выбирать домашние задания в соответствии с уровнем знаний студента. Таким образом, книга должна оказаться полезной гораздо более широкому кругу читателей.

2. В книге не уделяется много места вопросам, которые уже освещены в других многочисленных изданиях. Списки рекомендуемой литературы составлены так, что читатель может найти все нужные подробности в первоисточниках.

3. Основной упор делается на вопросы, связанные с искусством моделирования, а не на детальный анализ существующих моделей. Примеры существующих моделей даны в приложении.

4. Обсуждаются проблемы управления научными исследованиями и приемлемости их результатов для пользователя. Эти аспекты имитационного моделирования полностью игнорируются в других книгах по моделированию.

В гл. 1 излагается общая теория моделирования и дается обзор методов имитационного моделирования. В гл. 2 описываются некоторые методы, полезные при анализе исследуемых систем и построении моделей. Предлагаются методы определения конкретных значений параметров и установления форм взаимодействия между компонентами моделей. В гл. 3 описываются языки программирования и способы выбора среди них языка, наиболее подходящего для конкретной задачи. В гл. 4 делается попытка познакомить читателя с терминологией и концепциями планирования экспериментов, что облегчит ему чтение в случае необходимости специальной литературы. В гл. 5 излагаются некоторые задачи и «ловушки», встречающиеся при проведении и анализе экспериментов. В гл. 6 обсуждается важная проблема оценки адекватности модели объекту и правильности выводов, полученных из экспериментов; это сделано как с теоретической, так и с практической точек зрения. Наконец, в заключительной главе (гл. 7) рассматриваются проблемы руководства научными исследованиями и передачи их результатов пользователю.

В отличие от большинства книг по имитационному моделированию в этой книге нет многочисленных примеров моделей, которые приводились бы по ходу изложения. Хотя некоторые вопросы и могут быть изучены на моделях, разработанных другими, по моему мнению, этот подход имеет ограниченную методическую ценность. Дело в том, что не всегда изучение моделей эквивалентно обучению моделированию. По этой причине типовые модели сгруппированы в приложении А, в котором описаны шесть известных моделей.

Методы генерирования с помощью ЭВМ псевдослучайных чисел и стохастических вариационных рядов освещены во многих книгах и статьях в технических журналах. Кроме того, большая часть ЭВМ содержит соответствующие подпрограммы в составе своих библиотек. Поэтому мы специально их не рассматривали, а лишь поместили в приложении в качестве вспомогательных средств для проведения вычислений в случае, если под руками нет соответствующих машинных программ.

Наконец, я полагаю, что одна из наиболее серьезных трудностей, с которыми сталкиваются руководители при попытке понять количественные методы, — это семантическая проблема. Ученые, разрабатывающие теорию управления и исследования операций, выработали свой лексикон. Однако, облегчая общение между спе-

циалистами, он становится труднопреодолимым барьером при попытках общения специалистов с руководителями. Поэтому мы старались дать читателю определения возможно большего числа терминов, соответствующих каждому понятию.

Я хотел бы выразить признательность многим людям и организациям, которые способствовали завершению данной работы. В особенности я хотел бы выразить свою признательность за оказанные мне помощь и поддержку сотрудникам Алабамского университета в Хантсвилле д-ру Дж. Хоомани, ректору Высшей школы науки и техники д-ру Р. А. Брауну, заведующему кафедрой промышленного оборудования и системотехники и моему коллеге д-ру Р. М. Вискиду. Я особенно благодарен д-ру Дж. Т. Одену из Техасского университета в Остине, чей пример и одобрение воодушевляли меня в тяжелые минуты. Весьма полезными были также замечания и предложения д-ра Дж. Майза из Оклахомского университета, д-ра М. К. Стара из Колумбийского университета и д-ра Р. Черниковски из Рочестерского технологического института. Многолетняя поддержка, которую в рамках договорных отношений оказывала нам Лаборатория исследований и разработок ракетного командования Армии США под руководством д-ра Дж. Л. Макдэниэли, позволила нам приобрести опыт и материал, сделавшие возможным появление этой книги. Я благодарю также г-жу Монро, много раз перепечатывавшую рукопись, и г-жу Дж. Дювалл, вносившую поправки. Наконец, я должен выразить свою особую признательность некоторым моим студентам, в том числе У. Д. Уиплу и П. Р. Одому, которые внесли существенный вклад в содержание гл. 3 и 4 соответственно, а также Дж. Доннелли, отредактировавшему первый вариант рукописи и составившему решения учебных задач.

Я хотел бы посвятить эту книгу своей прекрасной жене Марион, чья вера в меня и моральная поддержка помогли мне осуществить задуманное, а также моим детям Келли и Тедди.

Роберт Ю. Шеннон

Хантсвилл, Алабама

ГЛАВА 1

ОСНОВЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

«Когда я употребляю слово, — сказал Шалтай-Болтай довольно презрительно, — то оно означает именно то, что я думаю, — ни больше, ни меньше».
«Вопрос в том, — сказала Алиса, — можете ли Вы заставить слово выражать так много разных вещей».
«Вопрос в том, — сказал Шалтай-Болтай, — какая среди них главная — вот и все».

Льюис Кэррол

1.1. Имитационное моделирование

Управление в современном мире становится все более трудным делом, поскольку организационная структура нашего общества усложняется. Эта сложность объясняется характером взаимоотношений между различными элементами наших организаций и физическими системами, с которыми они взаимодействуют. Хотя эта сложность существовала давно, мы только сейчас начинаем понимать ее значение. Теперь мы сознаем, что изменение одной из характеристик системы может легко привести к изменениям или создать потребность в изменениях в других частях системы; в связи с этим получила развитие методология *системного анализа*[1], которая была призвана помочь руководителям и инженерам изучать и осмысливать последствия таких изменений. В частности, с появлением электронных вычислительных машин одним из наиболее важных и полезных орудий анализа структуры сложных процессов и систем стало имитационное моделирование. *Имитировать*, согласно *словарю Вебстера*[2], значит «вообразить, постичь суть явления, не прибегая к экспериментам на реальном объекте» .

По существу, каждая модель или представление вещи есть форма имитации. Имитационное моделирование является весьма широким и недостаточно четко определенным понятием, имеющим очень большое значение для лиц, ответственных за проектирование и функционирование систем. Рискуя заслужить обвинение в

[1] «Исследование операций» и «теория управления» — термины, родственные «системному анализу» и часто используемые в одинаковом с ним смысле.
[2] Webster's New Collegiate Dictionary.

чрезмерном самомнении, мы воздержимся от анализа различных определений этого понятия другими авторами и остановимся на своем собственном. *Имитационное моделирование есть процесс конструирования модели реальной системы и постановки экспериментов на этой модели с целью либо понять поведение системы, либо оценить (в рамках ограничений, накладываемых некоторым критерием или совокупностью критериев) различные стратегии, обеспечивающие функционирование данной системы.* Таким образом, процесс имитационного моделирования мы понимаем как процесс, включающий и конструирование модели, и аналитическое применение модели для изучения некоторой проблемы. Под *моделью* реальной системы мы понимаем представление группы объектов или идей в некоторой форме, отличной от их реального воплощения; отсюда термин «реальный» используется в смысле «существующий или способный принять одну из форм существования». Следовательно, системы, существующие еще только на бумаге или находящиеся в стадии планирования, могут моделироваться так же, как и действующие системы.

Многие авторы употребляют термин «имитационное моделирование» в гораздо более узком смысле, чем тот, который определен выше. Согласно нашему определению, термин «имитационное моделирование» может также охватывать стохастические модели и эксперименты с использованием метода Монте-Карло. Иными словами, входы модели и (или) функциональные соотношения между различными ее компонентами могут содержать, а могут и не содержать элемент случайности, подчиняющийся вероятностным законам. Более того, мы не ограничиваем наше определение имитационного моделирования лишь экспериментами, проводимыми с помощью машинных моделей. Много полезных видов имитационного моделирования может быть осуществлено и осуществляется всего лишь при помощи листа бумаги и пера или при помощи настольного вычислителя. Имитационное моделирование является поэтому экспериментальной и прикладной методологией, имеющей целью:

— описать поведение систем;
— построить теории и гипотезы, которые могут объяснить наблюдаемое поведение;
— использовать эти теории для предсказания будущего поведения системы, т. е. тех воздействий, которые могут быть вызваны изменениями в системе или изменениями способов ее функционирования.

В отличие от большинства технических методов, которые могут быть классифицированы в соответствии с научными дисциплинами, в которые они уходят своими корнями (например, с физикой или химией), имитационное моделирование применимо в любой отрасли науки. Имитационное моделирование, как мы теперь знаем, получило первоначальный толчок в ходе реализации авиакосмических программ, но даже выборочный обзор литературы показывает, сколь обширна сфера применений моделирования. Так, например, написаны книги по применению имитационного моделирования в коммерческой деятельности [12, 22, 25], экономике [24, 26], маркетинге [2, 21], в системе образования [3], политике [7], обществоведении [8, 13], науке о поведении [17, 30], международных отношениях [14, 15], на транспорте [18], в кадровой политике, в области соблюдения законности, в исследовании проблем городов и глобальных систем, а также во многих других областях. Кроме того, бесчисленное множество технических статей, отчетов, диссертаций в общественной, экономической, технической и практически любой другой сфере человеческой деятельности свидетельствуют о росте использования и распространении влияния имитационного моделирования почти на все стороны нашей жизни.

1.2. Пример имитационного моделирования

Прежде чем двинуться дальше, нам, пожалуй, полезно будет разобрать очень простой пример, который позволяет уяснить существо идеи имитационного моделирования. Рассмотрим, например, очередь покупателей к контрольному прилавку небольшого магазина подарков (так называемая однолинейная система массового обслуживания). Предположим, что промежутки времени между последовательными появлениями покупателей распределяются равномерно в интервале от 1 до 10 мин (для простоты мы округляем время до ближайшего целого числа минут). Предположим далее, что время, необходимое для обслуживания каждого покупателя, распределяется равномерно в интервале от 1 до 6 мин. Нас интересует среднее время, которое покупатель проводит в данной системе (включая и ожидание, и обслуживание), и процент времени, в течение которого продавец, стоящий на контроле, не загружен работой.

Для моделирования системы нам необходимо поставить искусственный эксперимент, отражающий основные условия ситуации. Для этого мы должны придумать способ имитации искусственной последовательности прибытий покупателей и времени, необходимого для обслуживания каждого из них. Один из способов, который мы могли бы применить, состоит в том, чтобы одолжить у кого-либо из друзей, играющих в покер, десять фишек и один кубик. Вслед за этим мы могли бы пронумеровать фишки с числами 1 по 10, положить их в шляпу и, встряхивая ее, перемешать фишки. Вытягивая фишку из шляпы и считывая выпавшее число, мы могли бы таким путем представить промежутки времени между появлением предыдущего и последующего покупателей. Бросая наш кубик и считывая с его верхней грани число очков, мы мог-

Таблица 1.1

Имитационное моделирование работы контрольного прилавка

Покупатель	Время после прибытия предыдущего покупателя, мин	Время обслуживания, мин	Текущее модельное время в моменты прибытия покупателей	Начало обслуживания	Конец обслуживания	Время пребывания покупателя у прилавка, мин	Время простоя продавца в ожидании покупателя, мин
1	—	1	0,00	0,00	0,01	1	0
2	3	4	0,03	0,03	0,07	4	2
3	7	4	0,10	0,10	0,14	4	3
4	3	2	0,13	0,14	0,16	3	0
5	9	1	0,22	0,22	0,23	1	6
6	10	5	0,32	0,32	0,37	5	9
7	6	4	0,38	0,38	0,42	4	1
8	8	6	0,46	0,46	0,52	6	4
9	8	1	0,54	0,54	0,55	1	2
10	8	3	1,02	1,02	1,05	3	7
11	7	5	1,09	1,09	1,14	5	4
12	3	5	1,12	1,14	1,19	7	0
13	8	3	1,20	1,20	1,23	3	1
14	4	6	1,24	1,24	1,30	6	1
15	4	1	1,28	1,30	1,31	3	0
16	7	1	1,35	1,35	1,36	1	4
17	1	6	1,36	1,36	1,42	6	0
18	6	1	1,42	1,42	1,43	1	0
19	7	2	1,49	1,49	1,51	2	6
20	6	2	1,55	1,55	1,57	2	5
					Всего	68	55

Среднее время пребывания покупателя у прилавка $= \frac{68}{20} = 3{,}40$ мин

Процент непроизводительного времени продавца $= \frac{55}{117} \cdot 100 = 47\%$

ли бы такими числами представить время обслуживания каждого покупателя. Повторяя эти операции в указанной последовательности (возвращая каждый раз фишки обратно и встряхивая шляпу перед каждым вытягиванием), мы могли бы получить временные ряды, представляющие промежутки времени между последовательными прибытиями покупателей и соответствующие им времена обслуживания. Наша задача затем сведется к простой регистрации результатов эксперимента. Таблица 1.1 показывает, какие, например, результаты можно получить в случае анализа прибытия 20 покупателей.

Очевидно, для получения статистической значимости результатов мы должны были взять гораздо большую выборку, кроме того, мы не учли некоторые важные обстоятельства, такие, например, как начальные условия (это будет обсуждаться позднее). Важным моментом является и то, что для генерирования случайных чисел мы применили два приспособления (пронумерованные покерные фишки и кубик); это было сделано с целью осуществить искусственный (имитационный) эксперимент с системой, позволяющий выявить определенные черты ее поведения.

1.3. Определение понятия «модель»

Модель является представлением объекта, системы или понятия (идеи) в некоторой форме, отличной от формы их реального существования. Модель служит обычно средством, помогающим нам в объяснении, понимании или совершенствовании системы. Модель какого-либо объекта может быть или точной копией этого объекта (хотя и выполненной из другого материала и в другом масштабе), или отображать некоторые характерные свойства объекта в абстрактной форме. Вследствие того что имитация является лишь одним из видов моделирования, хотя и очень важным, мы подготовим почву для его последующего обсуждения, рассмотрев вначале моделирование в его общей форме.

Обычно считается, что модель — это используемый для предсказания и сравнения инструмент, позволяющий логическим путем спрогнозировать последствия альтернативных действий и достаточно уверенно указать, какому из них отдать предпочтение. Хотя такое использование моделей имеет важное значение, оно ни в коей мере не исчерпывает целей моделирования. Как мы увидим из следующих разделов, построение моделей дает в руки различных специалистов и руководителей, принимающих решения, метод, повышающий эффективность их суждений и интуиции. В определенных рамках модель может служить также эффективным средством общения и осмысления действительности.

Многие люди думают, что использование моделей началось недавно. Однако само по себе моделирование не ново — формирование понятия моделирования и разработка моделей играли жизненно важную роль в духовной деятельности человечества с тех пор, как оно стало стремиться к пониманию и изменению окружающей среды. Люди всегда использовали концепцию модели, пытаясь представить и выразить с ее помощью абстрактные идеи и реальные объекты. Моделирование охватывает широкий диапазон актов человеческого общения — от наскальной живописи и сооружения идолов до составления систем сложных математических

уравнений, описывающих полет ракеты в космическом пространстве. По существу, прогресс и история науки и техники нашли свое наиболее точное выражение в развитии способности человека создавать модели естественных явлений, понятий и объектов.

Почти все без исключения авторы, пишущие о науке, утверждают, что одним из главных элементов, необходимых для эффективного решения сложных задач, является построение и соответствующее использование модели. Такая модель может принимать разнообразные формы, но одна из наиболее полезных и определенно наиболее употребительных форм — это математическая, выражающая посредством системы уравнений существенные черты изучаемых реальных систем или явлений. К сожалению, не всегда возможно создать математическую модель в узком значении этого слова. При изучении большинства промышленных и военных систем мы можем определить цели, указать ограничения и предусмотреть, чтобы наша конструкция подчинялась техническим и (или) экономическим законам. При этом могут быть вскрыты и представлены в той или иной математической форме существенные связи в системе. В отличие от этого решение проблем защиты от загрязнения воздушной среды, предотвращения преступлений, здравоохранения и роста городов связано с неясными и противоречивыми целями, а также с выбором альтернатив, диктуемых политическими и социальными факторами. Следовательно, наше определение модели должно включать в себя как количественные, так и качественные характеристики модели.

1.4. Функции моделей

Идея представления некоторого объекта, системы или понятия при помощи модели носит столь общий характер, что дать полную классификацию всех функций модели затруднительно. Эльмараби [9] различает по крайней мере пять узаконенных и ставших привычными случаев применения моделей в качестве:

— средства осмысления действительности,
— средства общения,
— средства обучения и тренажа,
— инструмента прогнозирования,
— средства постановки экспериментов.

Полезность модели как средства осмысления реальных связей и закономерностей очевидна. Модели могут помочь нам упорядочить наши нечеткие или противоречивые понятия и несообразности. Например, представление работ по проектированию сложных систем в виде сетевой модели ПЕРТ побуждает нас продумать, какие шаги и в какой последовательности необходимо предпринимать. Такая модель помогает нам выявить взаимозависимости, необходимые мероприятия, временные соотношения, требуемые

ресурсы и т. п. Уже сама попытка представить наши словесные формулировки и мысли в какой-то иной форме часто выявляет противоречия и неясности. Правильно построенная модель вынуждает нас организовать наши замыслы, оценить и проверить их обоснованность.

Как средство общения хорошо продуманная модель не имеет себе равных. Эту функцию моделей как нельзя лучше подтверждает пословица: «Лучше один раз увидеть, чем сто раз услышать». Все языки, в основе которых лежит слово, в той или иной мере оказываются неточными, когда дело доходит до сложных понятий и описаний. Правильно построенные модели могут помочь нам устранить эти неточности, предоставляя в наше распоряжение более действенные, более успешные способы общения. Преимущество модели перед словесными описаниями — в сжатости и точности представления заданной ситуации. Модель делает более понятной общую структуру исследуемого объекта и вскрывает важные причинно-следственные связи.

Модели применялись и продолжают широко применяться в качестве средств профессиональной подготовки и обучения. Психологи давно признали важность обучения человека профессиональному мастерству в условиях, когда у него нет к этому сильных побудительных мотивов. Если человек практикуется в чем-то, то на него не должно оказываться давление. Критическая ситуация возникает здесь при выборе неподходящего времени и места обучения человека новым профессиональным приемам. Поэтому модели часто применяются как превосходное средство обучения лиц, которые должны уметь справляться с всевозможными случайностями до возникновения реальной критической ситуации. Большинство читателей уже знакомо с такими применениями моделей, как натурные макеты или модели космических кораблей, используемые для тренировки космонавтов, тренажеры для обучения водителей автомашин и деловые игры для обучения административного персонала фирм.

Вероятно, одним из наиболее важных применений моделей и в практическом, и в историческом аспектах является прогнозирование поведения моделируемых объектов. Строить ультразвуковой реактивный самолет для определения его летных характеристик экономически нецелесообразно, однако они могут быть предсказаны средствами моделирования. При полете космического корабля «Аполлон-13» имитационное моделирование было применено для анализа чрезвычайных мер до того, как были даны команды на их осуществление; эти меры дали возможность космонавтам возвратиться на Землю невредимыми после взрыва баллона с кислородом. Большинство моделей, которых мы касаемся в этой книге, суть средства прогнозирования.

Наконец, применение моделей позволяет проводить контролируемые эксперименты в ситуациях, где экспериментирование на реальных объектах было бы практически невозможным или экономически нецелесообразным. Непосредственное экспериментирование с системой обычно состоит в варьировании ее некоторых параметров; при этом, поддерживая все остальные параметры неизменными, наблюдают результаты эксперимента. Для большинства систем, с которыми приходится иметь дело исследователю, это или практически недоступно, или слишком дорого, или и то и другое вместе. Когда ставить эксперимент на реальной системе слишком дорого и (или) невозможно, зачастую может быть построена модель, на которой необходимые эксперименты могут быть проведены с относительной легкостью и недорого. При экспериментировании с моделью сложной системы мы часто можем больше узнать о ее внутренних взаимодействующих факторах, чем могли бы узнать, манипулируя с реальной системой; это становится возможным благодаря измеряемости структурных элементов модели, благодаря тому, что мы можем контролировать ее поведение, легко изменять ее параметры и т. п.

Мы можем резюмировать сказанное выше, заметив, что все эти применения моделей образуют дихотомию. Иными словами, модель может служить для достижения одной из двух основных целей: либо *описательной*, если модель служит для объяснения и (или) лучшего понимания объекта, либо *предписывающей*, когда модель позволяет предсказать и (или) воспроизвести характеристики объекта, определяющие его поведение. Модель предписывающего типа обычно является и описательной, но не наоборот. Это означает, что предписывающая модель почти всегда является описательной по отношению к моделируемому объекту, но описательная модель не всегда полезна для целей планирования и проектирования. Вероятно, в этом кроется одна из причин, почему экономические модели (в которых обнаруживается тенденция к описательности) оказали небольшое воздействие на управление экономическими системами и мало применялись в качестве вспомогательного средства управления на высшем уровне, в то время как модели исследования операций, по общему признанию, оказали значительное воздействие на эти сферы.

Д. У. Форрестер [11] дает блестящий анализ разных моделей, применяемых в естественных науках, технике и социальных науках. Он отмечает, что ученые-естественники стремились моделировать естественные явления и делали это с большим успехом, тогда как инженеры и ученые, занимавшиеся социальными науками, моделировали системы, структуру которых определяет сам человек. Форрестер считает, что различная степень полезности моделей, применяемых в технике и в социальных науках, в значительной мере зависит от методов и средств, которые использовались при построении моделей, и различий в конечных целях, которые при этом ставились. В технике модели служат в качестве вспомогательных средств при разработке новых или более совершенных систем, в то время как в социальных науках модели объясняют существующие системы. Модель, пригодная для целей разработки системы, должна также и объяснять ее, но очевидно, что модели, создаваемые исключительно для объяснения, часто не соответствуют даже своему прямому назначению.

1.5. Классификация моделей

Модели вообще и имитационные модели в частности можно классифицировать различными способами. К сожалению, ни один из них не является полностью удовлетворительным, хотя каждый служит определенной цели. Укажем некоторые типовые группы моделей, которые могут быть положены в основу системы классификации:

— статические (например, поперечный разрез объекта) и динамические (временные ряды);
— детерминистские и стохастические;
— дискретные и непрерывные;
— натурные, аналоговые, символические.

Следуя предложению А. Дж. Роува [27], удобно представлять себе имитационные модели в виде непрерывного спектра, простирающегося от точных моделей или макетов реальных объектов до совершенно абстрактных математических моделей (рис. 1.1). Модели, находящиеся в начале спектра, часто называются физическими или *натурными*, потому что они внешне напоминают изучаемую систему. В течение многих лет инженеры использовали для проведения испытаний макеты в натуральную величину или уменьшенные модели объектов, выполненные в определенном масштабе. Вооруженные силы США, НАСА и коммерческие авиалинии также использовали полномасштабные макеты в учебных целях. Статические физические модели, такие, например, как модели архитектурных объектов или макеты расположения заводских сооружений, помогают нам наглядно представить себе пространственные соотношения. Примером динамической физической модели может служить модель опытного завода (в уменьшенном масштабе), предназначенная для изучения нового химического процесса до перехода к рассчитанному на полную мощность производству, или модель самолета в уменьшенном масштабе, которая испытывается в аэродинамической трубе для оценки динамической устойчивости. Отличительной особенностью физической модели является то, что она в некотором смысле «выглядит» подобно моделируемому объекту. Физические модели могут иметь вид полномасштабных макетов (например, тренажеры), выпол-

няться в уменьшенном масштабе (например, модель солнечной системы) или в увеличенном масштабе (такие, как модель атома). Они могут быть также двумерными и трехмерными. Их можно использовать для демонстрационных целей (например, глобус) или для проведения косвенных экспериментов. Градуированные шаблоны, применяемые при изучении планировки заводских сооружений, являются примером двумерной физической модели в

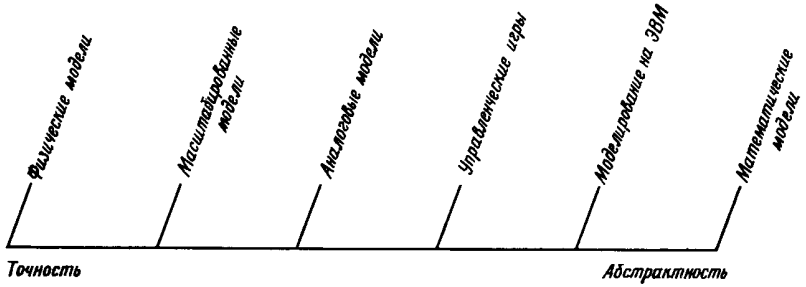


Рис. 1.1.

уменьшенном масштабе, используемой для целей экспериментирования.

Аналоговыми моделями являются модели, в которых свойство реального объекта представляется некоторым другим свойством аналогичного по поведению объекта. Задача иногда решается путем замены одного свойства другим, после чего полученные результаты надо истолковывать применительно к исходным свойствам объекта. Аналоговая ЭВМ, в которой изменение напряжения в сети определенной конфигурации может отображать поток товаров в некоторой системе, является превосходным примером аналоговой имитационной модели. Другим примером может служить логарифмическая линейка, в которой количественные характеристики некоторого объекта представлены отрезками шкалы в логарифмическом масштабе.

График представляет собой аналоговую модель другого типа; здесь расстояние отображает такие характеристики объекта, как время, срок службы, количество единиц и т. д. График может также показывать соотношение между различными количественными характеристиками и может предсказывать, как будут изменяться некоторые величины при изменении других величин. Так, например, график на рис. 1.2 показывает, как издержки изготовления определенного изделия могут зависеть от объема производства. Из этого графика видно, как именно издержки связаны с объемом производства, и мы поэтому можем предсказать, что произойдет с издержками, если мы будем увеличивать или умень-

шать объем производства. Для некоторых относительно простых случаев график действительно может служить средством решения поставленной задачи. Из графика рис. 1.2 можно получить кривую изменения предельной себестоимости изделия.

Если задача состоит в определении оптимального объема производства при данной цене (т. е. объема производства, который обеспечивает получение максимальной чистой прибыли), то мы решаем эту задачу путем построения на том же графике кривой

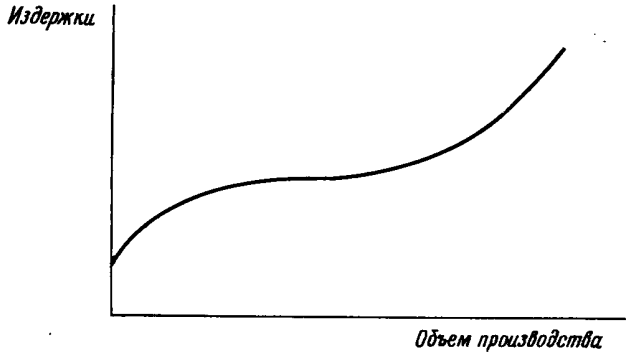


Рис. 1.2. Кривая производственных затрат.

изменения цены одного изделия. Оптимальный объем будет соответствовать точке, где кривая цены и кривая предельной себестоимости пересекаются. Графические решения возможны также для определенных задач линейного программирования, а также для игровых задач. Иногда графики используются совместно с математическими моделями, причем одна из этих моделей дает исходную информацию для другой.

Отличающиеся от графиков модели, которые представляют собой различного рода схемы, также являются полезными аналоговыми моделями; обычным примером такого рода схем может служить структурная схема какой-либо организации. Соединенные линиями «квадратики» в такой схеме отражают взаимоподчинение между членами организации ко времени составления схемы, а также каналы информационного обмена между ними. Как мы увидим в гл. 2, в системных исследованиях также широко применяются схемы технологических процессов, в которых такие разнообразные события, как операции, задержки, проверки, образующиеся запасы и т. д., представлены отображающими движение линиями и символами.

По мере нашего продвижения по спектру моделей мы достигнем тех из них, где во взаимодействие вступают люди и машин-

ные компоненты. Такое моделирование часто называется играми (управленческими, военными, планировочными). Поскольку процессы принятия решений управленческим звеном или командным составом армии моделировать трудно, мы часто считаем целесообразным отказаться от подобной попытки. В так называемых управленческих (деловых) играх человек взаимодействует с информацией, поступающей с выхода вычислительной машины (которая моделирует все другие свойства системы), и принимает решения на основе полученной информации. Решения человека затем снова вводятся в машину в качестве входной информации, которая используется системой. Продолжая этот процесс дальше, мы приходим к полностью машинному моделированию, которое обычно и понимается под термином «моделирование». Вычислительная машина может быть компонентом всех имитационных моделей рассмотренной части спектра, хотя это и не обязательно.

К символическим, или математическим, моделям относятся те, в которых для представления процесса или системы используются символы, а не физические устройства. Обычным примером представления систем в этом случае можно считать системы дифференциальных уравнений. Поскольку последние представляют собой наиболее абстрактные и, следовательно, наиболее общие модели, математические модели находят широкое применение в системных исследованиях. Однако применение математических моделей таит в себе весьма реальные опасности и ловушки. Символическая модель является всегда абстрактной идеализацией задачи, и, если хотят, чтобы эта модель позволяла решить задачу, необходимы некоторые упрощающие предположения. Поэтому особое внимание должно быть обращено на то, чтобы модель служила действительным представлением данной задачи. Ниже об этом будет сказано более подробно.

При моделировании сложной системы исследователь обычно вынужден использовать совокупность нескольких моделей из числа разновидностей, упомянутых выше. Любая система или подсистема может быть представлена различными способами, которые значительно отличаются друг от друга по сложности и детализации. В большинстве случаев в результате системных исследований появляются несколько различных моделей одной и той же системы. Но обычно по мере того, как исследователь глубже анализирует и лучше понимает проблему, простые модели заменяются все более сложными.

1.6. Достоинства и недостатки имитационного моделирования

Все имитационные модели представляют собой модели типа так называемого черного ящика. Это означает, что они обеспечивают выдачу выходного сигнала системы, если на ее взаимодействующие подсистемы поступает входной сигнал. Поэтому для получения необходимой информации или результатов необходимо осуществлять «прогон» имитационных моделей, а не «решать» их. Имитационные модели не способны формировать свое собственное решение в том виде, в каком это имеет место в аналитических моделях, а могут лишь служить в качестве средства для анализа поведения системы в условиях, которые определяются экспериментатором. Следовательно, имитационное моделирование — не теория, а методология решения проблем. Более того, имитационное моделирование является только одним из нескольких имеющихся в распоряжении системного аналитика важнейших методов решения проблем. Поскольку необходимо и желательно приспосабливать средство или метод к решению задачи, а не наоборот, то возникает естественный вопрос: в каких случаях имитационное моделирование полезно?

Мы определили имитационное моделирование как экспериментирование с моделью реальной системы. Необходимость решения задачи путем экспериментирования становится очевидной, когда возникает потребность получить о системе специфическую информацию, которую нельзя найти в известных источниках. Бэриш [4] указывает, что непосредственное экспериментирование на реальной системе устраняет много затруднений, если необходимо обеспечить соответствие между моделью и реальными условиями; однако недостатки такого экспериментирования иногда весьма значительны, поскольку:

1. Оно может нарушить установленный порядок работы фирмы.
2. Если составной частью системы *являются люди*, то на результаты экспериментов может повлиять так называемый хауторнский эффект, проявляющийся в том, что люди, чувствуя, что за ними наблюдают, могут изменить свое поведение.
3. Может оказаться сложным поддержание одних и тех же рабочих условий при каждом повторении эксперимента или в течение всего времени проведения серии экспериментов.
4. Для получения одной и той же величины выборки (и, следовательно, статистической значимости результатов экспериментирования) могут потребоваться чрезмерные затраты времени и средств.
5. При экспериментировании с реальными системами может оказаться невозможным исследование множества альтернативных вариантов.

По этим причинам исследователь должен рассмотреть целесообразность применения имитационного моделирования при наличии любого из следующих условий:

1. Не существует законченной математической постановки данной задачи, либо еще не разработаны аналитические методы решения сформулированной математической модели. К этой катего-

рии относятся многие модели массового обслуживания, связанные с рассмотрением очередей.

2. Аналитические методы имеются, но математические процедуры столь сложны и трудоемки, что имитационное моделирование дает более простой способ решения задачи.

3. Аналитические решения существуют, но их реализация невозможна вследствие недостаточной математической подготовки имеющегося персонала. В этом случае следует сопоставить затраты на проектирование, испытания и работу на имитационной модели с затратами, связанными с приглашением специалистов со стороны.

4. Кроме оценки определенных параметров, желательно осуществить на имитационной модели наблюдение за ходом процесса в течение определенного периода.

5. Имитационное моделирование может оказаться единственной возможностью вследствие трудностей постановки экспериментов и наблюдения явлений в реальных условиях; соответствующим примером может служить изучение поведения космических кораблей в условиях межпланетных полетов.

6. Для долговременного действия систем или процессов может понадобиться сжатие временно́й шкалы. Имитационное моделирование дает возможность полностью контролировать время изучаемого процесса, поскольку явление может быть замедлено или ускоренно по желанию. К этой категории относятся, например, исследования проблем упадка городов.

Дополнительным преимуществом имитационного моделирования можно считать широчайшие возможности его применения в сфере образования и профессиональной подготовки. Разработка и использование имитационной модели позволяют экспериментатору видеть и «разыгрывать» на модели реальные процессы и ситуации. Это в свою очередь должно в значительной мере помочь ему понять и прочувствовать проблему, что стимулирует процесс поиска нововведений.

В одной из редких статей, затрагивающих этот аспект имитационного моделирования, Маккини [20] пишет:

«Когда руководитель достигает подлинного понимания проблемы и начинает свободно управлять своей моделью, он обретает способность видеть содержание своей работы с иных точек зрения. Он захочет проверить на модели множество альтернативных вариантов, чтобы оценить открывшиеся ему новые возможности. По сути дела, он использует модель для повышения своего мастерства управления, позволяющего ему на новом уровне четко установить все существенные последствия вносимых в систему изменений. Возможно, он мог бы проделать это и на реальной системе, но вследствие ее сложности это было бы очень утомительно и сопряжено с ошибками. Вот почему он обращается к модели

как к средству оценки своих новых интуитивных предположений и умозаключений. Можно предположить, что процесс создания моделей никогда не остановится — он будет продолжать развиваться в соответствии с новым уровнем понимания проблем, на который будет подниматься руководитель».

Идея имитационного моделирования интуитивно привлекательна и для руководителей, и для исследователей систем благодаря своей простоте. Поэтому метод имитационного моделирования стремятся применять для решения каждой задачи, с которой приходится сталкиваться. И хотя людям с высокой математической подготовкой имитационный подход представляется грубым силовым приемом или последним средством, к которому следует прибегать, факт заключается в том, что этот метод является самым распространенным инструментом в руках ученого, погруженного в проблемы управления и исследования операций. В табл. 1.2 представлены результаты проведенного Шенноном и Байлесом обследования научной деятельности группы действительных членов Американского общества исследования операций [29]. Для лиц, занимающихся повседневными исследованиями, более высокую по сравнению с имитационным моделированием оценку полезности имеют, как видно из этой таблицы, только теория вероятностей и экономический анализ. Эти результаты подтверждаются и другими исследователями. Например, Уэстон [33] обследовал

Таблица 1.2

Полезность методов исследования операций в повседневной научной работе [29]

Методы	Относительная ценность
Теория вероятностей (и статистические оценки)	0,182
Экономический анализ (оценка эффективности затрат)	0,150
Имитационное моделирование	0,143
Линейное программирование	0,120
Управление запасами	0,097
Массовое обслуживание (теория очередей)	0,085
Сетевые модели (упорядочение операций)	0,072
Модели замены	0,042
Теория игр	0,040
Динамическое программирование	0,031
Методы поиска	0,020
Нелинейное программирование	0,018
	1,000

Таблица 1.3

Методы, наиболее часто используемые во внутрифирменном планировании [33]

Методы	Частота использования	Процент
Имитационное моделирование	60	29
Линейное программирование	43	21
Сетевые методы (включая ПЕРТ и МКП)	28	14
Теория управления запасами	24	12
Нелинейное программирование	16	8
Динамическое программирование	8	4
Целочисленное программирование	7	3
Теория массового обслуживания	7	3
Прочие	12	6
	205	100

1000 крупнейших фирм США (их перечень приведен в журнале Fortune) с точки зрения анализа пригодности определенных методов для внутрифирменного планирования. Результаты этого обследования приведены в табл. 1.3. Широкое применение имитационного моделирования как метода решения проблем становится еще более очевидным, если принять во внимание, что Ракетное командование Армии США израсходовало в 1968 финансовом году на исследования средствами имитационного моделирования 74 млн. долл.

Поэтому, несмотря на недостаточное математическое изящество, имитационное моделирование является одним из наиболее широко распространенных количественных методов, используемых при решении проблем управления. Большинство администраторов и исследователей заинтересованы главным образом в решении своих неотложных задач, руководствуясь девизом «цель оправдывает средства!». Но именно забота о приложимости конечных результатов побуждает нас задаться вопросом: можно ли вообще, опираясь на имитационное моделирование, получить результаты также и наиболее эффективным способом? Ответ нередко будет отрицательным и по следующим причинам:

1. Разработка хорошей имитационной модели часто обходится дорого и требует много времени, а также наличия высокоодаренных специалистов, которых в данной фирме может и не оказаться. Форрестер [11] указывает, что для создания хорошей модели внутрифирменного планирования может понадобиться от 3 до 11 лет.

2. Может показаться, что имитационная модель отражает реальное положение вещей, хотя в действительности это не так. Если этого не учитывать, то некоторые свойственные имитации особенности могут привести к неверному решению.

3. Имитационная модель в принципе не точна, и мы не в состоянии измерить степень этой неточности. Это затруднение может быть преодолено лишь частично путем анализа чувствительности модели к изменению определенных параметров.

4. Результаты, которые дает имитационная модель, обычно являются численными, а их точность определяется количеством знаков после запятой, выбираемым экспериментатором. В связи с этим возникает опасность «обожествления чисел», т. е. приписывания им большей значимости, чем они на самом деле имеют.

Приведенные соображения показывают, что, хотя имитационное моделирование является чрезвычайно ценным и полезным методом решения сложных задач, этот метод, конечно, не панацея для решения всех проблем управления. Разработка и применение имитационных моделей все еще в большей степени искусство, нежели наука. Следовательно, как и в других видах искусства, успех или неудача определяется не столько методом, сколько тем, как он применяется. И хотя имитационное моделирование — это искусство, им могут легко овладеть те, кто наделен изобретательностью, интуицией и находчивостью.

1.7. Структура имитационных моделей

Прежде чем начать разработку модели, необходимо понять, что собой представляют структурные элементы, из которых она строится. Хотя математическая или физическая структура модели может быть очень сложной, основы ее построения весьма просты. В самом общем виде структуру модели мы можем представить математически в виде

$$E = f(x_i, y_j),$$

где E — результат действия системы; x_i — переменные и параметры, которыми мы можем управлять; y_j — переменные и параметры, которыми мы управлять не можем; f — функциональная зависимость между x_i и y_j, которая определяет величину E.

Столь явное и чрезмерное упрощение полезно лишь тем, что оно показывает зависимость функционирования системы как от контролируемых нами, так и от неконтролируемых переменных. Почти каждая модель представляет собой, вообще говоря, некоторую комбинацию таких составляющих, как

— компоненты,
— переменные,
— параметры,
— функциональные зависимости,
— ограничения,
— целевые функции.

Под *компонентами* мы понимаем составные части, которые при соответствующем объединении образуют систему. Иногда мы считаем компонентами также *элементы* системы или ее *подсистемы*. Например, в модели ракеты или космического корабля компонентами могут быть такие объекты, как система тяги, система наведения, система управления, несущая конструкция и т. п.

Модель города может состоять из таких компонентов, как система образования, система здравоохранения, транспортная система и т. п. В экономической модели компонентами могут быть отдельные фирмы, отдельные потребители и т. п. *Система определяется как группа, или совокупность объектов, объединенных некоторой формой регулярного взаимодействия или взаимозависимости для выполнения заданной функции.* Компоненты суть объекты, образующие изучаемую систему.

Параметры суть величины, которые оператор, работающий на модели, может выбирать произвольно, в отличие от *переменных*, которые могут принимать только значения, определяемые видом данной функции. Смотря на это под другим углом зрения, мы можем сказать, что параметры, после того как они установлены, являются постоянными величинами, не подлежащими изменению. Например, в таком уравнении, как $y=3x$, число 3 есть параметр, а x и y — переменные. Мы с таким же успехом могли бы задать и $y=16x$ или $y=30x$. Проводя статистический анализ, мы часто стремимся определить эти неизвестные, но фиксированные параметры для целой группы данных. Если мы рассматриваем некоторую группу данных или статистическую совокупность, то величины, которые определяют тенденцию поведения этой совокупности, такие, например, как среднее значение, медиана или мода, являются параметрами совокупности точно так же, как мерами изменчивости служат такие величины, как размах, дисперсия, среднеквадратическое отклонение. Так, для распределения Пуассона, где вероятность x задается функцией $P(x)=e^{-\lambda}(\lambda^x/x!)$, λ представляет собой параметр распределения, x является переменной величиной, а e — константой.

В модели системы мы различаем переменные двух видов — *экзогенные* и *эндогенные*. Экзогенные переменные называются также входными; это значит, что они порождаются вне системы или являются результатом воздействия внешних причин. Эндогенными переменными называются переменные, возникающие в системе или в результате воздействия внутренних причин. Мы также

называем эндогенные переменные *переменными состояния* (когда они характеризуют состояние или условия, имеющие место в системе) либо *выходными переменными* (когда речь идет о выходах системы). Статистики иногда называют экзогенные переменные независимыми, а эндогенные зависимыми.

Функциональные зависимости описывают поведение переменных и параметров в пределах компонента или выражают соотношения между компонентами системы. Эти соотношения, или операционные характеристики, по своей природе являются либо детерминистскими, либо стохастическими. Детерминистские соотношения — это тождества или определения, которые устанавливают зависимость между определенными переменными или параметрами в тех случаях, когда процесс на выходе системы однозначно определяется заданной информацией на входе. В отличие от этого стохастические соотношения представляют собой такие зависимости, которые при заданной входной информации дают на выходе неопределенный результат. Оба типа соотношений обычно выражаются в форме математического уравнения, которое устанавливает зависимость между эндогенными переменными (переменными состояния) и экзогенными переменными. Обычно эти соотношения можно строить лишь на основе гипотез или выводить с помощью статистического или математического анализа.

Ограничения представляют собой устанавливаемые пределы изменения значений переменных или ограничивающие условия распределения и расходования тех или иных средств (энергии, запасов, времени и т. п.). Они могут вводиться либо разработчиком (искусственные ограничения), либо самой системой вследствие присущих ей свойств (естественные ограничения). Примерами искусственных ограничений могут быть заданные максимальный и минимальный уровни занятости рабочих или установленная максимальная сумма денежных средств, ассигнуемых на капиталовложения. В физической системе такого типа, как ракета, искусственным ограничением может быть заданный минимальный радиус действия или максимально допустимый вес. Большинство технических требований к системам представляет собой набор искусственных ограничений. Естественные ограничения обусловлены самой природой системы. Например, нельзя продать больше изделий, чем система может изготовить, и никто не может сконструировать систему, нарушающую законы природы. Таким образом, ограничения одного типа обусловлены неизменными законами природы, в то время как ограничения другого типа, будучи делом рук человеческих, могут подвергаться изменению. Исследователю весьма важно помнить об этом, потому что в ходе своих исследований он должен постоянно оценивать привнесенные человеком ограничения, с тем чтобы ослабить или усилить их по мере необходимости.

Целевая функция, или функция критерия, — это точное отображение целей или задач системы и необходимых правил оценки их выполнения. Акоф и Сасиени [1] указывают на два типа целей: *сохранение* и *приобретение.* Цели сохранения связаны с сохранением или поддержанием каких-либо ресурсов (временных, энергетических, творческих и т. д.) или состояний (комфорта, безопасности, уровня занятости и т. д.). Цели приобретения связаны с приобретением новых ресурсов (прибыли, персонала, заказчиков и т. п.) или достижением определенных состояний, к которым стремится организация или руководитель (захват части рынка, достижение состояния устрашения и т. п.). Выражение для целевой функции должно быть однозначным определением целей и задач, с которыми должны соразмеряться принимаемые решения. Цитированный выше словарь *Вебстера* определяет понятие «критерий» как «мерило оценки, правило или вид проверки, при помощи которых составляется правильное суждение о чем-либо». Это четкое и однозначное определение критерия очень важно по двум причинам. Во-первых, оно оказывает громадное влияние на процесс создания модели и манипулирования с ней. Во-вторых, неправильное определение критерия обычно ведет к неправильным заключениям. Функция критерия (целевая функция) обычно является органической составной частью модели, и весь процесс манипулирования с моделью направлен на оптимизацию или удовлетворение заданного критерия.

1.8. Анализ и синтез

Даже небольшие участки реального мира слишком сложны, чтобы человек смог их полностью понять и описать. Почти все проблемные ситуации чрезвычайно сложны и включают в себя почти бесконечное число элементов, переменных, параметров, соотношений, ограничений и т. д. Пытаясь построить модель, мы могли бы включить в нее бесконечное число фактов и потратить уйму времени, собирая мельчайшие факты, касающиеся любой ситуации, и устанавливая связи между ними. Рассмотрим, например, простое действие, состоящее в том, что вы берете лист бумаги и пишите на нем письмо. Ведь можно было бы определить точный химический состав бумаги, карандашного грифеля и резинки; влияние атмосферных условий на влажность бумаги и влияние последней на силу трения, действующую на острие карандаша, движущегося по бумаге; исследовать статистическое распределение букв во фразах текста и т. д. Однако если единственный аспект, который нас в данной ситуации интересует, это факт отправления письма, то ни одна из упомянутых подробностей не относится к делу. Следовательно, мы должны отбросить большую часть реальных характеристик изучаемого события и абстрагировать из реальной ситуации только те особенности, которые воссоздают идеализированный вариант реального события. Все модели суть упрощенные представления реального мира или абстракции. Если они выполнены корректно, то эти идеализации дают нам полезное приближенное отображение реальной ситуации или по крайней мере ее определенных особенностей.

Сходство модели с объектом, который она отображает, называется степенью изоморфизма. Для того чтобы быть *изоморфной* (т. е. идентичной или сходной по форме), модель должна удовлетворять двум условиям.

Во-первых, должно существовать взаимно однозначное соответствие между элементами модели и элементами представляемого объекта. Во-вторых, должны быть сохранены точные соотношения или взаимодействия между элементами. Степень изоморфизма модели относительна, и большинство моделей скорее гомоморфны, чем изоморфны. Под *гомоморфизмом* мы понимаем сходство по форме при различии основных структур, причем имеет место лишь поверхностное подобие между различными группами элементов модели и объекта. Гомоморфные модели являются результатом процессов упрощения и абстракции.

Для разработки идеализированной гомоморфной модели мы обычно разбиваем систему на некоторое число более мелких частей. Это делается для того, чтобы должным образом интерпретировать их, т. е. произвести требуемый анализ задачи. Такой способ действий зависит от наличия частей или элементов, которые в первом приближении не зависят друг от друга или взаимодействуют между собой относительно простым образом. Так, мы можем сначала проанализировать режим работы автомашины, проверяя последовательно двигатель, коробку передач, привод, систему подвески и т. д., хотя эти узлы не полностью независимы.

С такого рода анализом при построении модели близко связан процесс упрощения реальной системы. Представление об упрощении легко доступно большинству людей — под упрощением подразумевается пренебрежение несущественными деталями или принятие предположений о более простых соотношениях. Например, мы часто предполагаем, что между двумя переменными имеет место линейная зависимость, хотя можем подозревать или даже знать наверное, что истинная зависимость между ними нелинейна. Мы предполагаем, что по крайней мере в ограниченном диапазоне значений переменных такое приближение будет удовлетворительным. Инженер-электрик работает с моделями цепей, предполагая, что резисторы, конденсаторы и т. д. не изменяют своих параметров; это упрощение, потому что мы знаем, что электрические характеристики этих компонентов изменяются в зависимости от температуры, влажности, срока службы и т. д. Инженер-меха-

ник работает с моделями, в которых газы считаются идеальными, давления адиабатическими и проводимость однородной. В большинстве практических случаев такие приближения или упрощения достаточно хороши и дают полезные результаты.

Ученый, изучающий проблемы управления, для построения полезных моделей также прибегает к упрощению. Он предполагает, что его переменные либо детерминированы (чрезвычайно упрощенная трактовка реальности), либо подчиняются законам случайных событий, описываемым известными вероятностными функциями распределений, таких, как нормальное, пуассоновское, экспоненциальное и т. д. Он также зачастую предполагает, что зависимости между переменными носят линейный характер, зная, что такое допущение не совсем правомерно. Это часто бывает необходимым и оправданным, если требуется построить модели, поддающиеся математическому описанию.

Другим аспектом анализа является абстракция — понятие, которое в отличие от упрощения не так легко объяснить и осмыслить. Абстракция содержит или сосредоточивает в себе существенные качества или черты поведения объекта (вещи), но не обязательно в той же форме и столь детально, как это имеет место в оригинале. Большинство моделей — это абстракции в том смысле, что они стремятся представить качества и поведение моделируемого объекта в форме или способом, отличающимися от их действительной реализации. Так, в схеме организации работ мы пытаемся в абстрактной форме отразить трудовые взаимоотношения между различными группами работающих или отдельными членами таких групп. То обстоятельство, что подобная схема только поверхностно отображает реальные взаимоотношения, не умаляет ее полезности для определенных целей.

После того как мы проанализировали и промоделировали части или элементы системы, мы приступаем к их объединению в единое целое. Иными словами, мы можем путем синтеза относительно простых частей сконструировать некоторое приближение к сложной реальной ситуации. Здесь важно предусмотреть два момента. Во-первых, используемые для синтеза части должны быть выбраны корректно, и, во-вторых, должно быть корректно предсказано их взаимодействие (это будет подробно рассмотрено ниже, когда мы коснемся вопросов установления и проверки соответствия модели реальному объекту). Если все это выполнено должным образом, то эти процессы анализа, абстракции, упрощения и синтеза в итоге приведут к созданию модели, которая аппроксимирует поведение изучаемой реальной системы. Необходимо помнить, однако, что модель является только приближением (аппроксимацией), а поэтому не будет себя вести в точности, как реальный объект. Мы оптимизируем модель, но не реальную систему. Вопрос о том, существует ли действительно взаимосвязь

между характеристиками нашей модели и реальностью, зависит от того, насколько правильно и разумно мы провели наши процессы анализа, абстракции, упрощения и синтеза.

1.9. Искусство моделирования

Процесс, при помощи которого инженер, занимающийся системами, или ученый, исследующий вопросы управления, создает модель изучаемой им системы, может быть лучше всего определен как интуитивное искусство. Любой набор правил для разработки моделей в лучшем случае имеет ограниченную полезность и может служить лишь предположительно в качестве каркаса будущей модели или отправного пункта в ее построении. При попытке выразить процесс моделирования в точных терминах мы стремимся систематизировать знания, основанные на интуиции и опыте тех, кто ранее занимался моделированием. К сожалению, результаты всех научных исследований излагаются и сообщаются нам в форме логической реконструкции событий, имеющей целью оправдать смысл полученных результатов. Эта логическая реконструкция имеет мало общего со способом, при помощи которого исследования проводились в действительности. Ни в одном научном отчете вы не найдете описаний фальстартов, ошибочных предположений, принятых и затем отвергнутых, разочарований, вызванных ошибками, и внезапных озарений. В таких отчетах или статьях приводятся только последовательность событий и объяснения того, как бы теперь поступил исследователь, пользуясь своими ретроспективными знаниями и знанием конечного результата. Одним из редких исключений в этом плане является книга Д. Д. Уотсона «Двойная спираль» [32]. За то, что он показал процесс поиска научной истины таким, каков он есть на самом деле, многие ученые разразились в его адрес бранью.

Конечно, для неопытного разработчика моделей опасность заключается в том, что, не находя в литературе ничего, за исключением логически построенных ретроспективных описаний, он принимает их за описание процесса открытия. Затем, когда он видит, что дела идут вовсе не так, как говорится в книгах, он легко теряет уверенность в себе, и его охватывает разочарование. Опытный разработчик моделей знает, что мыслительные процессы, связанные с разработкой модели, значительно отличаются от того, что написано об этом в учебниках и литературе. Но как передать это новичку? По этому поводу Моррис [23] замечает следующее: «Еще не доказано, что изучение моделей путем демонстрации неопытным студентам их конкретных образцов существенно способствует развитию творческого подхода к созданию моделей. Обучение моделированию не то же самое, что изучение конкретных мо-

делей. Мы редко сталкиваемся с моделью, которая полностью удовлетворяла бы данной управленческой ситуации».

По-видимому, основой успешной методики моделирования должна быть тщательная отработка моделей. Обычно, начав с очень простой модели, постепенно продвигаются к более совершенной ее форме, отражающей сложную ситуацию более точно. Аналогии и ассоциации с хорошо построенными структурами, по-видимому, играют важную роль в определении отправной точки этого процесса совершенствования и отработки деталей. Этот процесс совершенствования и отработки связан с учетом постоянного процесса взаимодействия и обратной связи между реальной ситуацией и моделью. Между процессом модификации модели и процессом обработки данных, генерируемых реальным объектом, имеет место непрерывное взаимодействие. По мере проведения испытаний и оценки каждого варианта модели возникает новый вариант, который приводит к повторным испытаниям и переоценкам.

До тех пор пока модель поддается математическому описанию, аналитик может добиваться все больших ее улучшений или усложнять исходные предположения. Когда же модель становится «непослушной», т. е. неразрешимой, разработчик прибегает к ее упрощению и использованию более глубокой абстракции.

Таким образом, искусство моделирования состоит в способности анализировать проблему, выделять из нее путем абстракции ее существенные черты, выбирать и должным образом модифицировать основные предположения, характеризующие систему, а затем отрабатывать и совершенствовать модель до тех пор, пока она не станет давать полезные для практики результаты. Моррис [23] формулирует это в виде семи указаний, согласно которым надлежит:

— разложить общую задачу исследования системы на ряд более простых задач,
— четко сформулировать цели,
— подыскать аналогии,
— рассмотреть специальный численный пример, соответствующий данной задаче,
— выбрать определенные обозначения,
— записать очевидные соотношения,
— если полученная модель поддается математическому описанию, расширить ее. В противном случае упростить.

Вообще говоря, упростить модель можно, выполнив одну из перечисленных ниже операций (в то время как для расширения модели требуется как раз обратное):

— превратить переменные величины в константы;
— исключить некоторые переменные или объединить их;
— предположить линейную зависимость между исследуемыми величинами;

— ввести более жесткие предположения и ограничения;
— наложить на систему более жесткие граничные условия.

Эволюционный характер процесса конструирования модели неизбежен и желателен, поэтому мы не должны думать, что этот процесс сводится к построению одного-единственного базового варианта модели. По мере того как достигаются цели и решаются поставленные задачи, ставятся новые задачи либо возникает необходимость достижения большего соответствия между моделью и реальным объектом, что приводит к пересмотру модели и все лучшим ее реализациям. Этот процесс, при котором начинают с построения простой модели, а затем усложняют и отрабатывают ее, имеет ряд преимуществ с точки зрения успешного завершения разработки модели. Темп и направление эволюционного изменения модели зависят от двух главных факторов. Первый из них — это, очевидно, присущая модели гибкость, и второй — взаимоотношения между создателем модели и ее пользователем. При их тесном сотрудничестве в течение всего процесса эволюции модели ее разработчик и пользователь могут создать атмосферу взаимного доверия и взаимоотношения, которые будут способствовать получению конечных результатов, удовлетворяющих поставленным целям, задачам и критериям.

Искусством моделирования могут овладеть те, кто обладает оригинальным мышлением, изобретательностью и находчивостью, равно как и глубокими знаниями систем и физических явлений, которые необходимо моделировать.

Не существует твердых и эффективных правил относительно того, как надо формулировать задачу в самом начале процесса моделирования, т. е. сразу же после первого знакомства с ней. Не существует и магических формул для решения при построении модели таких вопросов, как выбор переменных и параметров, соотношений, описывающих поведение системы, и ограничений, а также критериев оценки эффективности модели. Помните, что никто не решает задачу в чистом виде, каждый оперирует с моделью, которую он построил, исходя из поставленной задачи. Все эти соображения должны помочь читателю правильно разобраться в особенностях моделей и в некоторых вопросах искусства моделирования.

1.10. Требования к хорошей модели

Мы определили имитацию как процесс создания модели реальной системы и проведения с этой моделью экспериментов с целью осмысления поведения системы или оценки различных стратегий, которые могут использоваться при управлении системой. Это определение подсказывает ряд существенных черт, которыми должна обладать хорошая имитационная модель, и устанавлива-

ет границы ее использования. Согласно этому определению, модель должна быть 1) связана с функционированием системы, 2) ориентирована на решение проблем реального мира и 3) построена так, чтобы служить подспорьем тем, кто управляет системами, или по крайней мере тем, кого интересует их поведение. Давайте посмотрим, что это означает применительно к критерию оценки имитационной модели.

Имитация тесно связана с функционированием системы. *Система* есть группа или совокупность объектов, объединенных какой-либо формой регулярного взаимодействия или взаимозависимости с целью выполнения определенной функции.

Примерами систем могут быть: система оружия, промышленное предприятие, организация, транспортная сеть, больница, проект застройки города, человек и машина, которой он управляет. *Функционирование* системы представляет собой совокупность координированных действий, необходимых для выполнения определенной задачи. С этой точки зрения системам, которыми мы интересуемся, свойственна целенаправленность. Это обстоятельство требует от нас при моделировании системы обратить самое пристальное внимание на цели или задачи, которые должна решать данная система. Мы должны постоянно помнить о задачах системы и модели, чтобы достичь необходимого соответствия между ними.

Поскольку имитация связана с решением реальных задач, мы должны быть уверены, что конечные результаты точно отражают истинное положение вещей. Следовательно, модель, которая может нам дать абсурдные результаты, должна быть немедленно взята под подозрение. Любая модель должна быть оценена по максимальным пределам изменений величины ее параметров и переменных. Если модель дает нелепые ответы на поставленные вопросы, то нам придется снова возвратиться к чертежной доске. Модель также должна быть способна отвечать на вопросы типа «а что, если...», поскольку это именно те вопросы, которые для нас наиболее полезны, так как они способствуют более глубокому пониманию проблемы и поиску лучших способов оценки наших возможных действий.

Наконец, всегда следует помнить о потребителе информации, которую позволяет получить наша модель. Нельзя оправдать разработку имитационной модели, если ее в конечном счете нельзя использовать или если она не приносит пользу лицу, принимающему решения.

Потребителем результатов может быть лицо, ответственное за создание системы или за ее функционирование; другими словами, всегда должен существовать пользователь модели — в противном случае мы попусту потратим время и силы. Поиски знания ради самого знания — дело весьма благородное, но мало найдется

руководителей, которые будут в течение продолжительного времени оказывать поддержку группам ученых, занятых исследованием операций, теорией управления или системным анализом, если результаты их работы не смогут найти практического применения.

Приняв во внимание все это, мы можем теперь сформулировать конкретные критерии, которым должна удовлетворять хорошая модель [19]. Такая модель должна быть:

- простой и понятной пользователю,
- целенаправленной,
- надежной в смысле гарантии от абсурдных ответов,
- удобной в управлении и обращении, т. е. общение с ней должно быть легким,
- полной с точки зрения возможностей решения главных задач,
- адаптивной, позволяющей легко переходить к другим модификациям или обновлять данные,
- допускающей постепенные изменения в том смысле, что, будучи вначале простой, она может во взаимодействии с пользователем становиться все более сложной.

Необходимость большинства этих критериев совершенно очевидна, но они будут рассмотрены более полно в последующих главах, посвященных вопросам организации и руководства работами по моделированию. Здесь же достаточно сказать следующее: для того чтобы моделью можно было пользоваться, при ее разработке должны быть тщательно продуманы и потребности, и психология ее конечного потребителя. Имитационное моделирование должно быть процессом обучения как для создателя модели, так и для ее пользователя. И действительно, это может стать самой привлекательной стороной имитации при применении ее для решения сложных задач.

1.11. Процесс имитации

Исходя из того что имитация должна применяться для исследования реальных систем, можно выделить следующие этапы этого процесса:

1. *Определение системы* — установление границ, ограничений и измерителей эффективности системы, подлежащей изучению.
2. *Формулирование модели* — переход от реальной системы к некоторой логической схеме (абстрагирование).
3. *Подготовка данных* — отбор данных, необходимых для построения модели, и представление их в соответствующей форме.
4. *Трансляция модели* — описание модели на языке, приемлемом для используемой ЭВМ.

5. *Оценка адекватности* — повышение до приемлемого уровня степени уверенности, с которой можно судить относительно корректности выводов о реальной системе, полученных на основании обращения к модели.

6. *Стратегическое планирование* — планирование эксперимента, который должен дать необходимую информацию.

7. *Тактическое планирование* — определение способа проведения каждой серии испытаний, предусмотренных планом эксперимента.

8. *Экспериментирование* — процесс осуществления имитации с целью получения желаемых данных и анализа чувствительности.

9. *Интерпретация* — построение выводов по данным, полученным путем имитации.

10. *Реализация* — практическое использование модели и (или) результатов моделирования.

11. *Документирование* — регистрация хода осуществления проекта и его результатов, а также документирование процесса создания и использования модели.

Перечисленные этапы создания и использования модели определены в предположении, что задача может быть решена наилучшим образом с помощью имитационного моделирования. Однако, как мы уже отмечали, это может быть и не самый эффективный способ. Неоднократно указывалось, что имитация представляет собой крайнее средство или грубый силовой прием, применяемый для решения задачи. Несомненно, что в том случае, когда задача может быть сведена к простой модели и решена аналитически, нет никакой нужды в имитации. Следует изыскивать все возможные средства, подходящие для решения данной конкретной задачи, стремясь при этом к оптимальному сочетанию стоимости и желаемых результатов. Прежде чем приступать к оценке возможностей имитации, следует самому убедиться, что простая аналитическая модель для данного случая не пригодна.

Поскольку необходимо и желательно подобрать для решения задачи соответствующие средства, решение о выборе того или иного средства или метода должно следовать за формулированием задачи. Решение об использовании имитации не должно рассматриваться как окончательное. По мере накопления информации и углубления понимания задачи вопрос о правомерности применения имитации следует подвергать переоценке. Поскольку для этого часто требуются мощные ЭВМ и большие выборки данных, издержки, связанные с имитацией, почти всегда высоки по сравнению с расходами, необходимыми для решения задачи на небольшой аналитической модели. Во всех случаях следует сопоставлять возможные затраты средств и времени, потребные для имитации, с ценностью информации, которую мы ожидаем получить.

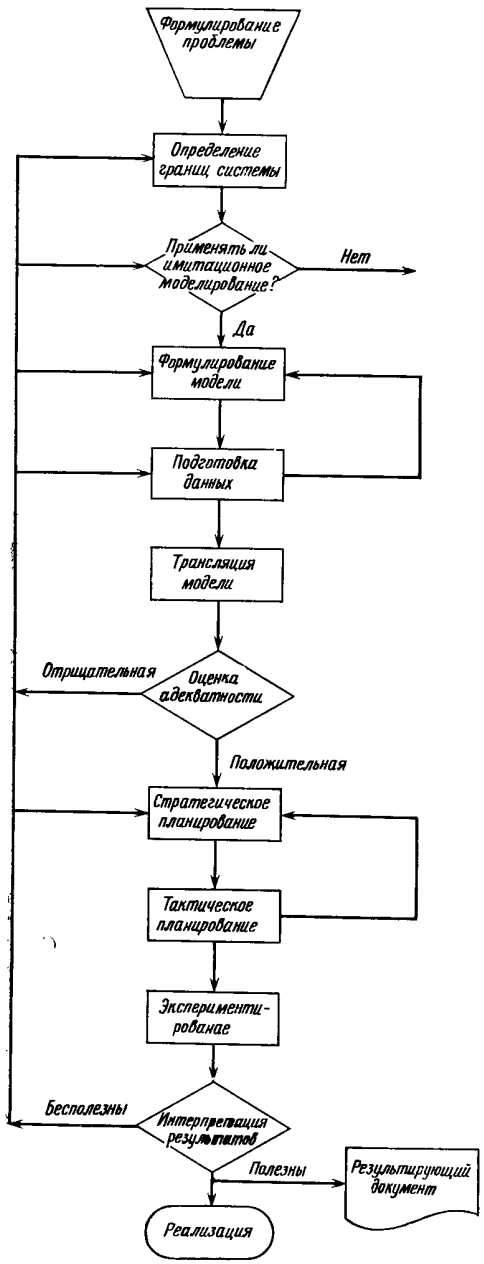


Рис. 1.3.

Этапы, или элементы, процесса имитации в их взаимосвязи показаны на блок-схеме рис. 1.3. Проектирование модели начинается обычно с того, что какой-либо сотрудник организации приходит к выводу о возникновении проблемы, которая нуждается в изучении. Для проведения предварительных исследований выделяется соответствующий работник (обычно из группы, связанной с данной проблемой). На некотором этапе признается, что для изучения проблемы могут быть полезны количественные методы исследования, и тогда на сцене появляется математик. Так начинается этап определения и постановки задачи.

1.12. Постановка задачи и определение типа модели

Эйнштейн как-то сказал, что правильная постановка задачи даже более важна, чем ее решение. Для того чтобы найти приемлемое или оптимальное решение задачи, необходимо сначала знать, в чем она состоит. Как это ни покажется странным, слишком много ученых, занимающихся проблемами управления, полностью игнорируют очевидные факты. Ежегодно расходуются миллионы долларов, чтобы получить изящные и хитроумные ответы на некорректно поставленные вопросы. В ходе дискуссии по вопросам применения количественных методов в планировании деятельности Министерства обороны США Ч. Хитч [16] высказался следующим образом:

«Мой опыт показывает, что самые большие трудности для системного аналитика не связаны с собственно аналитическими методами. Методы, которые мы в действительности используем в Министерстве обороны, обычно довольно просты и старомодны. Что отличает плодотворно работающего аналитика — это его способность формулировать (или ставить) проблему...»

В отличие от примеров, приводимых в этом и других учебных пособиях, большинство практических задач сообщается руководителям научно-исследовательских подразделений в недостаточно четкой, неточной форме. Во многих случаях руководство не может или не способно правильно выразить суть своих проблем. Он знает, что *некая* проблема существует, но не может точно сформулировать, *какая* это проблема. Поэтому анализ системы обычно начинается с поискового изучения системы под руководством ответственного лица, уполномоченного принимать решения. Исследовательская группа должна понимать и четко формулировать ряд подходящих к данному случаю задач и целей. Опыт показывает, что постановка задачи есть непрерывный процесс, пронизывающий весь ход исследования. Это исследование непрерывно порождает новую информацию, касающуюся ограничений, задач и возможных альтернативных вариантов. Такая информация должна периодически использоваться в целях обновления формулировки и постановки задачи.

Важной частью постановки задачи является определение характеристик системы, подлежащей изучению. Все системы — это подсистемы других более крупных систем. Поэтому мы должны определить цели и ограничения, которые нам надлежит учитывать в процессе абстрагирования или построения формальной модели. Бэрти [5] говорит, что проблема может быть определена как состояние неудовлетворенной потребности. Ситуация становится проблемной, когда действие какой-либо системы не дает желаемых результатов.

Если желаемые результаты не достигаются, возникает потребность модифицировать систему или окружающие условия, в которых она функционирует. Математически мы можем определить проблему следующим образом:

$$P_t = |D_t - A_t|,$$

где P_t — состояние проблемы в момент времени t; D_t — желаемое состояние в момент времени t; A_t — действительное состояние в момент времени t.

Поэтому первый шаг в определении характеристик системы, подлежащей изучению, состоит в проведении анализа потребностей той среды, для которой предназначается система. Этот анализ начинается с определения целей и граничных условий (т. е. того, что́ является и что́ не является частью системы, подлежащей изучению). Нас интересуют здесь две функциональные границы, или два интерфейса: граница, отделяющая нашу проблему от всего остального мира, и граница между системой и окружающей средой (т. е. что́ мы считаем составной частью системы и что́ составляет среду, в которой эта система работает). Мы можем описать, что́ происходит в пределах самой системы, разными способами. Если бы мы не остановились на каком-то наборе элементов и взаимосвязей, которые надлежит изучить, имея в виду вполне определенную цель, перед нами было бы бесконечное число связей и сочетаний.

Очертив цели и задачи исследования и определив границы системы, мы далее сводим реальную систему к логической блок-схеме или к статической модели. Мы хотим построить такую модель реальной системы, которая, с одной стороны, не будет столь упрощена, что станет тривиальной, а с другой — не будет столь детализирована, что станет громоздкой в обращении и чрезмерно дорогой. Опасность, которая подстерегает нас при построении логической блок-схемы реально действующей системы, заключается в том, что модель имеет тенденцию обрастать деталями и элементами, которые порой ничего не вносят в понимание данной задачи.

Поэтому почти всегда наблюдается тенденция имитировать избыточное число деталей. Во избежание такого положения следует строить модель, ориентированную на решение вопросов, на которые требуется найти ответы, а не имитировать реальную систему во всех подробностях. Закон Парето гласит, что в каждой группе или совокупности существует жизненно важное меньшинство и тривиальное большинство. Ничего действительно важного не происходит, пока не затронуто жизненно важное меньшинство. Системные аналитики слишком часто стремились перенести все усугубленные деталями сложности реальных ситуаций в модель, надеясь, что ЭВМ решит их проблемы. Такой подход неудовлетворителен не только потому, что возрастают трудности программирования модели и стоимость удлиняющихся экспериментальных прогонов, но и потому, что действительно важные аспекты и взаимосвязи могут потонуть в массе тривиальных деталей. Вот почему модель должна отображать только те аспекты системы, которые соответствуют задачам исследования.

Во многих исследованиях моделирование может на этом закончиться. В удивительно большом числе случаев в результате точного и последовательного описания ситуаций становятся очевидны дефекты и «узкие места» системы, так что необходимость продолжать исследования с помощью имитационных методов отпадает.

1.13. Формулирование модели

Каждое исследование охватывает и сбор данных, под которым обычно понимают получение каких-то численных характеристик. Но это только одна сторона сбора данных. Системного аналитика должны интересовать входные и выходные данные изучаемой системы, а также информация о различных компонентах системы, взаимозависимостях и соотношениях между ними. Поэтому он заинтересован в сборе как количественных, так и качественных данных; он должен решить, какие из них необходимы, насколько они соответствуют поставленной задаче и как собрать всю эту информацию. Учебники обычно сообщают студенту нужную для решения задачи информацию без ссылок на то, как она была собрана и оценена. Но когда такой студент впервые сталкивается с реальной задачей и при этом сам должен определить, какие данные ему нужны и как их отобрать, то голова у него идет кругом.

Создавая стохастическую имитационную модель, всегда приходится решать, следует ли в модели использовать имеющиеся эмпирические данные непосредственно или целесообразно использовать теоретико-вероятностные или частотные распределения. Этот выбор имеет фундаментальное значение по трем причинам. Во-первых, использование необработанных эмпирических данных означает, что, как бы вы ни старались, вы можете имитировать

только прошлое. Использование данных за один год отобразит работу системы за этот год и не обязательно скажет нам что-либо об ожидаемых особенностях работы системы в будущем. При этом возможными будут считаться только те события, которые уже происходили. Одно дело предполагать, что данное распределение в своей основной форме будет неизменным во времени, и совсем иное дело считать, что характерные особенности данного года будут всегда повторяться. Во-вторых, в общем случае применение теоретических частотных или вероятностных распределений с учетом требований к машинному времени и памяти более эффективно, чем использование табличных данных для получения случайных вариационных рядов, необходимых в работе с моделью. В-третьих, крайне желательно и даже, пожалуй, обязательно, чтобы аналитик-разработчик модели определил ее чувствительность к изменению вида используемых вероятностных распределений и значений параметров. Иными словами, крайне важны испытания модели на чувствительность конечных результатов к изменению исходных данных. Таким образом, решения относительно пригодности данных для использования, их достоверности, формы представления, степени соответствия теоретическим распределениям и прошлым результатам функционирования системы — все это в сильной степени влияет на успех эксперимента по имитационному моделированию и не является плодом чисто теоретических умозаключений.

В конечном счете перед разработчиком модели возникает проблема ее описания на языке, приемлемом для используемой ЭВМ. Быстрый переход к машинному моделированию привел к развитию большого числа специализированных языков программирования, предназначенных для этой цели. На практике, однако, каждый из большинства предложенных языков ориентирован только на ограниченный набор машин. Имитационные модели обычно имеют очень сложную логическую структуру, характеризующуюся множеством взаимосвязей между элементами системы, причем многие из этих взаимосвязей претерпевают в ходе выполнения программы динамические изменения. Эта ситуация побудила исследователей разработать языки программирования для облегчения проблемы трансляции. Поэтому языки имитационного моделирования типа GPSS, Симскрипт, Симула, Динамо и им подобные являются языками более высокого уровня, чем универсальные языки типа Фортран, Алгол и Бэйсик. Требуемая модель может быть описана с помощью любого универсального языка, тем не менее какой-либо из специальных языков имитационного моделирования может обладать теми или иными преимуществами при определенных характеристиках модели.

Основные отличия языков имитационного моделирования друг от друга определяются: 1) способом организации учета времени

и происходящих действий; 2) правилами присвоения имен структурным элементам; 3) способом проверки условий, при которых реализуются действия; 4) видом статистических испытаний, которые возможны при наличии данных, и 5) степенью трудности изменения структуры модели.

Хотя некоторые из специальных языков имитационного моделирования обладают очень нужными и полезными свойствами, выбор того или иного языка, как это ни печально, чаще всего определяется типом имеющейся машины и теми языками, которые известны исследователю. И если существует выбор, то правильность его, по-видимому, зависит от того, в какой степени исследователь владеет методами имитационного моделирования. В некоторых случаях простой язык, который легко понять и изучить, может оказаться более ценным, чем любой из более «богатых» языков, пользоваться которым труднее вследствие присущих ему особенностей.

1.14. Проверка модели

Проверка модели представляет собой процесс, в ходе которого достигается приемлемый уровень уверенности пользователя в том, что любой вывод о поведении системы, сделанный на основе моделирования, будет правильным. Невозможно доказать, что та или иная имитация является правильным или «правдивым» отображением реальной системы. К счастью, нас редко занимает проблема доказательства «правдивости» модели. Вместо этого нас интересует главным образом справедливость тех более глубоких умозаключений, к которым мы пришли или к которым придем на основании имитационного моделирования. Таким образом, нас волнует обычно не справедливость самой структуры модели, а ее функциональная полезность.

Проверка модели — этап чрезвычайно важный, поскольку имитационные модели вызывают впечатление реальности, и как разработчики моделей, так и их пользователи легко проникаются к ним доверием. К сожалению, для случайного наблюдателя, а иногда и для специалиста, искушенного в вопросах моделирования, бывают скрыты исходные предположения, на основе которых строилась данная модель. Поэтому проверка, выполненная без должной тщательности, может привести к катастрофическим последствиям.

Такого процесса, как «испытание» правильности модели, не существует. Вместо этого экспериментатор в ходе разработки должен провести серию проверок, с тем чтобы укрепить свое доверие к модели. Для этого могут быть использованы проверки трех видов. Применяя первую из них, мы должны убедиться, что модель

верна, так сказать, в первом приближении. Например, следует поставить такой вопрос: не будет ли модель давать абсурдные ответы, если ее параметры будут принимать предельные значения? Мы должны также убедиться в том, что результаты, которые мы получаем, по-видимому, имеют смысл. Последнее может быть выполнено для моделей существующих систем методом, предложенным Тьюрингом [31]. Он состоит в том, что людей, непосредственно связанных с работой реальной системы, просят сравнить результаты, полученные имитирующим устройством, с данными, получаемыми на выходе реальной системы. Для того чтобы такая проверка была несколько более строгой в научном отношении, мы можем предложить экспертам указать на различия между несколькими выборками имитированных данных и аналогичными выборками, полученными в реальной системе.

Второй метод оценки адекватности модели состоит в проверке исходных предположений, и третий — в проверке преобразований информации от входа к выходу. Последние два метода могут привести к необходимости использовать статистические выборки для оценки средних значений и дисперсий, дисперсионный анализ, регрессионный анализ, факторный анализ, спектральный анализ, автокорреляцию, метод проверки с помощью критерия «хи-квадрат» и непараметрические проверки. Поскольку каждый из этих статистических методов основан на некоторых допущениях, то при использовании каждого из них возникают вопросы, связанные с оценкой адекватности. Некоторые статистические испытания требуют меньшего количества допущений, чем другие, но в общем эффективность проверки убывает по мере того, как исходные ограничения ослабляются.

Фишман и Кивиа [10] делят способы оценки имитационной модели на три категории: 1) верификацию, используя которую экспериментатор хочет убедиться, что модель ведет себя так, как было задумано; 2) оценку адекватности — проверку соответствия между поведением модели и поведением реальной системы и 3) проблемный анализ — формулирование статистически значимых выводов на основе данных, полученных путем машинного моделирования. Для осуществления этой оценки часто бывает необходимо предпринять целый ряд действий, начиная от поэтапного испытания модели на настольном калькуляторе (это делается перед компоновкой машинной программы из этих этапов) до проведения полевых испытаний. Как бы то ни было, сами эти испытания связаны с трудностями, присущими эмпирическому исследованию; к числу таких трудностей относятся следующие ситуации: 1) высокая стоимость получения данных вынуждает пользоваться небольшими выборками; 2) данные чрезмерно разделены на различные группы и 3) используются данные, достоверность которых сомнительна.

Таким образом, вопрос оценки адекватности модели имеет две стороны: приобретение уверенности в том, что модель ведет себя таким же образом, как и реальная система; установление того, что выводы, полученные из экспериментов с моделью, справедливы и корректны. Оба эти момента в совокупности сводятся к обычной задаче нахождения равновесия между стоимостью каждого действия, связанного с оценкой адекватности модели, ценностью получаемой все в больших количествах информации и последствиями ошибочных заключений.

1.15. Стратегическое и тактическое планирование

Мы определили имитационное моделирование как экспериментирование с помощью модели с целью получения информации о реально действующей системе. Отсюда следует, что мы должны позаботиться о *стратегическом планировании*, т. е. о том, как планировать эксперимент, который дает желаемую информацию. Планирование экспериментов широко применяется в биологических и физических науках, а теперь и в моделировании систем. Цель использования планируемых экспериментов двоякая: 1) они обеспечивают экономию с точки зрения уменьшения числа требуемых экспериментальных проверок и 2) они задают структурную основу обучения самого исследователя.

Цель любого экспериментального исследования, включая моделирование, заключается в том, чтобы больше узнать об изучаемой системе. Эксперимент представляет собой процесс наблюдения и анализа, который позволяет получить информацию, необходимую для принятия решений. План эксперимента дает возможность выбрать метод сбора исходной информации, содержащей необходимые сведения о явлении или системе, которые позволяют сделать важные выводы о поведении изучаемого объекта. В экспериментальном исследовании можно выделить два типа задач: 1) определение сочетания параметров, которое оптимизирует переменную отклика, и (или) 2) объяснение соотношения между переменной отклика и контролируемыми в системе факторами. Для обеих этих задач разработано и доступно для использования множество планов постановки экспериментов.

Далее, чтобы обучение было успешным, требуется полное использование накопленных ранее знаний, что в свою очередь необходимо при выдвижении возможных гипотез, подлежащих проверке, и стратегий, подлежащих оценке. Хороший план эксперимента позволяет разработать стратегию сбора исходных данных, полезных для такого синтеза и выдвижения гипотез. Существующие в настоящее время методы планирования экспериментов и аналитические методы очень хорошо удовлетворяют нашим потребностям. Математические описания, сопутствующие планированию

эксперимента, предоставляют нам много возможных альтернатив. Методы извлечения информации, содержащейся в планах эксперимента, хорошо описаны и обычно легко осуществимы. Таким образом, планирование эксперимента может в значительной мере облегчить синтез новых сведений и выдвижение новых идей и в то же время уменьшить затраты времени, усилий и денежных средств.

Тактическое планирование, вообще говоря, связано с вопросами эффективности и определением способов проведения испытаний, намеченных планом эксперимента. Тактическое планирование прежде всего связано с решением задач двух типов: 1) определением начальных условий в той мере, в какой они влияют на достижение установившегося режима, и 2) возможно большим уменьшением дисперсии решений при одновременном сокращении необходимых размеров выборки.

Первая задача (т. е. определение начальных условий и их влияния на достижение установившегося режима) возникает вследствие искусственного характера функционирования модели. В отличие от реального объекта, который представлен моделью, сама имитационная модель работает эпизодически. Это значит, что экспериментатор запускает модель, делает свои наблюдения и «останавливает» ее до следующего прогона. Всякий раз, когда начинается прогон, модели требуется определенное время для достижения условий равновесия, которые соответствуют условиям функционирования реальной системы. Таким образом, начальный период работы модели искажается из-за действия начальных условий запуска модели. Для решения задачи, во-первых, необходимо исключить из рассмотрения данные, относящиеся к некоторой части начального периода, и, во-вторых, следует выбирать такие начальные условия, которые уменьшают время, необходимое для достижения установившегося режима. Разумно выбранные начальные условия могут уменьшить, но не полностью свести к нулю время переходного процесса. Поэтому дополнительно необходимо определить время начала измерений.

Вторая задача тактического планирования связана с необходимостью оценить точность результатов эксперимента и степень надежности заключений или выводов. Это немедленно ставит нас лицом к лицу с такими вопросами, как изменяемость условий, размер выборки и повторяемость результатов. В любом эксперименте из ограниченного объема полученных данных мы стремимся извлечь как можно больше информации. Для уменьшения разброса характеристик было предложено несколько методов (в основном в связи с процедурами взятия выборок), которые могут существенно снизить требуемый размер выборки и число повторений эксперимента. Использование очень больших выборок может в конечном счете решить все тактические проблемы имитационного

моделирования, но обычно ценой больших затрат машинного времени и времени, необходимого для последующего анализа результатов. Чем сложнее имитационная модель, тем более важен этап тактического планирования, выполняемого перед проведением экспериментов.

1.16. Экспериментирование и анализ чувствительности

После завершения этапов разработки и планирования мы наконец осуществляем прогон модели с целью получения желаемой информации. На этом этапе мы начинаем находить недостатки и просчеты в нашем планировании и повторяем наши усилия до тех пор, пока не достигнем первоначально поставленных целей.

Одним из наиболее важных понятий в имитационном моделировании является анализ чувствительности. Под ним мы понимаем определение чувствительности наших окончательных результатов к изменению используемых значений параметров. Анализ чувствительности обычно заключается в том, что величины параметров систематически варьируются в некоторых представляющих интерес пределах и при этом наблюдается влияние этих вариаций на характеристики модели. Почти в любой имитационной модели многие переменные рождаются на основании весьма сомнительных данных. Во многих случаях их значения могут быть определены только на основе предположений опытного персонала или с помощью весьма поверхностного анализа некоторого минимального объема данных. Поэтому чрезвычайно важно определить степень чувствительности результатов относительно выбранных для исследования величин. Если при незначительных изменениях величин некоторых параметров результаты меняются очень сильно, это может служить основанием для затраты большего количества времени и средств с целью получения более точных оценок. В то же время, если конечные результаты при изменениях величин параметров в широких пределах не изменяются, то дальнейшее экспериментирование в этом направлении неоправданно и не является необходимым.

Имитационное моделирование идеально подходит для анализа чувствительности благодаря тому, что экспериментатор здесь может успешно контролировать весь ход эксперимента. В отличие от экспериментирования с реальными системами пользователь модели, располагая возможностями абсолютного контроля над своей моделью, может варьировать по желанию любой параметр и судить о поведении модели по наблюдаемым результатам.

1.17. Реализация замысла и документирование

Последние два элемента, которые должны быть включены в любое задание по моделированию, это реализация замысла и документирование. Никакое задание на моделирование не может

считаться успешно завершенным до тех пор, пока оно не будет принято, понято и *использовано*. Наибольшие неудачи, постигавшие специалистов, занимающихся проблемами управления, были связаны с восприятием и использованием их работ. Так, Гершевски в своем обзоре [12] пришел к выводу, что суммарное время разработки модели разбивается следующим образом: 25% времени — формулирование задачи, 25% — сбор и анализ статистических данных, 40% — разработка машинной модели и 10% — внедрение. Поэтому не удивительно, что Рубинштейн [28] считает самой главной ошибкой проектных заданий в области исследования операций и теории управления неправильное понимание результатов моделирования пользователями, приводящее к недостаточной степени реализации замысла. Еще трудней понять, почему на период реализации выделяется столь малый процент времени, если учесть, что уточнение модели, тренировка пользователя, регулировка модели в соответствии с изменяющимися условиями и проверка правильности полученных результатов (что может быть выполнено только на этапе реализации) являются, пожалуй, наиболее трудными проблемами, с которыми сталкивается исследователь. По личному опыту автора, более реалистичное распределение времени проектирования модели представляется следующим образом: 25% на постановку задачи, 20% на сбор и анализ данных, 30% на разработку модели и 25% на реализацию.

Документирование близко связано с реализацией. Тщательное и полное документирование процессов разработки и экспериментирования с моделью может значительно увеличить срок ее жизни и вероятность успешной реализации. Хорошо организованное документирование облегчает модификацию модели и обеспечивает возможность ее использования, если даже служб, занимавшихся разработкой модели, больше не существует. Кроме этого, тщательная документация может помочь разработчику модели учиться на своих ошибках и, быть может, послужит источником для создания подпрограмм, которые будут снова использованы в будущих проектах.

В этой главе мы стремились глубже рассмотреть вопросы, связанные с искусством имитационного моделирования. Мы подчеркиваем, что имитационное моделирование — это искусство, а не наука. Не существует твердых и легких правил относительно того, чего не следует или что следует делать для построения модели. В следующих главах дается более детальное изложение различных аспектов разработки имитационных моделей и экспериментирования с ними.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ackoff R. L., Sasieni M. W., Fundamentals of Operations Research, Wiley, Inc., New York, 1968; есть русский перевод: Акоф Р., Сасиени М., Основы исследования операций, изд-во «Мир», М., 1971.

2. Amstutz A. E., Computer Simulation of Competitive Market Response, Massachusetts Institute of Technology Press, Cambridge Mass., 1967.
3. Armstrong R. H., Taylor J. L. eds., Instructional Simulation Systems in Higher Education, Cambridge Monographs on Teaching Methods, № 2, 1970.
4. Barish N. N., Economic Analysis for Engineering and Managerial Decision-Making, McGraw-Hill Book Co., New York, 1962.
5. Bartee E. M., Engineering Experimental Design Fundamentals, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1968.
6. Bekey G. A., Karplus W. J., Hybrid Computation, Wiley, Inc., New York, 1968; есть русский перевод: Беки Дж., Карплюс У., Теория и применение гибридных вычислительных систем, изд-во «Мир», М., 1971.
7. Cherryholmes C. H., Shapiro M. J., Representatives and Roll-calls: A Computer Simulation of Voting in the Eighty — eighth Congress, Bobbs-Merrill Co., Inc., New York, 1969.
8. Dutton J. M., Starbuch W. H., Computer Simulation of Human Behavior, Wiley, Inc., New York, 1971.
9. Elmagnraby S. E., The Role of Modeling in I. E. Design, The Journal of Industrial Engineering, v. XIX, № 6, June 1968.
10. Fishman G. S., Kiviat P. J., The Analysis of Simulation-Generated Time Series, Management Science, v. 13, № 7, Mar. 1967.
11. Forrester J. W., Industrial Dynamics, Massachusetts Institute of Technology Press, Cambridge, Mass., 1961; есть русский перевод: Форрестер Д., Основы кибернетики предприятия (Индустриальная динамика), изд-во «Прогресс», М., 1971.
12. Gershefski G. M., Corporate Models, The State of the Art, Universiti of Washington, Seattle, Wash., 1970.
13. Guetzkow H. ed., Simulations in Social Science, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1962.
14. Guetzkow H., Simulation in International Relations: Developments for Research and Teaching, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1963.
15. Hermann C. F., Crisis in Foreign Policy: A Simulation Analysis, Bobbs-Merrill Co., Inc. New York, 1969.
16. Hitch C. J., Decision-Making for Defense, University of California Press, Berkeley and Los Angelos, 1967.
17. Hogatt A. C., Balderstone F. E. eds., Symposium on Simulation Models: Methodology and Applications to Behavioral Sciences, South-Western Publ. Co., Cincinnati, Ohio, 1963.
18. Kresge D. T., Roberts P. O., Techniques of Transportation Planning: Systems Analysis and Simulation Modelc, Brookings Institution, Wasnington, D. C., 1971.
19. Little J. D. C., Models and Concert of a Decision Calculus, Management Science, v. 16, № 8, Apr. 1970.
20. McKenney J. L., A Clinical Study of the Use of a Simulation Model, The Journal of Industrial Engineering, v. XVIII, № 1, Jan. 1967.
21. Meadows D. L., Dynamics of Commodity Production Cycles, Wright-Allen Press, Cambridge, Mass., 1970.
22. Meir R. C. et al., Simulation in Business and Economics, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1969.
23. Morris W. T., On the Art of Modeling, Management Science, v. 13, № 12, Aug. 1967.
24. Naylor T. H., Computer Simulation Experiments with Models of Econonic Systems, Wiley, Inc., New York, 1971; есть русский перевод: Нейлор Т. Х., Имитационные эксперименты с моделями экономических систем, изд-во «Мир», М., 1975.
25. Naylor T. H., Vernon J. M., Microeconomics and Decision Models of the Firm, Harcourt Brace Jovanovich, Inc., New York, 1970.

26. Pacher A. H., Models of Economic Systems, Massachusetts Institute of Technology Press, Cambridge, Mass., 1972.
27. Rowe A. J., Simulation — A Decision-Aiding Tool, AJJE International Conference Proceedings, New York, 1963.
28. Rubenstein A. H. et al., Some Organization Factors Related to the Effectiveness of Managements Science Groups in Industry, Management Science, v. 15, № 8, Apr. 1967.
29. Shannon R. E., Biles W. E., The Utility of Certain Curriculum Topics to Operation Research Practitioners, Operations Research, v. 18, № 4, Jul. — Aug. 1970.
30. Siegal A. J., Wolf J. J., Man-machine Simulation Models, Interscience Publishers, New York, 1969.
31. Turing A. M., Computing Machinery and Intelligence, Mund. v. 59, Oct. 1959.
32. Watson J. D., The Double Helix — The Discovery of the Structure of DNA, Atheneum Publishers, New York, 1960; есть русский перевод: Уотсон Д., Двойная спираль. Воспоминания об открытии структуры ДНК, изд-во «Мир», М., 1969.
33. Weston F. C., OR Techniques Relevant to Corporate Planning Function Practices, An Investigative Look, presented at 39th National Meeting, Operations Research Society of America, Operations Research Bulletin, v. 19, Suppl. 2, Spring, 1971.

ЗАДАЧИ

1. Прочтите учебный пример 1, приведенный в приложении А. Можно ли эту систему проанализировать другим методом? Определите, все ли необходимые этапы моделирования выполнены.

2. Время между последовательными прибытиями покупателей в магазине равномерно распределяется в интервале от 1 до 20 мин. Для 50% покупателей время обслуживания составляет 8 мин, в то время как для остальных 50% это время составляет 14 мин. Предложите подходящий для этого случая генератор случайных чисел, отображающих времена прибытия покупателей, и другой такой генератор — для отображения времени обслуживания (применять таблицы случайных чисел не следует). Имитируйте 4 ч работы. Определите суммарное время ожидания покупателей и время простоя системы обслуживания.

3. Т. А. Шанс живет в Лас-Вегасе. Ежедневно перед работой он заходит в соседний ресторан, съедает свой завтрак и потом в ожидании автобуса, который доставляет его к месту работы, играет в «тройку». В этой игре игрок подбрасывает многократно монету до тех пор, пока разность между числом выпавших «гербов» и «решеток» не станет равна трем. За каждый бросок монеты игрок платит 1 долл., но при удачном исходе кона игры он получает 8 долл. Каждое утро Шанс откладывает 10 долл. для этой игры и играет в нее до тех пор, пока либо не проиграет все деньги, отложенные им в этот день на игру, либо не завершит одну партию. Определите с помощью имитационной модели результат игры Шанса в течение недели (5 рабочих дней), т. е. будет ли он в выигрыше?

ГЛАВА 2

ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМ

Упорядочение и упрощение суть первые шаги к овладению знанием. Наш действительный враг — неизвестное.

Томас Манн

2.1. Характеристики и поведение системы

В современных объяснениях мира понятие системы играет важнейшую роль. Фундаментальная идея использования системного подхода для разрешения сложных проблем настолько внедрилась в современную технику, что мы считаем эту идею само собой разумеющейся и говорим о ней как о строгой методологии (которой она, по существу, не является). Системный подход заключается в том, что исследователь пытается изучать поведение системы в целом, а не концентрировать свое внимание на отдельных ее частях. Подобный подход берет свое начало от признания того факта, что если даже каждый элемент или подсистема имеет оптимальные конструктивные или функциональные характеристики, то результирующее поведение системы в целом может оказаться лишь субоптимальным вследствие взаимодействий между ее отдельными частями. Возрастающая сложность организационных систем и потребность преодолеть эту сложность привели к тому, что системный подход становится все более и более необходимым методом исследования.

Всем сложным системам свойственны определенные характеристики, которые являются причиной многих ошибок и разочарований, испытываемых нами при попытке улучшить поведение системы. Укажем среди них на следующие:

1. *Изменчивость.* Условия или состояние, в котором находится система в настоящее время, есть обобщенный результат прошлого поведения системы и основа для ее будущего поведения. Ни одна реальная система не остается статичной в течение длительного периода времени. Те или иные элементы включаются в систему

или же исключаются из нее либо в процессе эволюционного развития (от «рождения» элемента до его гибели), либо путем перемещения их за пределы системы.

2. *Наличие окружающей среды.* Каждая система существует в окружающей ее среде и является в действительности подсистемой некоторой более крупной системы. Окружающая систему среда представляет собой комплекс наделенных определенными свойствами элементов, которые хотя и не являются частью системы, однако при некотором изменении могут вызвать сдвиг в состоянии системы. Таким образом, окружающая систему среда должна быть представлена всеми внешними переменными, которые могут оказать воздействие на состояние системы.

3. *Противоинтуитивное поведение.* Поверхностное ознакомление со сложными системами может порой привести к выводу о необходимости того или иного корректирующего воздействия, которое на деле часто оказывается неэффективным или даже приводит к обратным результатам. Причина и следствие часто не имеют тесной связи во времени и пространстве, признаки тех или иных ситуаций могут проявиться намного позже начала действия вызвавших их причин. Очевидные решения могут привести в действительности к обострению проблемы, а не к ее решению.

4. *Тенденция к ухудшению характеристик.* Сложные системы обычно обнаруживают тенденцию к ухудшению со временем своих характеристик. Части, из которых состоит система, изнашиваются, и это служит причиной снижения эффективности ее функционирования, что в силу противоинтуитивного характера поведения системы может привести к пагубным изменениям проектных решений.

5. *Взаимозависимость.* Никакие действия в сложной системе невозможно полностью изолировать. Каждое событие подвержено влиянию предшествующих событий и оказывает влияние на последующие. Кроме того, различные виды действий в реальных условиях обычно протекают в параллельных направлениях и в конечном счете оказывают влияние друг на друга.

6. *Организация.* Реально все сложные системы состоят из элементов или компонентов, характеризующихся высокой степенью организации. Части объединяются в иерархии подсистем, которые взаимодействуют между собой для выполнения целевого назначения системы.

Поведение сложных систем во многом обусловлено предшествующими характеристиками их прошлых аналогов. Хотя сложные системы и их окружающая среда существуют объективно, они в то же время содержат элемент субъективности в том смысле, что выбор включаемых или исключаемых из системы элементов и их конфигурация диктуются исследователем. Различные методы анализа одного и того же объективного процесса или явления могут привести к созданию весьма отличающихся друг от друга кон-

цепций реальных систем и соответствующих им окружающих условий.

Так, например, Акоф [1] отмечает: «Архитектор может рассматривать дом вместе с его электрической, отопительной и водопроводной системами как одну большую систему. Но инженер-теплотехник вправе рассматривать отопительную систему как законченную систему, а дом как окружающую среду. Для социопсихолога дом может рассматриваться как среда, окружающая семью, а последняя — как система, исследованием которой он занимается. Для него взаимосвязь между отопительной и электрической системами может не иметь никакого значения, но для архитектора эта взаимосвязь может быть очень важной». Таким образом, мы должны проявлять большую осторожность при определении изучаемой системы и границ между ней и ее окружающей средой.

Описание системы для целей имитационного моделирования состоит из двух частей: статического и динамического представлений.

На этапе формирования статического представления устанавливаются признаки существования подсистем. Здесь должны быть решены следующие вопросы: какие компоненты системы будут включены в модель, какие элементы будут исключены или будут считаться частью окружающей среды и какие структурные взаимосвязи будут установлены между ними? На втором этапе описания рассматриваются изменения. Здесь выясняется: какие изменения состояния возможны в системе и окружающих условиях (согласно их определению) и какова последовательность этих изменений? *Состояние системы* в данный момент определяется как набор соответствующих свойств, которые в этот момент обнаруживаются в системе.

Однако действительный процесс формулирования модели до некоторой степени индивидуален. В этом процессе решающую роль играют экспертные оценки и интуиция. Упор на метод экспертных оценок пронизывает все аспекты моделирования: он применяется при выборе наиболее плодотворного подхода, при решении вопроса о том, что включается в модель, при проектировании и расчете модели, при выборе фактов и оценке их относительной важности, а также интерпретации результатов. Элементами системы являются компоненты, части и подсистемы, которые осуществляют определенную функцию или процесс. Взаимосвязи между этими элементами и способ их взаимодействия определяют поведение всей системы и то, насколько хорошо она выполняет свою главную задачу. При определении системы мы должны исходить из относительной значимости тех или иных ее аспектов. Первый шаг при создании любой модели состоит в определении *ее целевого назначения.*

Как мы уже не раз говорили, не существует такого однозначного понятия, как модель системы. Мы можем моделировать любую систему множеством способов в зависимости от того, что мы хотим осуществить. Элементы системы и взаимосвязи между ними должны быть выбраны так, чтобы было обеспечено выполнение той *специфической задачи*, которую в конечном счете должна решать данная система. Более того, наш выбор должен учитывать возможности использования желательных в данном случае видов анализа и должен быть при этом настолько простым, насколько это позволяет поставленная задача.

К сожалению, хотя потребность в соответствующих уточнениях и упрощениях совершенно очевидна, метод их реализации далеко не ясен. При современном состоянии искусства моделирования теоретический аппарат описания систем не может гарантировать нам ни того, что мы правильно «абстрагировали» нашу систему из реального мира, ни того, что мы обеспечили ее оптимальное — для наших целей — моделирование. В этом важнейшем во всех отношениях вопросе описания систем мы должны полагаться на искусство, опыт, интуицию, советы и гипотезы. Однако это вовсе не означает, что соответствующая методика должна стать процессом случайным или фатальным. Мы можем увеличить наши шансы на успех, если будем придерживаться определенного подхода, основанного на обобщении прошлого опыта.

Мы хотим построить такую модель реальной системы, чтобы она не стала тривиальной из-за излишних упрощений и не оказалась слишком громоздкой и слишком дорогой в эксплуатации из-за непомерной перегрузки деталями. Поэтому нашей первой задачей является приобретение нужных сведений о системе, подлежащей моделированию. По мере того как в процессе разработки наши знания о системе будут углубляться, в модель будут вноситься изменения. Поэтому наиболее эффективный подход состоит в том, чтобы начинать разработку с общей количественной трактовки и постепенно детализировать и уточнять ее по мере расширения наших знаний о моделируемом процессе или системе.

Любое исследование существующей или предлагаемой системы должно начинаться с составления плана, показывающего, как оно будет проводиться, какие методы будут использоваиы и в какой последовательности будут выполняться соответствующие работы. В течение всего исследования понадобится вести сбор данных и необходимой информации. Под сбором данных обычно понимается сбор цифровой информации, что весьма важно; однако разработчик модели должен также собирать и другие данные, которые не столь просто выразить в цифровой форме. Так, например, ему потребуются данные о входной и выходной информации системы, а также информация о различных компонентах и элементах системы, их взаимосвязях и зависимостях.

Студенты, выполняющие учебные курсовые работы по количественным методам, редко задумываются над тем, где и как они получат нечисловую информацию, цифровые данные и т. п., которые необходимо использовать для построения своих моделей. Почти все учебники дают студенту относящуюся к делу информацию и данные без ссылок на то, как она была собрана. У студента просто голова идет кругом, когда он впервые сталкивается с реальной, еще никем не рассматривавшейся задачей, для решения которой ему надо определить, в какой информации он нуждается, где и как ее можно найти и собрать. Каждое исследование состоит из двух этапов: выявления фактического положения вещей и анализа. Первый этап тесно связан с точным определением природы и целевого назначения системы. Анализ же связан с регистрацией и осмыслением совокупности фактов с целью выявления структуры системы до ее моделирования.

Исследователь имеет дело с таким разнообразием типов систем, что любая попытка классифицировать их не может дать результатов, удовлетворительных во всех отношениях. Однако определения, предложенные Акофом [1], могут оказаться полезными при определении систем и их целевого назначения. Можно рассматривать системы с двух различных точек зрения. Одно из этих рассмотрений позволяет ответить на вопрос, в чем состоит целевое назначение системы, тогда как другое — на вопрос, к чему приводит вводимое в систему изменение.

Некоторые системы характеризуются *устойчивостью своего состояния* в том смысле, что они стремятся реагировать на изменения окружающих условий таким образом, чтобы сохранить заранее заданное, предписанное состояние. Например, система обеспечения законности должна предусматривать поддержание такого порядка, при котором личность и собственность надежно охраняются от насилия и незаконного захвата соответственно. Подобно этому, задача системы отопления и вентиляции в доме состоит в поддержании температуры в помещениях в заданном узком диапазоне. Такая система реагирует только на изменение окружающих условий; до тех пор пока желаемое состояние поддерживается неизменным, действие системы сводится к наблюдению.

Системы другого типа являются *поисковыми*, т. е. они устроены так, чтобы искать состояние, которое отсутствует в настоящее время. Например, система образования стремится дать студентам образование и подготовку, которые потребуются им в их последующей жизни; эта система не пытается поддерживать уровень знаний студентов в состоянии, достигнутом к настоящему моменту, а, напротив, стремится расширить и увеличить объем этих знаний до максимально возможного уровня.

Системы, оснащенные автопилотами, также являются поисковыми системами, равно как и большинство беспилотных систем

вооружения наподобие зенитно-управляемых ракетных систем. Такие системы в большинстве своем могут по мере накопления опыта улучшать и видоизменять свое поведение в процессе достижения заданной цели. Подобная система может быть и многоцелевой. Это означает, что она может находиться в режиме поиска двух или более целей одновременно, что приводит к необходимости принимать компромиссные решения в случае, когда достижение разных целей ведет к конфликтной ситуации. Наконец, существуют *целеустремленные* системы, которые сами устанавливают собственные цели функционирования. Такие системы способны вырабатывать как сами цели, так и методы их достижения при постоянных или изменяющихся условиях. Известным примером подобных систем являются системы, в которых присутствует человек, например пилотируемый самолет или другие системы, управляемые операторами, которые способны изменять свои цели. В целеустремленных системах, как только достигается одна из целей, немедленно ставится другая либо, когда становится очевидным, что данная цель не может быть достигнута, выбирается альтернативная цель.

Изменения внутри системы могут быть *реактивными, ответными* или *автономными*. Реакция системы есть событие, которое определяется другим событием. Например, когда мы включаем свет (событие 1), система реагирует на это зажиганием ламп (событие 2), т. е. здесь налицо непосредственная причинно-следственная реакция. При изменениях ответного типа некоторое событие может стать причиной другого, но не способно привести к определенному следствию. Например, когда темнеет, мы обычно включаем свет. Мы поступаем так в ответ на наступление темноты, но это событие еще не достаточно для того, чтобы лампы зажглись сами по себе (если только выключатель не работает автоматически). Наконец, автономные изменения — это самоопределяемые события, для свершения которых наличие предшествующего события не обязательно. Такова во многом природа человеческого поведения.

2.2. Начальный этап исследований

Опыт показывает, что правильный подход к началу проектирования имитационной модели может существенным образом повлиять на успех. В идеальном случае изучение проблемы начинает лицо, уполномоченное принимать решения, или группа таких лиц, которые столкнулись с проблемой, требующей решения (исследователь, по инициативе которого начинается изучение, может быть одним из членов группы, принимающей решение). Часто задание на моделирование или на финансирование работ выдается крупным администратором, который не в состоянии принять оконча-

тельных решений, но ответствен за соответствующие рекомендации. В этом случае результаты изучения проблемы могут служить двоякой цели: 1) помогают финансирующей организации сформулировать свои рекомендации и 2) служат основой рекомендаций, подкрепляют их и способствуют их принятию.

Начинается анализ со сбора информации и данных, необходимых как для того, чтобы обеспечить первоначальную основу для исследований, так и для описания системы. Задача формулируется особенно тщательно, чтобы убедиться в том, что правильно поняты потребности и требования заказчика. Обычно разработка имитационной модели начинается с описания заказчиком проблемной ситуации в весьма нечетких и неточных формулировках. Это не должно нас особенно удивлять, так как, если бы он знал точно, в чем суть проблемы и каков лучший способ ее решения, он решил бы ее сам. Поэтому мы должны рассматривать полученное от заказчика описание задачи скорее как совокупность симптомов, требующих диагноза.

Заказчик описывает проблемную ситуацию, опираясь на свою прошлую деятельность и опыт, поэтому описание часто содержит лишь такие сведения, как суммы прибылей и убытков, уровни запасов, времена простоев, перечни узких мест и другие доступные заказчику данные, характеризующие функционирование системы. Последовательность наших действий должна быть далее такова: постановка «диагноза» на основании симптомов ⟶ определение задачи ⟶ формулирование модели. Вот почему определение задачи переводит описание симптомов, сделанное заказчиком, на точный язык наших формализованных моделей. Мы понимаем этот процесс пока еще крайне слабо, и поэтому еще предстоит провести обширные исследования, которые позволили бы разработать логически обоснованную стратегию, необходимую для формулирования проблем. Современная техника формулирования задач очень груба и неточна по сравнению с мощью и точностью наших формализованных методов моделирования. Для того чтобы правильно сформулировать задачу, мы должны хорошо изучить все аспекты деятельности организации заказчика, относящиеся к данной задаче. Сюда отиосятся силы и факторы, действующие вне организации, которые могут оказывать влияние на ее функциоиирование, а также понимание субъективных и объективных аспектов проблемы. Здесь требуются обостренная наблюдательность, воображение и пристальное внимание к деталям ситуации. Нередко на этой стадии могут быть случайно получены очень важные для решения задачи данные, которые, однако, могут быть не приняты во внимание вследствие того, что их значение не было понято.

Проектирование, усовершенствование и реализация имитационной модели обходятся дорого. Затраты на проектирование даже

простейшей модели составляют обычно от 5 до 6 человеко-месяцев (30 тыс. долл.) или больше, в то время как стоимость более сложных имитационных моделей достигает 5 млн. долл. Средняя стоимость и время, необходимые для разработки имитационных моделей, составляют 100 тыс. долл. и 6—12 месяцев соответственно. Таким образом, организацию, планирование и руководство проектом не следует рассматривать как нечто эпизодическое. Первая фаза изучения задачи охватывает планирование всех работ, включая их финансирование, с целью добиться разумного соответствия между потенциальными выгодами принимаемого решения и стоимостью их получения.

Объем предполагаемых исследовательских работ должен быть установлен заблаговременно так, чтобы исследовательская организация и заказчик четко представляли себе, что́ должно быть сделано и чего делать не нужно. На этом этапе должны быть получены предварительные оценки потенциального выигрыша, получаемого в результате построения модели, и стоимости соответствующих работ.

Если ожидаемый в ближайшем будущем выигрыш в денежном выражении не перекрывает объема затрат более чем в 10 раз, то проект, вероятнее всего, не заслуживает реализации. Очевидно, что возмещение расходов в отношении 10 : 1 превосходит в большинстве случаев возможности, которые дает удачное помещение капитала. Однако традиционно стоимость работ неизменно занижается втрое, в то время как ожидаемый эффект оказывается завышенным во столько же раз. Рассмотрим гипотетический случай, при котором первоначальная оценка суммы прибыли составляет 100 000 тыс. долл., а стоимость проекта оценивается в 10 тыс. долл. Если мы снизим первоначальную оценку прибылей в 3 раза и утроим оценку стоимости проекта, то получим следующие результаты:

	Прибыль, долл.	Стоимость, долл.	Отношение П/С
Первоначальные оценки	100 000	10 000	10,0
Реальные результаты	33 300	30 000	1,11

Эти результаты примерно эквивалентны многим другим деловым возможностям. Исследователи систем часто настаивают на том, что в некоторых случаях желательно все же провести изучение проблем потому, что оно дает такие побочные выгоды, как, например, лучшее понимание системы. Такие аргументы до некоторой степени справедливы, но если результаты моделирования

не обещают в конце концов получения существенного экономического эффекта, то эти аргументы можно считать несостоятельными.

Для правильного формулирования проблемы мы должны разделить этот процесс на две фазы. Первая фаза — это период общей ориентировки в ситуации и формулирования проблемы с позиций заказчика, вторая фаза — период формулирования задачи исследования. Первую фазу предлагается разделить на следующие шаги [2]:

1. Определить лицо или группу лиц, уполномоченных принимать решения по рассматриваемой системе.

2. Поставить соответствующие задачи каждому члену этой группы, на которого возлагается ответственность за определенную часть принимаемого решения.

3. Наметить других участников работы и определить степень влияния, которое они могут оказывать на решение, а также установить, по каким каналам они могут оказывать это влияние.

4. Определить цели этих участников и установить их законные права.

5. Установить, какие аспекты проблемной ситуации могут контролироваться лицами, принимающими решения, и выявить пределы их возможностей.

6. Определить те аспекты окружающих условий или стороны решаемой проблемы, которые не поддаются контролю со стороны лиц, принимающих решения, и могут повлиять на окончательное решение.

7. Выяснить, какие возражения могут возникнуть или какого противодействия можно ожидать со стороны тех участников работы, которые являются противниками каких-либо изменений в системе.

В нашем сложном обществе важные решения очень редко принимаются одним человеком. Чем более важное решение предстоит принять, тем более вероятно, что в принятии окончательного решения и его реализации примут участие несколько человек. Таким образом, хотя заказчик может быть представлен одним лицом или группой лиц, в окончательном принятии или отклонении итоговых рекомендаций обычно принимают участие и другие заинтересованные стороны. Если мы хотим в максимальной степени увеличить вероятность успеха, то весьма важно, чтобы с самого начала изучения вопроса принимались во внимание возражения и опасения этих представителей заинтересованных сторон.

Мы должны также учитывать то, что крайне редко ставится только одна цель. Например, ставя себе целью увеличить радиус действия ракетной системы, мы одновременно стремимся сохранить ее малый вес, высокую надежность и фактическую величину полезной нагрузки; ища путей увеличения прибыли, мы хотим также поддерживать стабильными уровень занятости и непрерывный долговременный рост деловой активности. Следовательно, мы обычно должны решать как задачи достижения цели (стремясь получить свойства, еще не достигнутые к настоящему моменту), так и задачи сохранения (стремясь поддерживать на определенном уровне свойства системы, достигнутые к настоящему времени). В процессе формулирования задачи мы ведем поиск альтернатив, которые считаются пригодными для достижения желаемых конечных результатов. Однако эти результаты часто являются лишь вспомогательным средством для достижения других целей.

Таким образом, мы получаем последовательность, или иерархию, конечных результатов и целей. То обстоятельство, что достижение определенных целей ввиду их значимости может быть желательно для получения более отдаленных результатов, приводит к упорядочению этих целей в некоторую иерархию, каждый уровень которой рассматривается и как конечный результат, и как средство достижения цели относительно нижестоящих уровней. К сожалению, эти иерархические структуры, составленные из ряда членов типа «цель — средство», редко представляют собой связанные в единое целое цепочки. Часто они не согласуются друг с другом, а вступают в противоречие, т. е. достижение одной цели уменьшает вероятность достижения другой. Следовательно, становятся необходимыми компромиссные решения и оценки относительной важности целей, что в свою очередь превращается в одну из задач исследования.

Как указывает Саймон [17], важно также уяснить себе, что каждое решение содержит элементы двух видов: *фактографические* и *оценочные*. Фактографические элементы — это высказывания о наблюдаемом мире и способах его функционирования. Элементы высказываний этого типа мы можем подвергнуть проверке с целью определения их истинности. Оценочные же элементы представляют собой высказывания этического или морального порядка, истинность которых мы не можем проверить. Та же дихотомия справедлива и в отношении целей. Такие цели, как получение заданных значения веса, дальности действия, скорости, прибыли и т. п., суть фактографические элементы. Такие цели, как эффект устрашения, моральное состояние, высокий уровень здравоохранения, блестящее образование, достаточная обеспеченность жильем и т. п., являются элементами оценочного типа. Иными словами, большая часть задач принятия решений состоит из объективных и субъективных элементов.

То, что определенное изменение конструкции автомобиля приведет к увеличению его скорости, есть фактографический элемент, однако вопрос желательнсти этого увеличения скорости есть уже оценочный элемент. Исследователь должен поэтому четко пред-

ставлять себе, какие элементы в проблемной ситуации на этапе формулирования проблемы являются субъективными (оценочными) и какие объективными (фактографическими).

Вторая часть формулирования задачи связана с определением ее границ и планированием фазы исследований. Этот процесс предусматривает по меньшей мере следующие шаги:

1. Четкую формулировку задания, подлежащего реализации, и определение системы, подлежащей изучению.
2. Определение ограничивающих факторов в отношении кадров, графика работы, ассигнуемых средств и машинного времени.
3. Создание системы управления выполнением задания с целью координации действий людей, контроля ресурсов и обмена информацией.
4. Обеспечение участия в работе всего требуемого персоиала.
5. Получение доступа ко всей относящейся к вопросу информации и данным, которые могут иметь значение для разрешения задачи.
6. Выявление соответствующего критерия в качестве основы для оценки результатов исследования.
7. Установление объема предлагаемого исследования, с тем чтобы исследователь и заказчик имели четкое представление о масштабе работы.

Конечный успех или неудача проекта в значительной мере зависят от методов его планирования, осуществления и контроля за реализацией. Поэтому не следует недооценивать эти аспекты деятельности или относиться к ним поверхностно.

Вследствие чрезвычайной важности этих вопросов мы посвятили им гл. 7, в которой и будем их рассматривать более подробно. В последующих разделах мы обсудим средства сбора информации и даиных, необходимых для определения системы и формулирования задач управления и задач исследования.

2.3. Сбор фактического материала

Наиболее очевидными источниками данных являются измерения и наблюдения, но так же важны и некоторые другие средства получения иифорлации, такие, как документы, интервью и личное участие в работе. К документам отиосятся руководства, чертежи, инструкции, отчеты, спецификации, корреспонденция и т. п. В большинстве организаций имеется обычно обширное делопроизводство и ведется документация, однако не всегда так, как это требуется. Возможность найти и соответствующим образом интерпретировать документы оказывает громадную помощь в понимании и определении системы. Исследователь должен, однако очень внимательно относиться к данным, которые он выбирает из документов и интервью. Такие данные следует рассматривать только как предварительные, проверять их достоверность по другим источникам и сравнивать затем с данными опыта и наблюдений. Данные, почерпнутые из документов, могут оказаться устаревшими, а информация, полученная из переписки и интервью, может быть искажена вследствие субъективных особенностей интервьюирующих и интервьюируемых лиц или в угоду их интересам. Но, несмотря на эти реальные опасности, оба указанных источника могут привлечь внимание исследователя к тем или иным недочетам, предоставить в его распоряжение факты или выявить иную точку зрения.

Интервью чрезвычайно полезны по многим причинам, но особенно они ценны в тех случаях, когда ощущается явный недостаток документации. Множество методик и правил проведения работ чаще всего никогда не регистрируется, а если и регистрируется, то все же заметная доля ценной информации может быть получена только из интервью. Умение проводить интервью есть искусство, которому трудно научиться. Проведение интервью в процессе моделирования преследует две основные цели: 1) обнаружить и проверить факты и 2) выявить потенциальные источники сопротивления возможным изменениям, которые могут последовать в результате моделирования. Исследователь должен всегда помнить, что люди, которых он интервьюирует, полностью отдают себе отчет в том, что его деятельность, вероятнее всего, приведет к каким-то изменениям в системе. Поэтому интервьюируемое лицо озабочено существом и последствиями этих изменений.

Вследствие того что исследователь сталкивается со значительным реальным или потенциальным сопротивлением людей, подозрительно относящихся к изменениям, то в отношениях с ними важно соблюдать такт. Внутреннее сопротивление возможным изменениям часто порождает атмосферу, неблагоприятную для проведения интервью. Исследователь должен помнить, что, когда он занят своими исследованиями, стремясь промоделировать уже существующие системы, он обычно имеет дело с установившимися методиками и привычками. Неэффективно работающий служащий может опасаться гласности, а эффективно работающий может не проявить благожелательности к любому человеку, который в принципе способен своим вмешательством повлиять на методы его работы. Проведение интервью — это процесс получения информации, который характеризуется умением хорошо слушать, создать обстановку, располагающую к беседе, и умело направить ее в нужное русло.

Если это возможно и уместно, сотрудник, изучающий проблемную ситуацию, должен попросить интервьюируемого подробно остановиться на особенностях его работы в целом. Это необходимо вследствие того, что точка зрения интервьюируемого лица на

ситуацию часто в какой-то мере отражает его субъективное мнение. Всегда важно различать факты и мнения — и те и другие необходимы и ценны, но обращаться с ними следует по-разному. Изучающий проблемную ситуацию должен также помнить, что его собственные предубеждения и субъективные мнения придают определенную окраску процессу обнаружения и сбора фактов или искажают его. Тот, кто имеет опыт работы в этой области, иногда склонен к быстрым умозаключениям, основанным на опыте решения задач, встречавшихся в прошлом. Поскольку очень мало задач в точности повторяют друг друга (если вообще это имеет место), он не должен слишком полагаться на свой прошлый опыт и обязан позаботиться о том, чтобы его догадки и предубеждения не исказили истинного положения вещей.

После сбора всех необходимых данных из документов и интервью изучающий должен постараться всюду, где это возможно, принять личное участие в работе системы или по крайней мере наблюдать ее в действии. Морз и Кимбелл [13] утверждают, что изучающий должен «летать на бомбардировщике, совершать поездки в автобусе, работать оператором радиолокационной станции или продавцом в магазине — в зависимости от обстановки». Если он не может лично принять участие в работе системы, он должен по меньшей мере наблюдать ее действие в целом. Он должен проследить прохождение приказа по звеньям системы, видеть действия расчета, обслуживающего ракетную установку, наблюдать за ходом маневров или стоять возле входа в учреждение и наблюдать. При таком участии он не только прочувствует особенности работы системы и оценит исходные данные, поступающие из других источников, но сможет также многому научиться у людей, повседневная деятельноть которых отражает существо функционирования системы.

При этих условиях можно надеяться, что наблюдения и личное участие, интервью и анализ документации будут способствовать формированию правильных представлений о системе и о том, как она действует в реальных или предполагаемых условиях. Эти шаги, имеющие целью выявить фактическое положение вещей, должны быть хорошо документированы, и каждый фрагмент информации надлежит проверять и перепроверять для того, чтобы убедиться в его достоверности. Часто спрашивают: «Зачем вам все эти подробные сведения (или для чего вам терять время на наблюдение за операциями), когда такой-то может вам все об этом рассказать?» Ответ на эти вопросы состоит, конечно, в том, что для успеха исследования настолько важно иметь беспристрастные, не зависящие от субъективных оценок фактические данные, что все они должны быть проверены и перепроверены независимо от того, из каких источников получены.

В последующих разделах мы рассмотрим некоторые возможные методы документирования информации, выявленной на этапе поиска и обнаружения фактов, с целью обеспечить наиболее эффективное их использование. Как указывалось ранее, нам прежде всего необходимо получить статическое представление моделируемой системы. Для этой цели могла бы быть использована группа очень полезных методов, которую можно назвать группой *схематических моделей*. Под этим названием мы понимаем все методы анализа, включающие графическое представление работы системы. Являясь абстрактным отображением действительного или возможного хода событий в реальном мире, эти методы традиционно представляют собой основное оружие инженера. Они предназначены для того, чтобы помочь исследователю глубже понять и документировать исследуемый процесс или функционирование системы. Хотя в настоящее время имеется множество методов схематического представления технологических и иных процессов, мы ограничимся здесь рассмотрением лишь технологических карт, технологических диаграмм, многофункциональных диаграмм операций, блок-схем и органиграмм. Другие методы описаны в учебниках, посвященных совершенствованию производства [3, 14] и анализу методов управления производством [6, 7].

2.4. Технологические карты

Технологическая карта процесса представляет собой относительно простое в использовании средство и превосходный метод детального поэтапного описания того, как протекает или может протекать некоторый производственный, технологический или какой-либо иной процесс. Она отображает логическую последовательность операций в сжатой форме, показывая шаг за шагом ход того или иного процесса. Однако универсальность технологических карт несколько ограничена: они очень удобны для прослеживания поэтапного движения лишь единичного изделия или материала, документа, а также действий одного человека; подобным образом может также отображаться движение множества документов, материалов и людей, но это значительно сложнее.

Технологические карты были впервые разработаны Джилбретом, а позднее усовершенствованы рядом других специалистов (например, Барнсом и Моргенсеном). Джилбрет разработал своеобразный сокращенный способ записи процесса при помощи условных знаков — символов, каждый из которых обозначал наличие или отсутствие некоторого вида операций. С годами его 39 символов были упрощены. Американское общество инженеров-механиков установило пять получивших широкое распространение символов, которые позволяют наглядно представить большинство операций, встречающихся при изучении функционирования систем:

Символ действия	Наименование	Результат действия
	Операция	Производит, подготавливает и осуществляет
	Транспортировка	Перемещает
	Инспектирование	Проверяет, контролирует
	Задержка	Задерживает, ожндает
	Хранение	Храннт, накапливает

Кружок обозначает *операцию*, в результате которой что-то производится или в ходе которой намеренно изменяются физические или химические свойства объекта, что-то создается, расчленяется или собирается. Эти операции продуктивны, например печатание страницы текста, сверление отверстия, сварка детали и т. д. Вычисления, планирование и сбор информации также считаются операциями.

Стрелка обозначает движение или *транспортировку*. Этот знак отображает движение рассматриваемого предмета от одного производственного участка к другому или из одного отдела в другой. На технологической карте любые перемещения внутри зоны непосредственного осуществления операции, такие, например, как взятие инструмента, перемещение отчетного документа на столе исполнителя и т. п., считаются частью операции, а не транспортировкой. Но если человек или предмет должен переместиться в другое место, то эта операция должна обозначаться как транспортировка. Иногда полезно внутри символа, обозначающего транспортировку, ставить букву, указывающую на способ транспортировки, например «Г» — грузовик, «Т» — транспортер или «Л» — лифт.

Квадрат обозначает *контроль* или сравнение результатов с плановыми или стандартными показателями, в том числе проверку единицы продукции по качественным и количественным показателям, контроль результатов испытаний, прочтение документов перед принятием определенного решения и т. д. Подсчет деталей, выявление ошибок в документе, сравнение полученных данных с предшествовавшими указаниями — все эти действия относятся к операции контроля и должны обозначаться прямоугольниками. Во многих процессах контроль часто совмещается с другой операцией; например, при подсчете деталей перед их отгрузкой рабочий производит также их осмотр. В этом случае мы можем употребить два символа, вписав кружок внутрь квадрата.

Прописная буква D употребляется для обозначения временных *задержек* (от англ. delay), например, когда человек прерывает работу, или письмо лежит в почтовом ящике, ожидая выемки, или данные, которые должны быть переданы со спутника на наземную станцию по системе телеметрической связи, ожидают своей очереди в буферном запоминающем устройстве. Изделия, ожидающие своей очереди на соответствующее обслуживание, или изделия, ожидающие погрузки, также должны обозначаться прописной буквой D.

Треугольник обозначает *накопление, хранение*, что имеет место тогда, когда детали или изделия преднамеренно хранятся в пассивном состоянии, например запчасти на складе, информация в оперативной памяти ЭВМ или на ленте для последующего использования, записи в файлах.

Различие между хранением и задержкой состоит в том, что первое планируется и осуществляется преднамеренно, в то время как второе не подчиняется контролю и не планируется.

Располагая этим или подобным набором символов, мы можем описать любую процедуру или процесс. Технологическая карта строится сравнительно просто и может иметь несколько различных форм. Простейшая из них показана на рис. 2.1 и отображает ход операций, которые выполняются над одним изделием. Такая карта представляет собой последовательный комментарий к тому, что происходит с определенной деталью или человеком в то время, когда деталь подвергается обработке, а человек совершает действия, вытекающие из конкретной задачи. В технологическую карту могут включаться и другие полезные сведения, как, например, пройденный путь; время, потребное для различных операций; времена задержек и т. п.

Другим способом визуализации любых процессов является использование *технологической диаграммы* такого типа, какая показана на рис. 2.2, в сочетании с технологической картой. Технологическая диаграмма дает нам возможноть отобразить ход процесса, как бы наложенного «на местность» того реального производственного помещения, где этот процесс протекает. Операции и другие события пронумерованы так, что мы можем сравнить их с технологической картой. Такая схема позволяет выявить узкие места процесса, где могут возникнуть помехи и снизиться эффективность всего производственного комплекса. Для изучения более сложных операций, при которых обрабатывается несколько изделий или множество копий одного документа, могут использоваться различные варианты сочетаний технологических карт и технологических диаграмм.

Другим очень полезным средством схематического представления является *многофункциональная диаграмма операций* (multiple activity chart), в которой сведения о некоторых деталях про-

Технологическая карта

Сводка характеристик процесса

	Фактически		По проекту		Разность	
	Количество	Длительность	Количество	Длительность	Количество	Длительность
○ Операция	2					
⇨ Транспортировка	5					
□ Контроль	0					
D Задержка	6					
▽ Хранение	2					
Проходимое расстояние	71 метр		метр		метр	

Процесс: резка и лайка концов перемычек, выполняемых проводом № 82

☐ Человек или автомат ☒ Материал Провод № 10

Карта начата Склад исходных материалов

Карта окончена Склад полуфабрикатов

Составил Т.Р.С. Дата 1 мая 1973

Подробное описание (предлагаемого) метода работы	Операция	Транспортировка	Контроль	Задержка	Хранение	Расстояние в метрах	Количество	Длительность	Возможности: Исключается	Объединяется	Изменяется: Последовательность	Место	Лицо	Улучшается	Примечания
1 Склад	○	⇨	□	D	▽										
2 Подсобный рабочий	○	⇨	□	D	▽	20									
3 Верстак	○	⇨	□	D	▽										
4 Оператор резака	○	⇨	□	D	▽	5									
5 У резака	○	⇨	□	D	▽										
6 Резка на нужную длину	○	⇨	□	D	▽										
7 У резака	○	⇨	□	D	▽										
8 Подсобный рабочий	○	⇨	□	D	▽	10									
9 Верстак	○	⇨	□	D	▽										
10 Распайка концов	○	⇨	□	D	▽										
11 Верстак	○	⇨	□	D	▽										
12 Ручная переноска	○	⇨	□	D	▽	28									
13 Склад (входной контроль)	○	⇨	□	D	▽										
14 Ручная переноска	○	⇨	□	D	▽	8									
15 Склад полуфабрикатов	○	⇨	□	D	▽										
16	○	⇨	□	D	▽										
17	○	⇨	□	D	▽										
18	○	⇨	□	D	▽										
19	○	⇨	□	D	▽										
20	○	⇨	□	D	▽										

Рис. 2.1. Пример технологнческой карты.

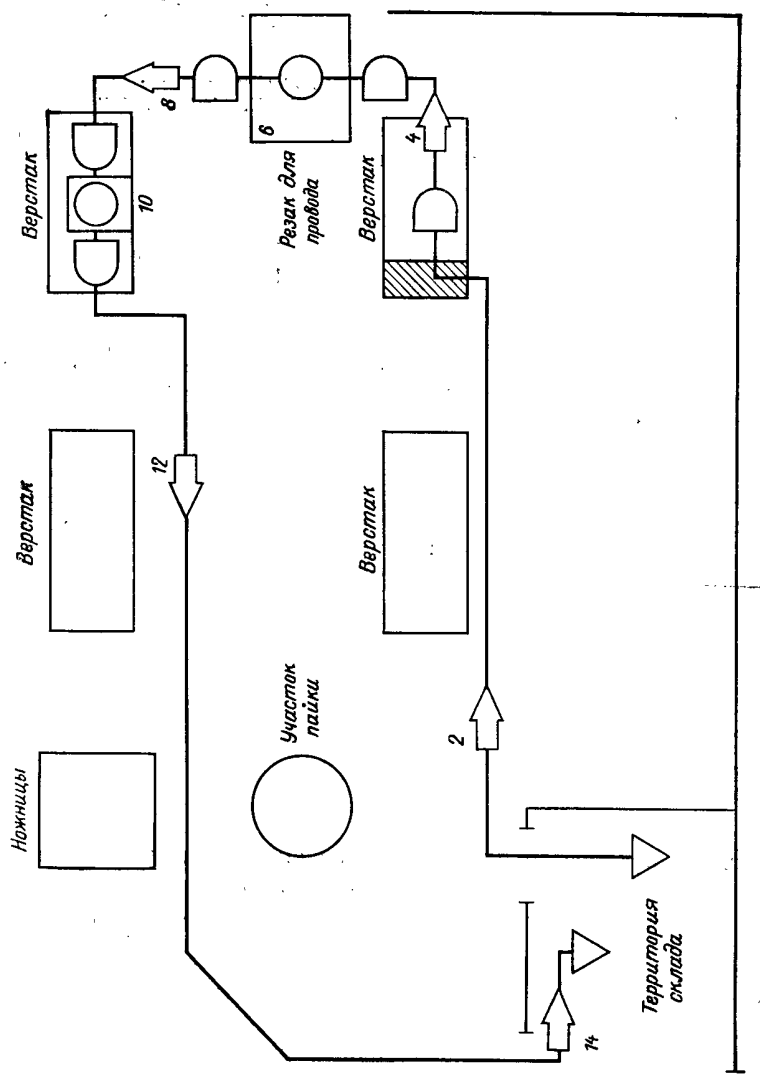
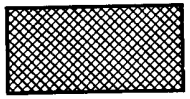
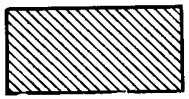


Рис. 2.2. Пример технологической диаграммы.

цесса сочетаются с согласованным временны́м графиком множества параллельных операций. Многофункциональная диаграмма позволяет отобразить на шкале времени требуемую координацию действий между двумя или более людьми, машинами или комбинациями тех и других. И этот метод по существу прост. На многофункциональной диаграмме регистрируется время, необходимое для выполнения совместной работы людьми, машинами или теми и другими вместе. Основные символы, используемые в схемах подобного типа, представлены в таблице:

	Человек	Машина
	Любая работа или деятельность, не зависящие ни от машин, ни от других людей	Любая работа или операция, выполняемые машиной без вмешательства оператора
	Работа, выполняемая совместно с машиной или другим человеком; символ обозначает также время совместной работы	Время совместных действий машины и оператора
	Время ожидания машины или другого человека	Время ожидания оператора

На рис. 2.3 в качестве примера приведена многофункциональная диаграмма действий группы космонавтов. Такие диаграммы применялись в космической программе для изучения процедур функциональной проверки узлов и предпускового отсчета времени, для изучения использования времени космонавтами и для расчета времени проведения некоторых экспериментов. В больницах подобные многофункциональные диаграммы применяются для изучения хода операций и ситуаций, возникающих в клинических лабораториях. Поскольку в большинстве сложных систем многофункциональные операции совершаются одновременно, такие диаграммы позволяют оценить, в каких случаях в имитационной модели должны иметь место комбинированные, а в каких независимые действия.

2.5. Блок-схемы и органиграммы

Блок-схема — вещь по идее чрезвычайно простая, но при создании модели это, быть может, самый полезный инструмент. Простейшие блок-схемы представлены на рис. 2.4 и 2.5. Блок-схема отображает главные элементы, или подсистемы, модели и показывает существующие между ними взаимосвязи. Стрелками указываются направления связей между элементами, а сами элементы (подсистемы) изображаются прямоугольниками с поясняющими надписями внутри.

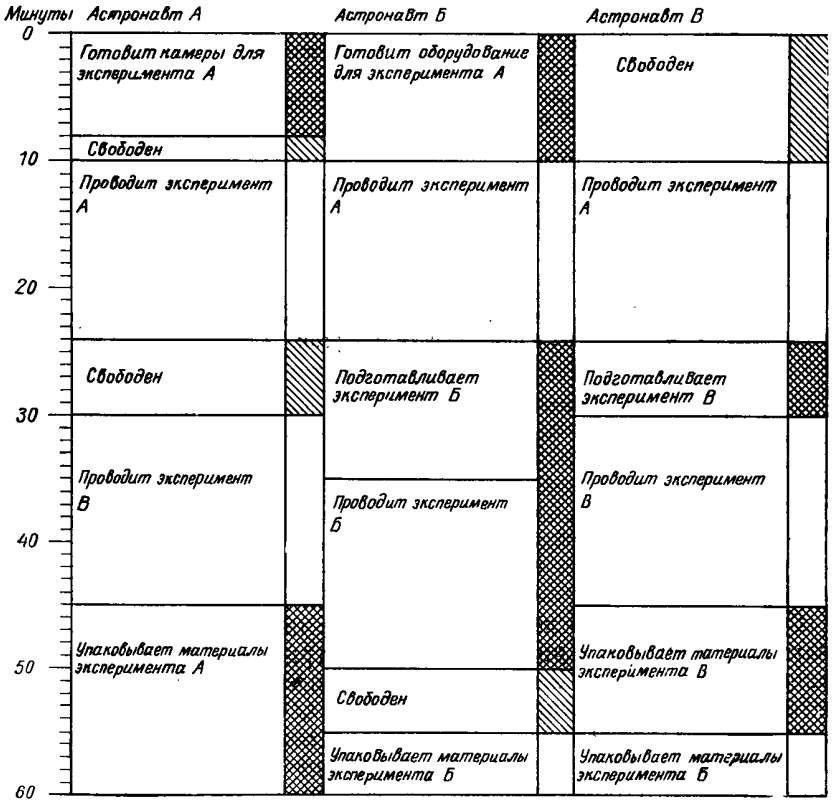


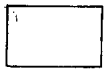
Рис. 2.3. Многофункциональная диаграмма операций.

Несколько более сложная блок-схема приводилась в гл. 1 (рис. 1.3). В блок-схемах этого типа (обычно именуемых логическими диаграммами) наряду с прямоугольниками используются

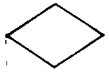
некоторые специальные обозначения, принятые у программистов ЭВМ и системных аналитиков. Для наших целей фактически потребуется только шесть таких знаков.



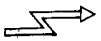
Ввод-вывод. Любой процесс, преобразующий информацию в форму, доступную для обработки или регистрации.



Обработка информации. Значение этого символа, который подобен используемому в блок-схемах для отображения операций, в данном случае ограничивается функцией основной обработки информации.



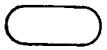
Принятие решения. Используется для указания точек, из которых возможно движение по разным альтериативным путям в зависимости от наличия тех или иных условий.



Линия связи. Указывает на автоматическую передачу информации из одного пункта в другой.



Соединитель. Точка входа из иной части блок-схемы или выхода нз данной ее части в другую.



Оконечный блок. Начало, конец или точка прерываиия действия системы.

Органиграмма в основном состоит из линий, соединяющих символы или прямоугольники (блоки), внутри которых делаются сокращенные надписи. Символы представляют группы элементарных шагов (операций), отображающих поведение анализируемой системы во времени; линии показывают отношения между этими группами. Стрелки указывают направление движения информации или порядок выполнения операций. Надписи внутри символов указывают, что делается на каждом шаге; запись реализуемого процесса ведется при этом сверху вниз (рис. 2.6).

Органиграммы обладают одной особенностью, отличающей их от традиционных блок-схем и открывающей возможность более гибкого ветвления реализуемого процесса: она может содержать точки принятия решения (выбора). Различные линии, выходящие из блока решения, имеют метки (обычно «да» или «нет»), отражающие выполнение некоторого условия, и далее процесс следует по линии, связанной с соответствующим ответом на вопрос, поставленный этим условием.

Рассмотрим для примера хорошо всем знакомый процесс — замену спустившей автомобильной шины. Органиграмма этого процесса изображена на рис. 2.6. Она содержит несколько альтернативных ветвей, одна из которых порождается событием «шина спустила». В зависимости от того, спустила ли передняя или задняя шина, необходимы разные действия. Подобным же образом разные последовательности действий будут выбираться в зависи-

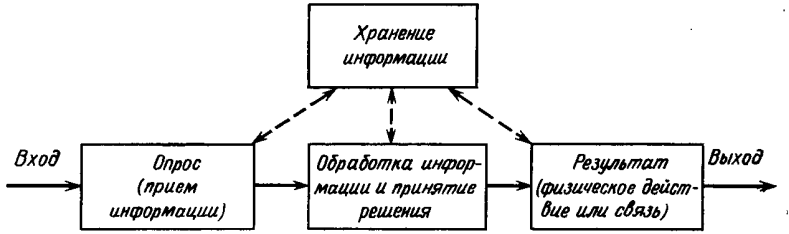


Рис. 2.4. Функции человеко-машинных систем.

мости от характера ответа на вопрос, накачана ли шина на запаске. Кроме того, потребуется несколько раз повторить цикл, приведенный в правой части органиграммы, если несколько запрошенных станций техобслуживания не вышлют помощь.

Этот пример демонстрирует преимущества описания системы с помощью органиграммы по сравнению со словесным описанием. Устное или письменное описание является по самой своей природе последовательным. Это значит, что после точки принятия решения (постановки вопроса) в описании процесса приходится сперва идти до конца по одной ветви, а затем возвратиться к точке принятия решения и следовать по другой ветви или нескольким ветвям. Поэтому и говорят, что словесное описание системы является последовательным, линейным и одномерным. Органиграмма же одновременно представляет две или более ветви процесса, так что описание с ее помощью является многомерным, параллельным. Превосходное изложение процедур составления органиграмм дано Болем [5].

Главное назначение органиграмм и (или) блок-схемы состоит в том, чтобы помочь в деле анализа системы посредством выявления связей в ее логической структуре и взаимоотношений между элементами системы. Это особенно важно на этапе описания системы, поскольку в это время мы зачастую не знаем, как система работает (или должна работать). В виде блок-схемы или органиграммы мы можем представить систему весьма высокой сложности. При этом часто удается выявить, что́ именно в системе неизвестно, благодаря чему системный аналитик получает достаточные основания для заключения, что им учтены все аспекты работы

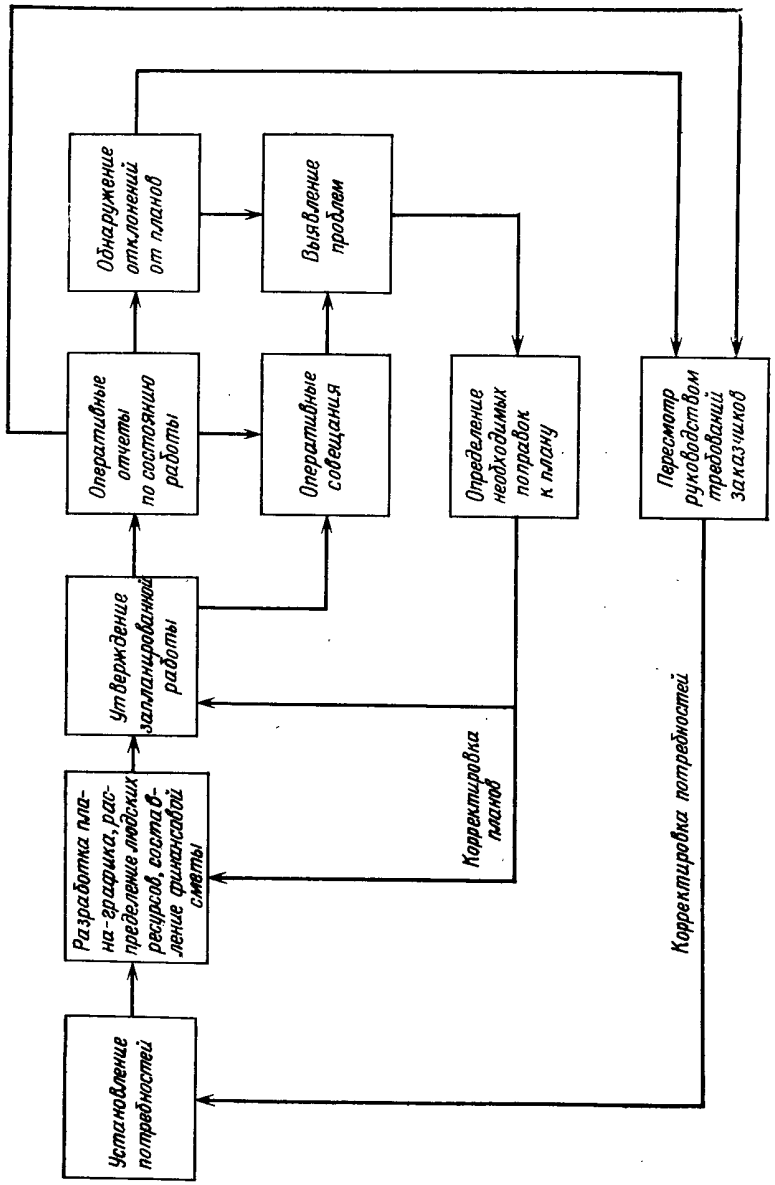


Рис. 2.5. Блок-схема замкнутой системы административного управления.

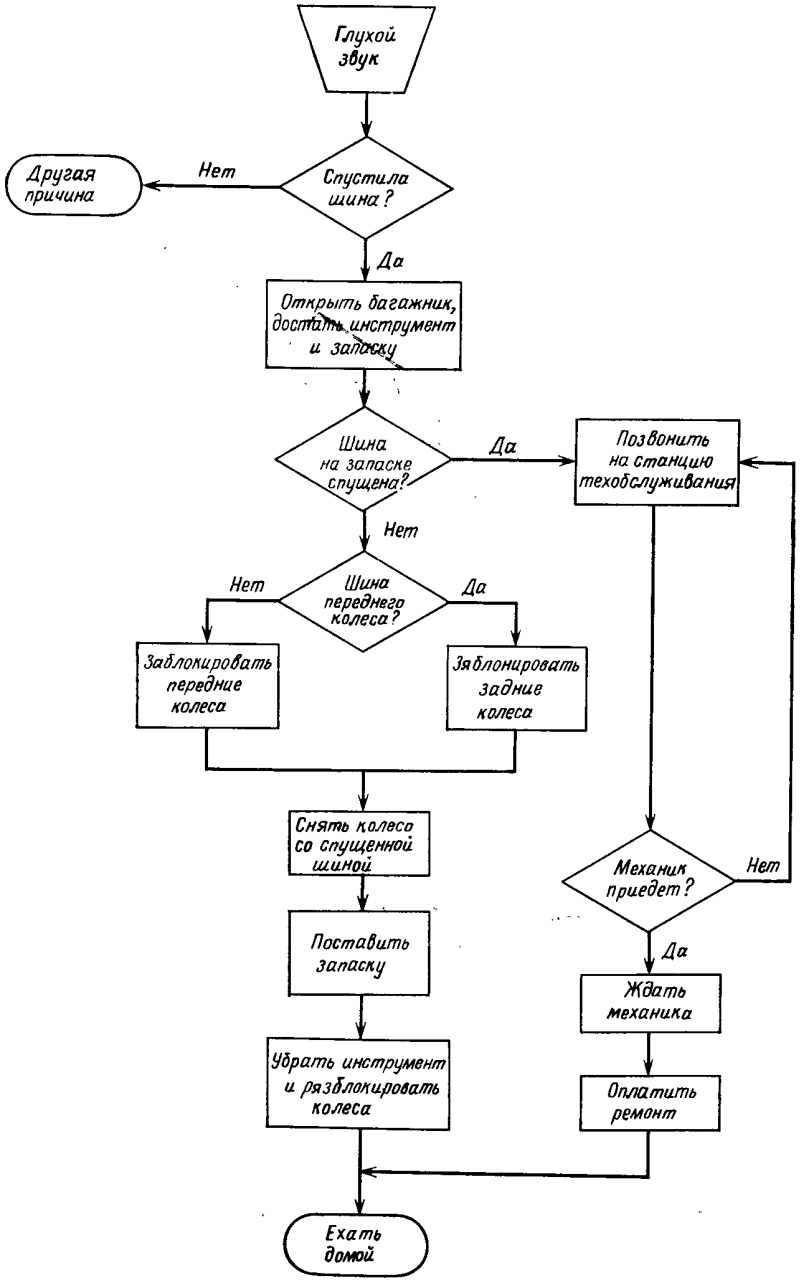


Рис. 2.6. Органиграмма процесса замены спустившей шины.

системы. Кроме того, он имеет теперь первую статическую модель системы, от которой может начать переход к динамической модели.

2.6. Пример описания системы

Чтобы наглядно показать процесс использования блок-схем и органиграмм, рассмотрим этап описания системы в одном фактически проводившемся исследовании [16]. Исследование имело

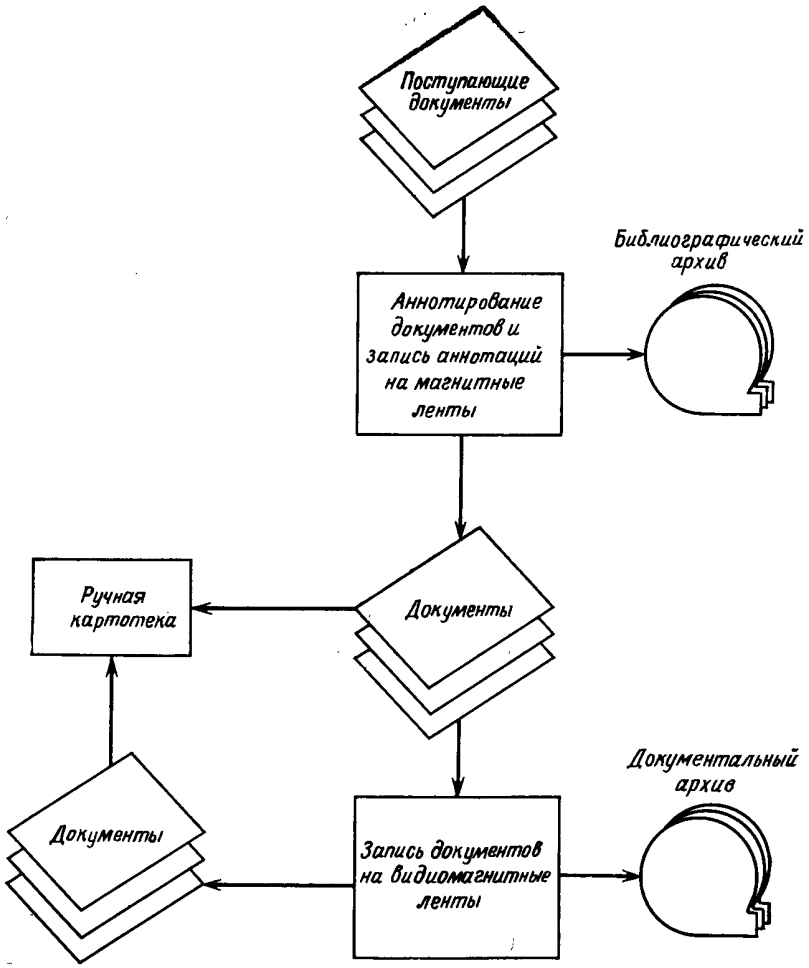


Рис. 2.7. Общие процедуры накопления и запоминания информации.

целью дать экспертную оценку некоторым планировавшимся добавлениям к библиографическому архиву информационного центра НАСА по компонентам и материалам для проекта «Аполлон» (APIC). Этот информационный центр был основан с целью сбора, хранения и распространения информации о частях и материалах, имевших существенное значение для программы исследования

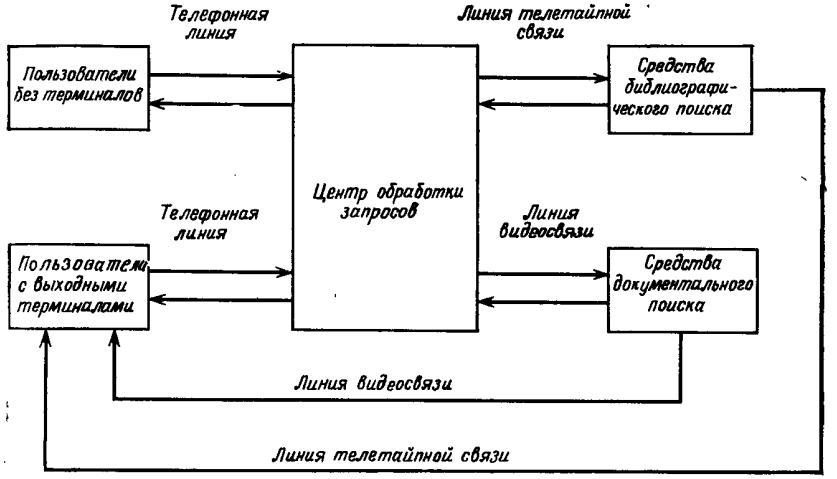


Рис. 2.8. Обобщенная блок-схема ответа на запрос.

Луны «Аполлон». Конкретно APIC нес ответственность за такую документацию по частям и материалам, как технические требования, технические условия, оценочные данные, протоколы контрольных испытаний, статистические данные об отказах, протоколы климатических испытаний, в том числе и испытаний в предельных условиях, данные по использованию и акты технической приемки.

На рис. 2.7 изображены основные процедуры накопления технической информации. Информация, которая впоследствии может потребоваться, извлекается из различных поступающих документов и записывается на магнитные ленты, составляющие библиографический архив. После регистрации извлеченной информации сами документы записываются на видеомагнитные ленты, составляющие библиографический архив. В дальнейшем исходные документы хранятся в обычной ручной картотеке.

Все запросы на информацию поступают по телефону в центр обработки запросов. Здесь имеются две линии автоматической телефонной связи, каждая с двумя телефонами. Запросы могут поступать в информационный центр абонентов, либо имеющих выходные терминалы, либо лишенных их. Выходные терминалы дают возможность получать ответы информационного центра сразу

же по линии телетайпной или факсимильной связи. Блок-схема работы информационного центра представлена на рис. 2.8.

В центре работает технический персонал, осуществляющий прием запросов, их сортировку и кодирование и отвечающий за

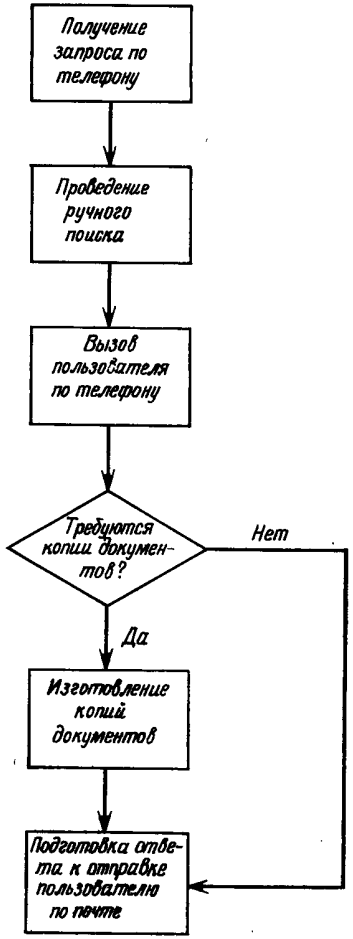


Рис. 2.9. Специальный (ручной) поиск информации.

правильность информации, рассылаемой из центра. Возможны три класса запросов, соответствующие трем видам поиска информации — специальному (вручную), библиографическому и документальному. Органиграммы для них изображены соответственно на

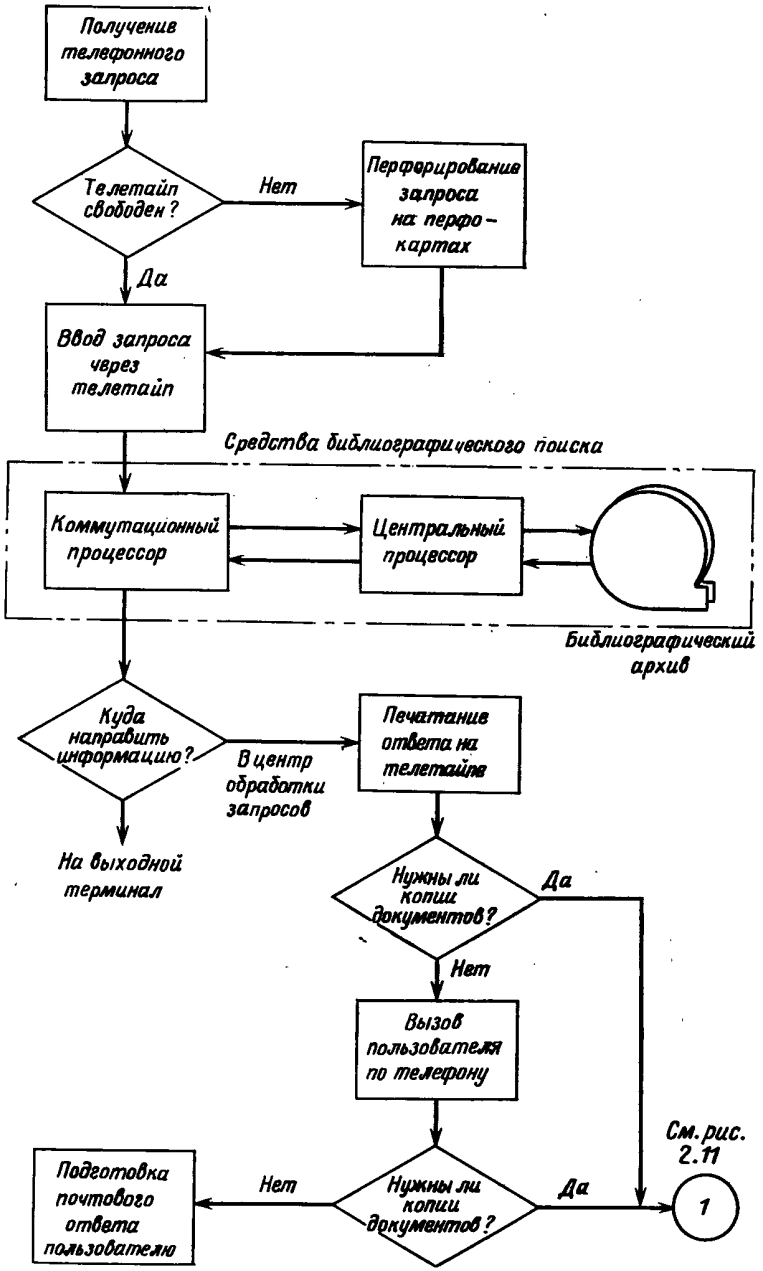


Рис. 2.10. Библиографический поиск информации.

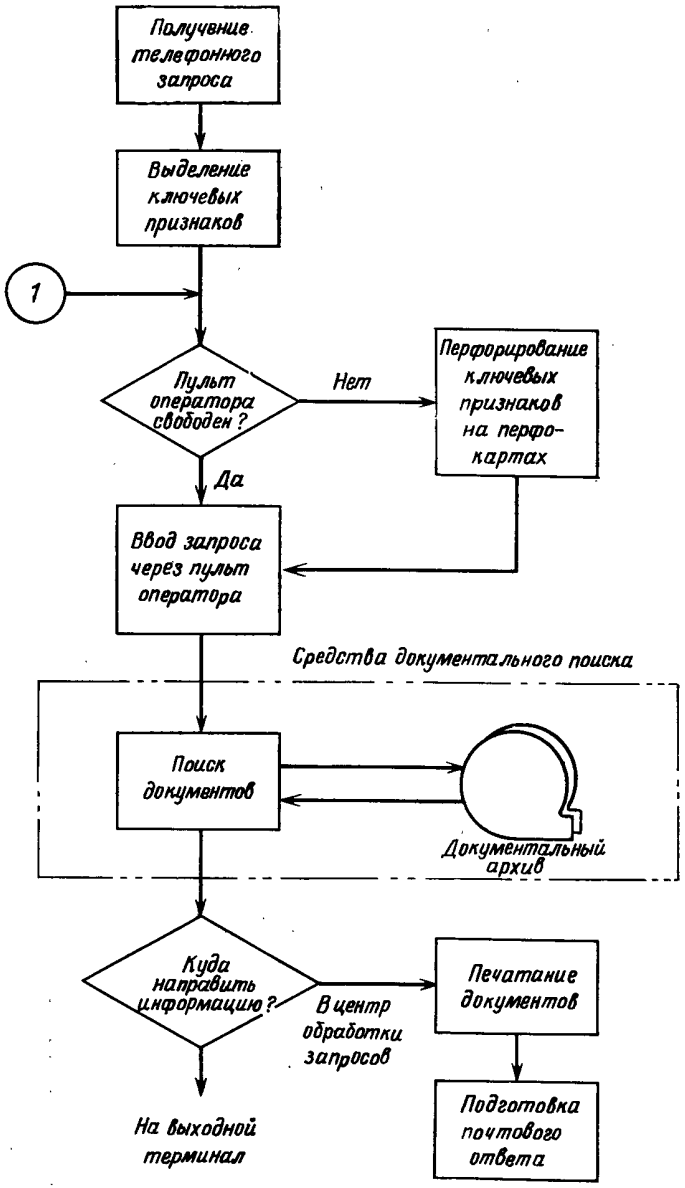


Рис. 2.11. Документальный поиск информации.

рис. 2.9—2.11. Представляется, что эти органиграммы понятны без объяснений, но, если нужно, читатель может найти их подробное описание в приложении А.1.

2.7. Конструирование модели

В процессе преобразования наших знаний о системе в ее математическую модель мы должны решить четыре задачи:

1. Определить назначение модели.
2. Определить, какие компоненты должны быть включены в состав модели.
3. Определить параметры и переменные, относящиеся к этим компонентам.
4. Определить функциональные соотношения между компонентами, параметрами и переменными.

Можно надеяться также, что побочным результатом этой фазы общей ориентировки явится определение точной цели или назначения данной программы имитационного моделирования. Эксперименты по моделированию проводятся с весьма разнообразными целями, в числе которых могут быть:

1. Оценка — определение, насколько хорошо система предлагаемой структуры будет соответствовать некоторым конкретным критериям.
2. Сравнение — сопоставление конкурирующих систем, рассчитанных на выполнение определенной функции, или же сопоставление нескольких предлагаемых рабочих принципов или методик.
3. Прогноз — оценка поведения системы при некотором предполагаемом сочетании рабочих условий.
4. Анализ чувствительности — выявление из большого числа действующих факторов тех, которые в наибольшей степени влияют на общее поведение системы.
5. Оптимизация — точное определение такого сочетания действующих факторов и их величин, при котором обеспечивается наилучший отклик всей системы в целом.
6. Выявление функциональных соотношений — определение природы зависимости между двумя или несколькими действующими факторами, с одной стороны, и откликом системы — с другой.

Этот список никак нельзя считать исчерпывающим: в нем просто перечислены некоторые наиболее распространенные цели моделирования. Четкое определение назначения модели оказывает существенное влияние на весь процесс ее конструирования и экспериментальной проверки. Например, если назначение модели состоит в том, чтобы оценить действительные характеристики проектируемой или существующей системы, то это ложится тяжелым бременем на точность модели и требует от последней высокой степени изоморфизма. В то же время, если назначением модели яв-

ляется лишь сравнительная оценка двух или нескольких систем или рабочих процедур, модель может быть пригодна даже в том случае, если абсолютная величина ее отклика на внешние воздействия существенно отличается от того, что имеет место в моделируемой системе.

Весь процесс проектирования модели, проверки ее адекватности, проведения экспериментов и формулирования заключительных выводов теснейшим образом связан с конкретным назначением модели. Невозможно построить модель, не зная конечной цели эксперимента. К сожалению, разработчик, приступая к составлению модели, не всегда бывает знаком с поставленной проблемой в достаточной мере, чтобы впоследствии задавать модели правильные вопросы. Поэтому модель должна иметь более или менее открытую структуру, с тем чтобы в процессе работы ей можно было ставить дополнительные вопросы, возникшие в результате проведения начальных экспериментов.

После того как мы определили (по меньшей мере качественно) конкретную цель, для которой потребовалось создание модели, наступает этап определения необходимого состава компонентов модели. Этот этап подразумевает перечисление всех компонентов системы, влияющих как положительно, так и отрицательно на эффективность ее работы. После составления полного списка компонентов для каждого из них решается вопрос, следует ли включить его в состав модели. Но это легче сказать, чем сделать, так как на данном этапе разработки модели не всегда ясно, насколько важен тот или иной компонент для достижения общей цели моделирования. При этом необходимо ответить еще на один важный вопрос: следует ли включить данный компонент в состав модели или же в состав окружающей среды?

При решении вопроса о том, какие компоненты надо включить, а какие исключить, важным соображением является число переменных, которое необходимо включить в модель. Определить числю эндогенных, или выходных, переменных, как правило, нетрудно. Если хорошо проработаи вопрос о целях или назначении исследования, требуемые выходные переменные почти самоочевидны. Трудности возникают при определении, какие входные переменные и переменные состояния вызывают наблюдаемые эффекты и какими из этих переменных необходимо манипулировать, чтобы получить желаемые эффекты. К тому же здесь мы сталкиваемся с противоречием: с одной стороны, мы стремимся сделать модель как можно проще, чтобы облегчить ее понимание, упростить задачу формулирования и повысить эффективность моделирования; с другой же стороны, мы хотим получить как можно более точную модель. Следовательно, реальную действительность необходимо упрощать, но лишь до тех пор, пока это не приводит к существенной потере точности.

Найти правильный баланс не так-то легко. Ясно, что мы не хотим упустить ни один из компонентов или ни одну из переменных, оказывающих большое влияние на поведение системы. Однако на этом раннем этапе разработки модели может быть вообще неясно, какое из воздействий существенно, а какое нет. Тут нам приходится полагаться на здравый смысл, интуицию и предыдущий опыт тех, кто хорошо знаком с системой. Возможно, окажется желательной и даже необходимой проверка мнений, высказываемых этими специалистами, с помощью экспериментов и (или) статистического анализа имеющихся данных. Всегда следует стремиться к возможно более строгой проверке принимаемых допущений и гипотез.

Обычно на начальных этапах составления модели наблюдается (по крайней мере у части специалистов по анализу систем) тенденция к учету чрезмерно большого числа компонентов и переменных. Автор согласен с утверждением Акофа и Сасиени [2], «что ... как правило, степень понимания явления обратно пропорциональна числу переменных, фигурирующих в его описании». Беда в том, что, если мы будем следовать нашим естественным наклонностям, модель в конце концов станет такой сложной и неподатливой, что мы не сумеем найти разумное объяснение ни одному из проведенных с ее помощью экспериментов. Разумеется, без возможно более строгого обоснования мы не должны исключать из рассмотрения ни одной переменной. В то же время при построении модели в виде комбинации отдельных функциональных блоков можно, если это окажется желательным, вводить дополнительные переменные или компоненты позднее. В большинстве случаев мы можем на ранних стадиях конструирования модели сочетать в ней отдельные компоненты и переменные таким образом, чтобы в дальнейшем, когда мы лучше поймем устройство и действие системы, их можно будет при необходимости разделить.

Коль скоро решено, какие компоненты и переменные мы включаем в нашу модель, необходимо далее определить функциональные связи между ними, а также значения используемых параметров. Здесь перед нами снова встают труднопреодолимые проблемы. Во-первых, может быть трудно (а то и просто невозможно) количественно определить или измерить некоторые переменные, важные для поведения системы. Во-вторых, соотношения между компонентами и переменными могут быть неопределенными. В-третьих, необходимая нам информация и числовые данные могут либо отсутствовать, либо быть в непригодном для использования виде. Все эти обстоятельства более подробно рассматриваются в последующих разделах.

2.8. Моделирование компонентов

Пытаясь моделировать отдельные компоненты или элементы (подсистемы) сложной системы, мы сталкиваемся с задачами нескольких типов, которые в широком смысле можно разделить на *прямые* и *обратные задачи*. Рассмотрим систему, показанную на рис. 2.12.

Здесь можно различить три основных объекта — вход, собственно систему и отклик, или выход. Чтобы моделировать такой



Рис. 2.12. Простая система.

функциональный блок, мы должны знать или предположить известными два из этих трех объектов. Если мы знаем уравнения, описывающие поведение динамической системы, то путем решения прямой задачи можно найти отклик системы на заданный входной сигнал. Это наиболее близкая к идеалу ситуация, которую относительно просто моделировать. Уравнения можно вывести в ходе проектирования системы или же написать на основе предыдущего исследования подобных систем. К задачам подобного типа отиосится и такая обратная задача: по заданному математическому описанию системы и ее известному отклику найти входной сигнал, вызвавший этот отклик. Этот случай, когда известны уравнения, описывающие систему, предполагается заданным требуемый сигнал на выходе системы (отклик) и требуется найти входные сигналы, которые вызовут такой отклик, относится к классу задач *управления*.

Гораздо более сложная обратная задача возникает, когда заданы совокупности входных и соответствующих выходных сигналов системы, а найти необходимо математическое описание самой системы. Эта задача известна как *задача идентификации* или *структурного синтеза* системы. Трудность здесь состоит в том, что одно и то же соотношение между входами и выходами может согласовываться с несколькими математическими выражениями. Предположим, например, что мы вводим в систему целые числа 1, 2, 3, 4, 5, 6 (в указанном порядке) и получаем на выходе числа 2, 4, 6, 8, 10, 12. Здесь разумно предположить, что если на входе действует число n, на выходе появляется число $2n$, и можно предсказать, что следующими в выходной последовательности будут четные числа 14, 16, ..., $2n$. Однако исходные данные столь же хорошо согласуются с формулой

$$2n + (n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)(n-6).$$

Основываясь на этой формуле, можно предсказать, что следующими числами в выходной последовательности будут 734, 5056 и т. д. — результат, совершенно отличающийся от первого[1])!

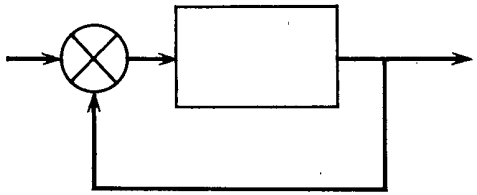
Вообще говоря, назначение компонентов системы состоит в том, чтобы преобразовывать входные сигналы в выходные. Имеются



А. Преобразование



Б. Сортировка



В. Обратная связь

Рис. 2.13. Основные компоненты системы.

три разных вида компонентов, составляющих основные функциональные блоки сложных систем: 1) *элементы преобразования*, в которых один или несколько входных сигналов, будучи обработанными некоторым наперед заданным образом, преобразуются в один или несколько выходных сигналов; 2) *элементы сортировки*, в которых один или несколько входных сигналов распределяются (сортируются) по двум или нескольким разным выходам; 3) *элементы обратной связи*, в которых входной сигнал некоторым

[1]) Пример заимствован из книги E. B. Wilson, Jr., An Introduction to Scientific Research, New York, 1952, p. 29.

образом изменяется в зависимости от выходного сигнала. Эти функциональные блоки схематически показаны на рис. 2.13.

В зависимости от назначения модели нас может интересовать либо специфический характер работы компонента, либо только время, которое необходимо компоненту для выполнения своей работы. Процесс преобразования может быть либо *детерминистским* (выходной сигнал однозначно определяется входным), либо *стохастическим* (при заданном входном сигнале значение выходного сигнала неопределенное). В любом случае степень трудности, с которой мы определяем и задаем структуру компонентов системы, весьма сильно зависит от нашего априорного знания системы. Если природа исследуемого процесса совершенно неизвестна или известна весьма слабо, мы имеем дело с задачей идентификации *черного ящика.* В этом случае систему обычно пытаются описать линейными или нелинейными уравнениями общих передаточных характеристик. В других случаях, однако, мы можем многое знать о природе процесса и испытывать недостаток сведений лишь о конкретных значениях некоторых параметров. Такую проблему иногда называют задачей идентификации *серого ящика.*

Как уже отмечалось, путь, которым мы следуем, пытаясь найти структуру или природу процесса преобразования в каждом компоненте системы, зависит от нашего априорного знания системы. Прежний опыт построения моделей показывает, что разработчик модели нередко попадает в некоторые типичные ситуации, и, в частности, в следующие [2]:

1. Структура системы достаточно хорошо известна или настолько проста и прозрачна, что ее можно выяснить путем непосредственного изучения или же обсуждения с теми, кто разрабатывал или эксплуатирует конкретную подсистему.

2. Структура не очевидна, но представляется аналогичной некоторой структуре, для которой существует теоретическое описание.

3. Структура системы не ясна, но ее можно выявить из статистического анализа данных, описывающих работу системы. При этом обычно требуется знание некоторых переменных, играющих важную роль в поведении системы.

4. Невозможно разделить путем анализа наличных данных эффекты, вызываемые отдельными переменными, и это нынуждает нас обратиться к эксперименту.

5. Никаких данных относительно работы системы нет, и невозможно провести над ней прямой эксперимент.

В последующих разделах мы рассмотрим некоторые статистические и иные методы, которые могут быть полезны как при определении, так и при описании соотношений между компонентами и переменными систем.

2.9. Выборочный метод Монте-Карло

Разыгрывание выборок по методу Монте-Карло является основным принципом моделирования систем, содержащих стохастические или вероятностные элементы. Его зарождение связано с работой фон Неймана и Улана в конце 40-х годов, когда они ввели термин Монте-Карло и применили этот метод к решению некоторых задач экранирования ядерных излучений. Этот математический метод был известен уже много лет, но свое второе рождение он пережил, когда нашел в Лос-Аламосе применение в закрытых работах по ядерной технике, которые велись под кодовым названием «Монте-Карло». Применение метода оказалось настолько успешным, что он получил распространение и в других областях науки и техники, так что теперь многим специалистам термин «метод Монте-Карло» представляется синонимом термина «имитационное моделирование». Хотя наибольшую пользу выборочный метод Монте-Карло приносит при моделировании вероятностных ситуаций, он приложим также и к некоторым полностью детерминистским задачам, не имеющим аналитического решения [12].

В методе Монте-Карло данные предшествующего опыта вырабатываются искусственно путем использования некоторого генератора случайных чисел в сочетании с интегральной функцией распределения вероятностей для исследуемого процесса. Таким генератором может быть таблица, колесо рулетки, подпрограмма ЭВМ или какой-либо другой источник равномерно распределенных случайных чисел. Подлежащее разыгрыванию распределение вероятностей может быть основано на эмпирических данных, извлекаемых из ранее сформированных записей, или на результатах последнего эксперимента либо может представлять собой известное теоретическое распределение. Случайные числа используются для получения дискретного ряда случайных переменных, имитирующего результаты, которых можно было бы ожидать в соответствии с разыгрываемым вероятностным распределением.

Способ применения метода Монте-Карло по идее довольно прост. Чтобы получить искусственную случайную выборку из совокупности величин, описываемой некоторой функцией распределения вероятностей, следует:

1. Построить график или таблицу интегральной функции распределения на основе ряда чисел, отражающего исследуемый процесс (а не на основе ряда случайных чисел), причем значения случайной переменной процесса откладываются по оси абсцисс (x), а значения вероятности (от 0 до 1) — по оси ординат (y).

2. С помощью генератора случайных чисел выбрать случайное десятичное число (СЧ) в пределах от 0 до 1 (с требуемым числом разрядов).

3. Провести горизонтальную прямую от точки на оси ординат, соответствующей выбранному СЧ, до пересечения с кривой распределения вероятностей.

4. Опустить из этой точки пересечения перпендикуляр на ось абсцисс.

5. Записать полученное значение x. Далее оно принимается как выборочное значение.

6. Повторить шаги 2—5 для всех требуемых случайных переменных, следуя тому порядку, в котором они были записаны.

Общий смысл этого метода легко понять с помощью очень простого примера обработки эмпирических данных. Пусть мы имеем систему, в которой за каждый 10-минутный период число клиентов, нуждающихся в обслуживании, соответствует распределению, приведенному в таблице.

Число клиентов	Вероятиость	Кумулятивиая вероятность
0	0,40	0,40
1	0,25	0,65
2	0,20	0,85
3	0,15	1,00

Предположим, что мы хотим провести мысленный эксперимент для пяти периодов времени. Для этого сначала строим график распределения кумулятивной вероятности, как это показано на рис. 2.14. Далее берем из таблицы случайных чисел (приложение В.1) пять двузначных чисел и перед каждым из них ставим десятичную точку. Каждое из этих пяти чисел используем для определения числа клиентов, появляющихся в данном периоде времени. Если случайные числа суть 09, 54, 42, 80 и 20, получим результаты, указанные в табл. 2.1.

Таблица 2.1

Реализация по методу Монте-Карло для распределеиия рис. 2.14

Период времени	Случайное число	Число клиентов
1	0,09	0
2	0,54	1
3	0,42	1
4	0,80	2
5	0,20	0

Взяв еще несколько таких выборок, читатель легко убедится в том, что описываемый метод обладает явным внутренним смыслом. Если используемые случайные числа действительно распределены равномерно (т. е. каждое из чисел от 00 до 99 имеет одинаковую вероятность появления), то каждое из значений исследуемой величины будет в процессе описываемого мысленного эксперимента появляться с такой же относительной частотой, как и в «реальном мире», однако исследуемая величина приобретет

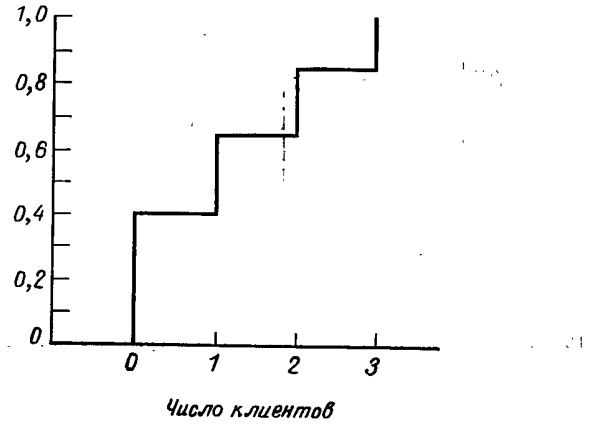


Рис. 2.14. Распределение кумулятивных вероятностей.

случайный характер. Таким образом, проводя мысленный эксперимент по определению числа клиентов, нуждающихся в обслуживании в каждый 10-минутный период, мы получаем результаты, типичные для фактического предшествующего поведения исследуемой системы.

В изложенном примере мы брали дискретные значения вероятностей. Если распределение вероятностей непрерывное, способ применения метода останется таким же, только кривая распределения будет не ступенчатой, а плавной (рис. 2.15). Поскольку в окружающем нас мире весьма часто встречается нормальное, или гауссово, распределение, оказалось целесообразным заранее вычислить его коэффициенты; соответствующая таблица приведена в приложении В.2. Эта таблица нормально распределенных случайный чисел справедлива для нормального закона со средним значением $\mu=0$ и среднеквадратическим отклонением (СКО) $\sigma=1$. Чтобы получить нормально распределенную случайную переменную для совокупности с известными параметрами μ, σ, надо взять из-

таблицы нормальное случайное число (НСЧ), умножить его на СКО и результат сложить со средним значением:

$$\begin{pmatrix}\text{Нормально распределенная}\\ \text{случайная переменная}\end{pmatrix}=\mu+(\text{НСЧ})\,\sigma.$$

Пользуясь таблицами приложений В.1 и В.2, мы сперва входим в таблицу в любой точке по своему выбору, а затем вносим в процесс выборки табличных чисел регулярность того или иного рода.

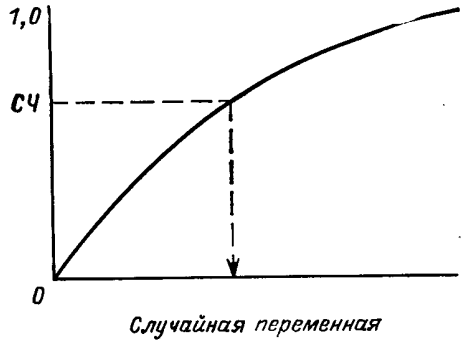


Рис. 2.15. Метод Монте-Карло при непрерывном распределенни.

Предположим, что желательно взять выборку из пяти случайных значений в нормально распределенной совокупности со средним значением 100 и СК=10. Обращаемся к таблице в приложении В.2, берем из нее пять нормальных случайных чисел и подставляем их в уравнение $x=100+(\text{НСЧ})\,10$ (табл. 2.2).

В этих примерах случайные переменные вычислялись вручную. При машинном моделировании вычисление случайных переменных обеспечивают машинные подпрограммы. В большинстве вычислительных центров в библиотеке программ пользователей имеются генераторы случайных переменных для наиболее распространенных законов распределения. В приложении Б приведено несколько таких Фортран-программ для читателей, которые ранее не имели возможности с ними познакомиться.

При разработке имитационной модели, содержащей стохастические или вероятностные элементы, всегда возникает вопрос, следует ли при методе Монте-Карло применять непосредственно эмпирические данные или же нужно воспользоваться одним из теоретических распределений. Этот вопрос очень важен и фундаментален по трем причинам. Во-первых, при использовании «сырых» эмпирических данных подразумевается, что моделируется только прошлое. Данные, полученные в прошлом году, строго говоря, отображают лишь тогдашнее поведение системы; возможными событиями

Таблица 2.2

Метод Монте-Карло для нормального распределения $\mu=100$, $\sigma=10$

Нормальное случайное число	Вычисление	x
0,90	$100+10\cdot0{,}90$	109,0
1,17	$100+10\cdot1{,}17$	111,7
—1,50	$100+10\cdot(-1{,}50)$	84,9
—0,69	$100+10\cdot(-0{,}69)$	93,1
1,37	$100+10\cdot1{,}37$	113,7

оказываются только те, что уже произошли. Следовательно, необходимо предположить, что основная форма распределения вероятностей останется неизменной во времени и что его особенности, относящиеся к определенному периоду времени, будут повторяться. Во-вторых, использование теоретического распределения в большинстве случаев дает лучшие результаты с точки зрения затрат машинного времени и требуемого объема памяти ЭВМ. В-третьих, при использовании теоретического распределения гораздо легче изменять параметры генератора случайных чисел, когда требуется проверить чувствительность модели или «проиграть» на ней различные возможные ситуации.

Мы убеждены, что, если есть возможность использовать теоретические распределения, модель, как правило, получается более полезной. Поэтому целесообразно сразу же, пользуясь одним из методов, рассматриваемых в разд. 2.12 и 2.13, проверить, не согласуются ли имеющиеся эмпирические данные с известным распределением (на статистически приемлемом доверительном уровне). Если да, то следует воспользоваться теоретическим распределением.

2.10. Задача о пьяном прохожем

В целях иллюстрации метода рассмотрим классическую задачу о пьяном прохожем, которую называют еще задачей о случайном блуждании. Предположим, что пьяный, стоя на углу улицы, решает прогуляться, чтобы разогнать хмель. Пусть вероятности того, что, достигнув очередного перекрестка, он пойдет на север, юг, восток или запад, одинаковы. Какова вероятность того, что, пройдя 10 кварталов, пьяный окажется не далее двух кварталов от места, где он начал прогулку?

Начнем с того, что обозначим местоположение пьяного на каждом перекрестке двумерным вектором (X, Y), где X — направление

с востока на запад и Y — направление с севера на юг. Каждое перемещение на один квартал к востоку соответствует приращению X на 1, а каждое перемещение на один квартал к западу — уменьшению X на 1. Подобным же образом при передвижении

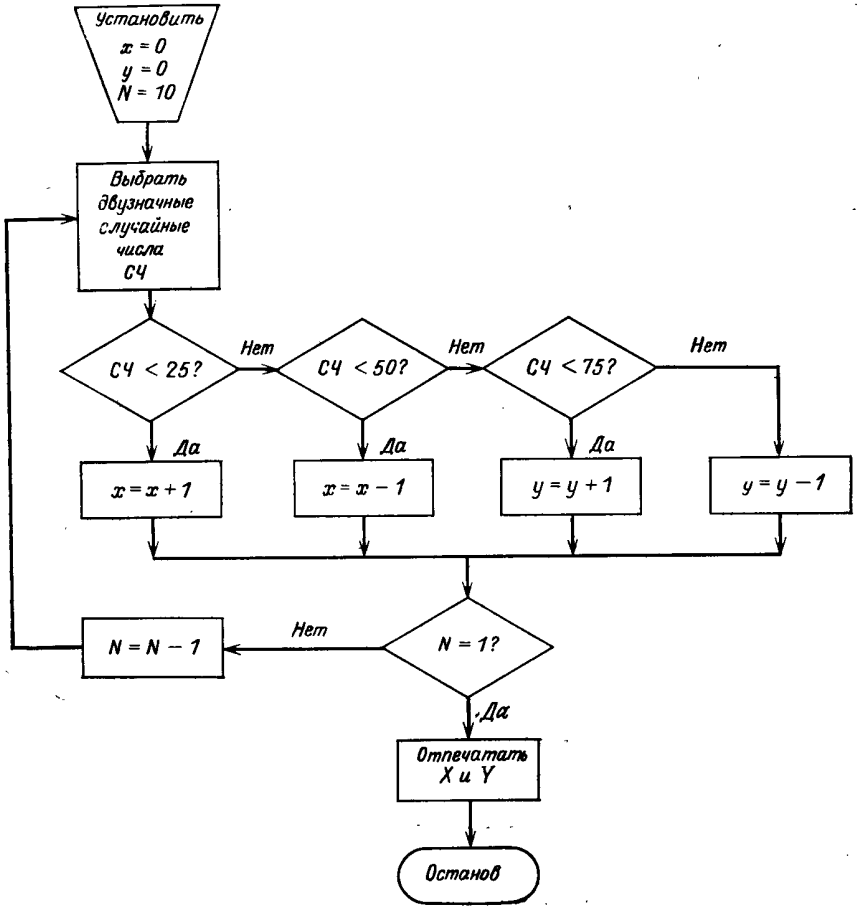


Рис. 2.16. Органиграмма модели поведения пьяного прохожего.

пьяного на один квартал к северу Y увеличивается на 1, а на один квартал к югу Y уменьшается на 1. Теперь, если мы обозначим начальное положение (0, 0), то на каждом этапе прогулки будем точно знать, где находится пьяный относительно этого начального положения. Если в конце прогулки протяженностью в 10 кварталов окажется, что сумма абсолютных значений X и Y больше 2, то,

Таблица 2.3

Результаты моделирования поведения пьяного прохожего

Пройдено кварталов	Опыт 1		Опыт 2		Опыт 3		Опыт 4		Опыт 5	
	СЧ	местоположение	СЧ	местоположение	СЧ	местоположение	СЧ	местоположение	СЧ	местоположение
1	73	0, 1	10	1, 0	05	1, 0	06	1, 0	64	0, 1
2	21	1, 1	89	1, —1	88	1, —1	95	1, —1	76	0, 0
3	45	0, 1	14	2, —1	10	2, —1	04	2, —1	79	0, —1
4	76	0, 0	81	2, —2	04	3, —1	67	2, 0	54	0, 0
5	96	0, —1	30	1, —2	48	2, —1	51	2, 1	28	—1, 0
6	94	0, —2	91	1, —3	19	3, —1	95	2, 0	05	0, 0
7	53	0, —1	06	2, —3	44	2, —1	73	2, 1	71	0, 1
8	57	0, 0	38	1, —3	21	3, —1	10	3, 1	75	0, 0
9	96	0, —1	79	1, —4	95	3, —2	76	3, 0	53	0, 1
10	43	—1, —1	43	0, —4	11	4, —2	30	2, 0	29	—1, 1
Успешно?	Да		Нет		Нет		Да		Да	

следовательно, наш пьяный ушел от начальной точки больше чем на два квартала.

Поскольку мы условились, что на любом перекрестке (включая начальную точку) вероятность дальнейшего движения в любом направлении одинакова, для каждого направления эта вероятность должна быть равна 0,25. Поэтому, чтобы решить, в каком направлении герой эксперимента пойдет дальше, возьмем ряд двузначных случайных чисел (по одному на каждый перекресток). Условимся, что, если случайное число лежит в пределах от 00 до 24, пьяный пойдет на восток, и мы увеличим X на 1; если от 25 до 49, он пойдет на запад, и мы уменьшим X на 1; если от 50 до 74, он пойдет на север, и мы увеличим Y на 1; наконец, если случайное число лежит в пределах от 75 до 99, пьяный пойдет на юг, и мы уменьшим Y на 1. На рис. 2.16 показана органиграмма нашей модели, а в табл. 2.3 приведены результаты моделирования для пяти опытов. Очевидно, для получения хорошей оценки фактической вероятности того, что прогулка завершится не далее двух кварталов от начальной точки, пяти опытов недостаточно; вопрос о правильном выборе объема выборки рассматривается в гл. 5.

2.11. Идентификация закона распределения

Если некоторые из элементов системы ведут себя стохастически, то в процессе обычного моделирования несколько раз возникает проблема: как проверить совместимость экспериментальных дан-

ных с некоторым теоретическим распределением? Иначе говоря, возникает вопрос: соответствует ли частота наблюдаемых мною выборочных значений той частоте, с которой они должны бы появляться при некотором вероятностном распределении, отвечающем определенному теоретическому закону? Если частота наблюдаемых событий (значений измеряемой величины) близка к вели-

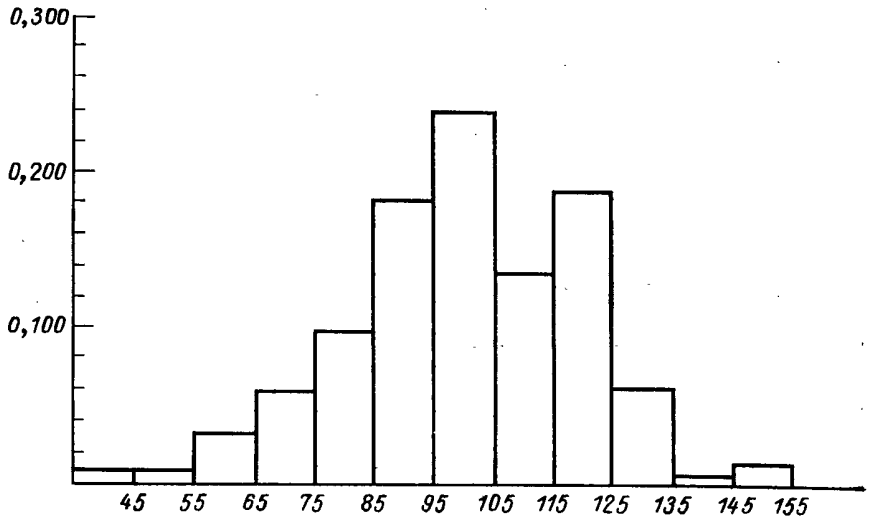


Рис. 2.17. Гистограмма для данных табл. 2.4.

чине, предсказываемой теорией, то в дальнейшем можно строить модель исходных или ожидаемых событий на основе теоретического распределения.

Обычно мы не в состоянии высказать разумную догадку (гипотезу) относительно распределения случайной переменной, пока не соберем и не проанализируем достаточное количество относящихся сюда объективных (учетных или экспериментальных) данных. Собранные данные обычно суммируют в виде распределения относительных частот (гистограммы); такая гистограмма приведена на рис. 2.17. Если мы имеем дело с дискретной переменной, то записываем частоты появления каждого из ее возможных значений. Если переменная непрерывная, разбиваем весь диапазон ее значений на равные интервалы (группы) и записываем частоты появления каждой группы. Число групп обычно берут в пределах от 5 до 20 в зависимости от конкретных данных. Тогда относительная частота для каждой группы равна частному от деления наблюдаемого числа событий данной группы на общее число событий. Табл. 2.4 и рис. 2.17 иллюстрируют порядок такой обработки экспериментальных данных при непрерывной переменной, а табл. 2.5 и рис. 2.18 — при дискретной.

Закончив построение гистограммы, аналитик переходит к подбору подходящего к данному случаю теоретического закона распределения вероятностей; успех этого дела будет во многом зависеть от его здравого смысла и опыта работы. Первый способ — ви-

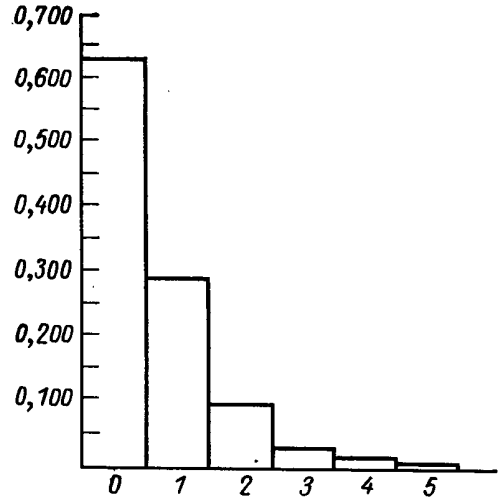


Рис. 2.18. Гистограмма для относительных частот данных табл. 2.5.

зуально сравнить полученную гистограмму с несколькими кривыми теоретических распределений. Так, сравнивая гистограмму рис. 2.18 с теоретическими кривыми, приведенными на рис. 2.19, можно видеть, что она похожа на распределение Пуассона. В то же время гистограмма рис. 2.17 схожа с кривой нормального распределения. Однако такое визуальное сравнение позволяет лишь предположить, к какому теоретическому распределению надо попытаться «подогнать» экспериментальное, и никогда не дает достаточных оснований, чтобы окончательно принять некоторую гипотезу (теоретическое распределение).

После того как аналитик подобрал одно или несколько теоретических распределений (например, нормальное, Пуассона, биномиальное, гамма-распределение и т. д.), с которыми, как он предполагает, можно согласовать экспериментальные данные, ему следует определить параметры распределения, с тем чтобы подверг-

Таблица 2.4

Распределение недельной производительности

Недельная производительность (x)	Частота	$P(x)$
Менее 46	1	0,008
46—55	1	0,008
56—65	3	0,025
66—75	7	0,058
76—85	11	0,092
86—95	21	0,175
96—105	28	0,234
106—115	16	0,134
116—125	22	0,183
126—135	7	0,058
136—145	1	0,008
146 и выше	2	0,017
	120	1,000

Таблица 2.5

Распределение относительных частот телефонных запросов за одночасовой интервал

Число запросов N	Число одночасовых интервалов с N запросами	Относительная частота
0	315	0,619
1	142	0,279
2	40	0,078
3	9	0,018
4	2	0,004
5	1	0,002
	509	1,000

нуть их проверке по статистическим критериям. Если предполагаемое распределение является функцией двух параметров, последние обычно удается оценить на основе выборочного среднего и выборочной дисперсии.

Когда экспериментальные данные разбиты на группы, среднее и дисперсию можно вычислить по формулам

$$\text{Среднее} = \overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} M_i F_i}{n},$$

$$\text{Дисперсия} = s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} M_i^2 F_i - n\overline{X}^2}{n-1},$$

где n — полный объем выборки, $n = \sum_{i=1}^{k} F_i$;

k — число групп (интервалов выборки);

M_i — средняя точка i-го интервала или (для дискретных данных) значение i-й группы;

Таблица 2.6

Вычисление статистических параметров для дискретных данных табл. 2.5

M_i	F_i	M_iF_i	$M_i^2F_i$
0	315	0	0
1	142	142	142
2	40	80	160
3	9	27	81
4	2	8	32
5	1	5	25
	509	262	440

$$\overline{X} = \frac{262}{509} = 0{,}5147$$

$$s^2 = \frac{440 - 509 \cdot 0{,}5147^2}{509-1} = 0{,}6007$$

F_i — частота появления i-й группы или i-го интервала.

Для дискретных данных табл. 2.5 необходимые вычисления сведены в табл. 2.6, а для непрерывных данных табл. 2.4 — в табл. 2.7.

Первоначально мы предположили, что данным табл. 2.5 может соответствовать распределение Пуассона. Из статистики известно, что у этого распределения среднее равно дисперсии (обозначается

λ), а из табл. 2.6 видно, что для экспериментальных данных среднее не равно дисперсии: 0,5147<0,6007. Это могло бы заставить нас отвергнуть гипотезу о том, что экспериментальное распределе-

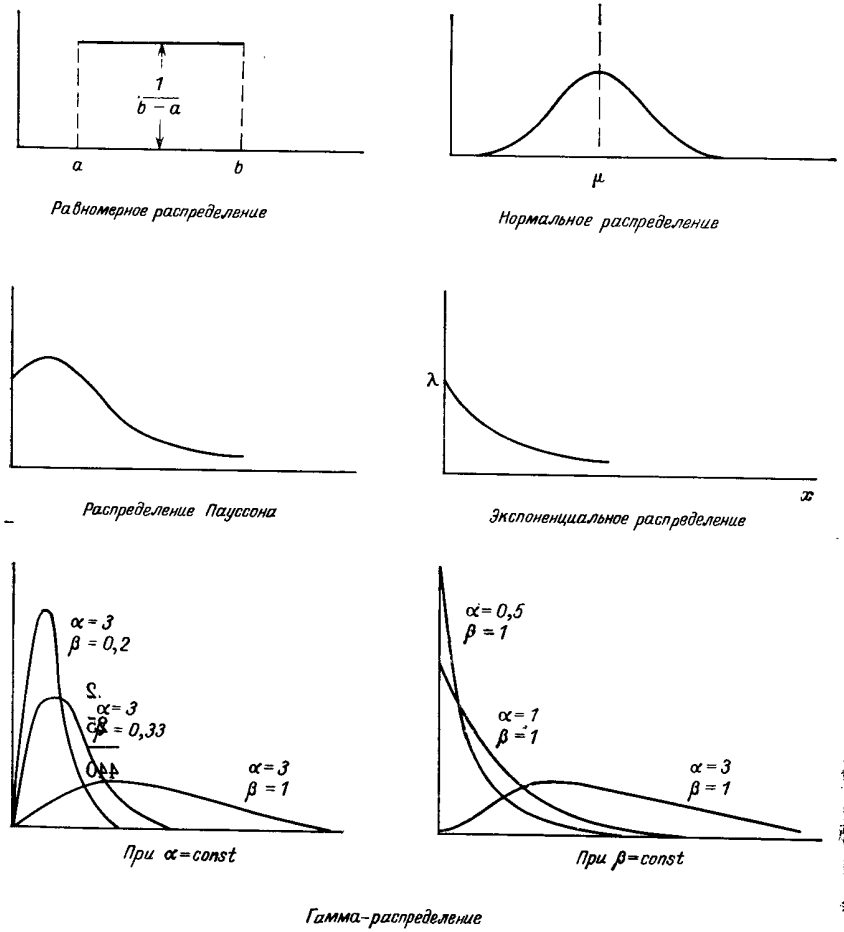


Рис. 2.19. Теоретические кривые распределения вероятностей.

ние пуассоновское. Однако в данном конкретном случае мы имеем как практические, так и теоретические основания не отказываться от этой гипотезы. Когда вероятность некоторого события для ог ного временно́го интервала такая же, как для любого другого, осуществление какого-либо события не оказывает влияния на в роятность его повторного появления, имеется веское основан

Таблица 2.7

Вычисление статистических параметров для непрерывных данных

M_i	f_i	$f_i M_i$	$f_i M_i^2$
40,5	1	40,5	1 640,25
50,5	5	252,5	12 750,25
60,5	3	181,5	10 980,75
70,5	7	493,5	34 791,75
80,5	11	885,5	71 282,75
90,5	21	1 900,5	171 995,25
100,5	28	2 814,0	282 807,00
110,5	16	1 768,0	195 364,00
120,5	22	2 651,0	319 445,50
130,5	7	913,5	119 211,75
140,5	1	140,5	19 740,25
150,5	2	301,0	45 300,50
	120	12 140,0	1 276 110,00

$$\bar{X} = \frac{12\,140}{120} = 101,17$$

$$s^2 = \frac{1\,275\,110 - 120 \cdot 101,17^2}{120 - 1} = 368,88$$

$$s = 19,86$$

2.12. Оценка по критерию согласия «хи-квадрат»

Для статистической оценки гипотезы о том, что совокупность эмпирических, или выборочных, данных незначительно отличается от той, которую можно ожидать при некотором теоретическом за-

коне распределения, мы можем рассмотреть два вида испытаний на соответствие. Одним из параметров, позволяющих оценить расхождение между наблюдаемыми и ожидаемыми частотами, является величина χ^2 (следует читать «хи-квадрат»). Критерий «хи-квадрат» был предложен Пирсоном в 1903 г., хотя полностью этот метод был разработан Фишером, опубликовавшим в 1924 г. соответствующие таблицы критических величин, которые используются в настоящее время. Статистика χ^2 определяется выражением

$$\chi^2=\sum^{k}\frac{(f_0-f_e)^2}{f_e},$$

где f_0 — наблюдаемая частота для каждой группы или интервала;
f_e — ожидаемая частота для каждой группы или интервала;
$\sum^{k}$ — предсказанная теоретическим распределением сумма по всем группам или интервалам.

Если $\chi^2=0$, то наблюдаемые и теоретически предсказанные значения частот точно совпадают; если же $\chi^2>0$, то полного совпадения нет. Чем больше величина χ^2, тем больше расхождение между наблюдаемыми и ожидаемыми значениями. Если $\chi^2>0$, то мы должны сравнить наши расчетные значения с табличными значениями χ^2 (приложение В.3) для того, чтобы оценить, насколько наблюдаемые значения определяются только случайными причинами. Значения статистики χ^2 табулированы для различных чисел степеней свободы и различных уровней доверительной вероятности $1-\alpha$. При практическом использовании этой статистики высказывается так называемая нулевая гипотеза H_0 о том, что между наблюдаемым и ожидаемым теоретическим распределением с теми же параметрами нет значительных расхождений. Если при проверке этой гипотезы расчетная величина χ^2 оказывается больше критического табличного значения (для данного уровня доверительной вероятности и соответствующего числа степеней свободы), то можно заключить, что при данном уровне доверительной вероятности наблюдаемые частоты значительно отличаются от ожидаемых и тогда следовало бы отвергнуть гипотезу H_0.

Применяя метод проверки гипотез по критерию согласия χ^2 следует помнить следующее:

1. Относительные значения частот или их значения, выраженные в процентах, брать нельзя; иными словами, мы должны пользоваться данными прямых наблюдений или абсолютными значениями частот.

2. Значения *наблюдаемых* частот для каждой группы или интервала должны быть равны 5 или более. Если это не так, то смежные группы или интервалы должны объединяться.

3. Число ступеней свободы задается выражением $\nu=k-1-m$, где k — число групп или интервалов и m — число параметров, определяемых опытным путем или на основе выборочных данных для вычисления ожидаемых значений частот.

Пример 2.12.1

Предположим, что мы хотим проверить данные табл. 2.5 на их соответствие распределению Пуассона при доверительном уровне 0,95. Мы знаем, что распределение Пуассона выражается формулой

$$P\{x=n\}=Px\,(n)=\frac{\lambda^n e^{-\lambda}}{n!},$$

где $P\{x=n\}$ — вероятность наступления n событий; $e=2{,}71828$;
λ — положительная константа (которая одновременно является и средним значением, и дисперсией).

В предыдущем разделе мы подсчитали, что в нашем случае $\lambda=0{,}5577$; поэтому гипотеза H_0 формулируется следующим образом: не имеется существенных различий между наблюдаемыми данными и данными, которые получаются из распределения Пуассона с математическим ожиданием, или средним, $\lambda=0{,}5577$. Взяв в формуле распределения Пуассона это значение λ и затем подставив последовательно $n=0$, $n=1$, $n=2$ и т. д., мы получим данные, представленные в табл. 2.8.

Таблица 2.8

Расчетные величины χ^2 для табл. 2.5

n	$P(n)$	f_e		f_0		$\frac{(f_0-f_e)^3}{f_e}$
0	0,571	291		315		1,98
1	0,319	162		142		2,47
2	0,089	45		40		0,56
3	0,017	9		9		
4	0,003	1	11	2	12	0,09
5	0,001	1		1		
	1,000	509		509		5,10

Для получения f_e мы умножаем соответствующую величину $P(n)$ на 509. Наша расчетная величина $\chi^2=5{,}10$. Подыскивая критическое значение величины χ^2 из приложения В.3 для доверительного уровня 0,95 и числа степеней свободы $4-1-1=2$, находим $\chi^2=5{,}99$. Следовательно, поскольку расчетная величина χ^2 мень-

ше табличного критического значения χ^2, мы не отбрасываем гипо-тезу H_0. Последние три группы значений в нашем расчете были объединены с тем, чтобы получить значение частоты, по крайней мере равное 5 в каждой группе; таким образом, вместо исходных 6 групп мы получили 4. Точно так же при определении числа степеней свободы мы уменьшили его на единицу потому, что для расчета ожидаемой частоты использовалась величина λ, полученная из данных наблюдения.

Пример 2.12.2.

Предположим, что у нас есть генератор случайных чисел, который выдал 500 цифр, распределенных по случайному закону, причем зарегистрированная нами частота их появления представлена в табл. 2.9. Если бы цифры генерировались действительно по случайному закону, то мы могли бы ожидать, что каждая цифра появится около 50 раз. Используя уровень значимости 0,99, проверим, насколько полученные результаты соответствуют равномерному распределению. Ход расчетов иллюстрируется табл. 2.9

Таблица 2

Расчет величины χ^2 по данным примера 2.12.2

Цифра	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Всего
Наблюдавшиеся частоты	62	58	36	28	40	70	60	40	72	34	500
Ожидаемые частоты	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	500
χ^2	2,88	1,28	3,92	9,68	2,00	8,00	2,00	2,00	9,68	5,12	46

Табличная величина $\chi^2=21,7$ для $\nu=10-1=9$ и $\alpha=0,01$
Поскольку $\chi^2_{расч} > \chi^2_{табл}$, гипотеза H_0 отвергается

2.13. Критерий Колмогорова — Смирнова

Еще один широко используемый критерий для статистической проверки гипотез был предложен Смирновым в 1939 г. и в дальнейшем развит самим автором и Колмогоровым.

Он применяется в тех случаях, когда проверяемое распределение непрерывно и известны среднее и дисперсия совокупности. Таблица его критических значений была опубликована Смирновым в 1948 г. и многократно переиздавалась [18]. Подобно критерию χ^2 критерий Колмогорова — Смирнова может быть использован

для проверки соответствия между распределением совокупности эмпирических данных и некоторым конкретным теоретическим распределением. Проверка осуществляется путем задания интегральной функции, следующей из теоретического распределения, и ее сравнения с интегральной функцией распределения эмпирических данных.

Сравнение основывается на выборочной группе, в которой экспериментальное распределение имеет наибольшее абсолютное отклонение от теоретического. Далее эта абсолютная разность сопоставляется с критическими значениями (см. приложение В.2) с целью определения, может ли такое отклонение быть случайным при данном законе распределения.

Пример 2.13.1

Для иллюстрации возьмем данные табл. 2.5, которые мы уже проверяли по критерию χ^2 на соответствие распределению Пуассона (пример 2.12.1). Ранее мы вычислили для этой совокупности данных $\lambda=0,5577$. Гипотеза H_0 состоит в том, что не имеется существенных различий между наблюдаемыми данными и теми, которые должны получаться в случае распределения Пуассона, со средним значением 0,5577 и $n=509$. Прежде всего мы должны получить два интегральных распределения — из наблюдаемых данных и из теоретического распределения — и найти абсолютные разности для всех групп значения случайной величины. Это выполнено в табл. 2.10.

Таблица 2.10

Вычисления при использовании критерия Колмогорова—Смирнова

Число запросов	I Наблюдаемая частота	II Наблюдаемая вероятность	III Теоретическая вероятность	IV Интегральная вероятность II	V Интегральная вероятность III	VI Абсолютная разность (IV—V)
0	315	0,619	0,571	0,619	0,571	0,048
1	142	0,279	0,319	0,898	0,890	0,008
2	40	0,078	0,089	0,976	0,979	0,003
3	9	0,018	0,017	0,994	0,996	0,002
4	2	0,004	0,003	0,998	0,999	0,001
5	1	0,002	0,001	1,000	1,000	0,000

В табл. 2.10 наибольшая абсолютная разность 0,048 получается в группе, соответствующей нулевому числу запросов. Именно эту разность надо сравнить с критическим значением, найденным по

приложению В.7. Из этой таблицы видно, что при $n=509$ и $\alpha=0{,}05$ критическое значение

$$D_{\text{крит}}=\frac{1{,}36}{\sqrt{n}}=\frac{1{,}36}{\sqrt{509}}=\frac{1{,}36}{22{,}56}=0{,}0603.$$

Поскольку наша наибольшая разность 0,048 меньше критического значения, мы не отказываемся от гипотезы о том, что экспериментальное распределение пуассоновское.

Естественно, возникает вопрос, когда следует пользоваться критерием χ^2, а когда критерием Колмогорова — Смирнова. При относительно малых объемах выборок критерий χ^2 вообще неприменим и следует пользоваться критерием Колмогорова—Смирнова. К тому же, когда объем выборки настолько мал, что для пользования критерием χ^2 приходится объединять соседние группы, мощность этого критерия в какой-то степени снижается. Однако, если объем выборки велик, предпочтителен, по всей вероятности, критерий χ^2.

Каждый из критериев имеет свои сильные и слабые стороны и относительно выбора между ними можно дать лишь самые общие указания. Критерий χ^2 очень мощен для больших выборок ($n\geqslant 100$); что же касается критерия Колмогорова — Смирнова, то хотя некоторые авторы указывают, что получали с ним хорошие результаты лишь для $n\geqslant 30$, нет достаточных оснований против применения этого критерия и при $99\geqslant n\geqslant 10$. При объеме выборки меньше 10 лучшие результаты дает, пожалуй, критерий Крамера — фон Мизеса [15]. При использовании как критерия χ^2, так и критерия Колмогорова — Смирнова аналитик имеет возможность задать число групп, или интервалов, выборки. Правильный выбор этого числа имеет большое значение, так как оно определяет число степеней свободы при пользовании критерием, а вообще говоря, чем больше это число, тем надежнее критерий различает характер распределения. В случае критерия χ^2 число групп часто определяется из условия, чтобы в каждую группу попало не менее пяти экспериментальных точек. В то же время в случае использования критерия Колмогорова — Смирнова данные можно как группировать, так и относить каждое наблюдение к отдельной группе; последнее условие открывает возможность эффективного анализа при малых выборках. Тем, кто более глубоко знаком с моделированием, можно порекомендовать монографию Филлипса [15]. В этой работе описывается машинная программа, написанная на универсальном языке Фортран IV и позволяющая быстро проверить любое семейство из n наблюдений на согласие с десятью наиболее распространенными теоретическими функциями плотности вероятности по критериям Колмогорова — Смирнова, Крамера — фон Мизеса и моментов (для случая нормального распределения). Помимо этих критериев, программа позволяет, если

это необходимо, вычислять статистические параметры и печатать гистограммы. Эта весьма совершенная машинная программа дает аналитику возможность очень быстро и эффективно при минимальной затрате труда находить распределение, которое наилучшим образом согласуется с экспериментальным.

2.14. Подбор кривых

Во многих подсистемах имеет место функциональная связь между двумя или более переменными, и желательно эту связь выявить. Иногда это бывает просто, поскольку связь легко обнаруживается или заранее известна; однако гораздо чаще функциональная связь чрезвычайно сложна или совершенно не известна. В последнем случае мы можем столкнуться с необходимостью ввести некоторую гипотезу о характере функциональной зависимости, т. е. аппроксимировать ее некоторым относительно простым математическим выражением, например линейным выражением или многочленом. Для поиска таких математических функциональных или структурных зависимостей между двумя или более переменными по накопленным экспериментальным данным весьма полезны методы *регрессионного* и *корреляционного анализа*. Регрессионный анализ дает возможность построить, исходя из имеющейся совокупности экспериментальных данных, уравнение, вид которого задает аналитик, а корреляционный анализ позволяет судить о том, насколько хорошо экспериментальные точки согласуются с выбранным уравнением («ложатся» на соответствующую кривую).

Первым шагом при выводе уравнения, аппроксимирующего требуемую зависимость, является сбор данных, отражающих соответствующие значения рассматриваемых переменных. Пусть, например, мы предполагаем, что выход химического процесса является функцией количества катализатора, вводимого в реактор. Обозначим через y величину выхода и через x количество вводимого катализатора. Тогда из данных, регистрировавшихся прежде или полученных в результате специального эксперимента, можно взять выборку объемом N значений $x_1, x_2, \ldots, x_N$ и N соответствующих значений $y_1, y_2, \ldots, y_N$.

Следующим шагом будет нанесение этих точек (x_1, y_1), (x_2, y_2), ..., (x_N, y_N) на график в прямоугольной системе координат. В результате мы получим так называемую *диаграмму разброса*, из которой часто удается чисто визуальным способом найти плавную кривую, аппроксимирующую функциональную зависимость. Например, из графика на рис. 2.20 видно, что экспериментальные точки хорошо ложатся на прямую линию. В то же время точки, нанесенные на рис. 2.21, по-видимому, лучше ложатся на некоторую кривую.

Задача нахождения для аппроксимирующих кривых таких урав
нений, которые наилучшим образом отображают данную совокуп
ность экспериментальных точек, условно называется задачей *под
гонки кривых* по точкам. Прежде всего аналитик должен выбрат
вид кривой, для которой он будет искать аппроксимирующее урав
нение. Ниже мы приводим для справок несколько наиболее рас
пространенных видов аппроксимирующих кривых и соответствую
щих им уравнений (x — независимая переменная; y — зависима

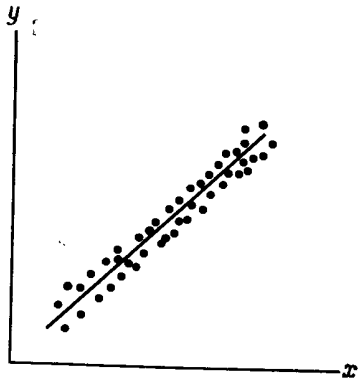


Рис. 2.20.

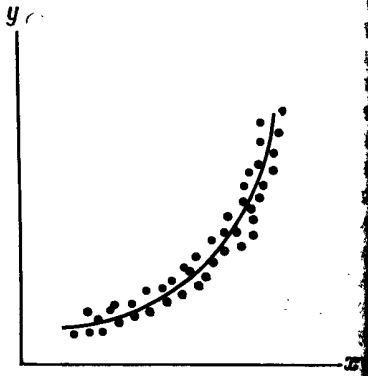


Рис. 2.21.

переменная; остальные буквы и цифры относятся к константа
или параметрам кривых):

1) $y=a_0+a_1x$ — прямая линия
2) $y=a_0+a_1x+a_2x^2$ — квадратная парабола
3) $y=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3$ — кубическая парабола
4) $y=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+a_4x^4$ — парабола четвертой ст
пени
5) $y=a_0+a_1x+a_2x^2+\ldots+a_nx^n$ — парабола n-й степени
6) $y=1/(a_0+a_1x)$, или $1/y=a_0+a_1x$ — гипербола
7) $y=ab^x$, или $\lg y=a_0+a_1x$ — экспонента
8) $y=a_0+a_1\lg x$ — логарифмическая крив
9) $\lg y=a_0+a_1\lg x$ — кубическая логарифми
ская кривая

Могут найти применение, разумеется, и кривые многих друг
видов. Чтобы решить, какую аппроксимацию использовать, сл
дует изучить диаграмму разброса и сравнить ее форму с форм
нескольких кривых, соответствующих различным уравнения
форма некоторых из них показана на рис. 2.22. Иногда быва
полезно также исследовать диаграмму разброса, преобразовав п

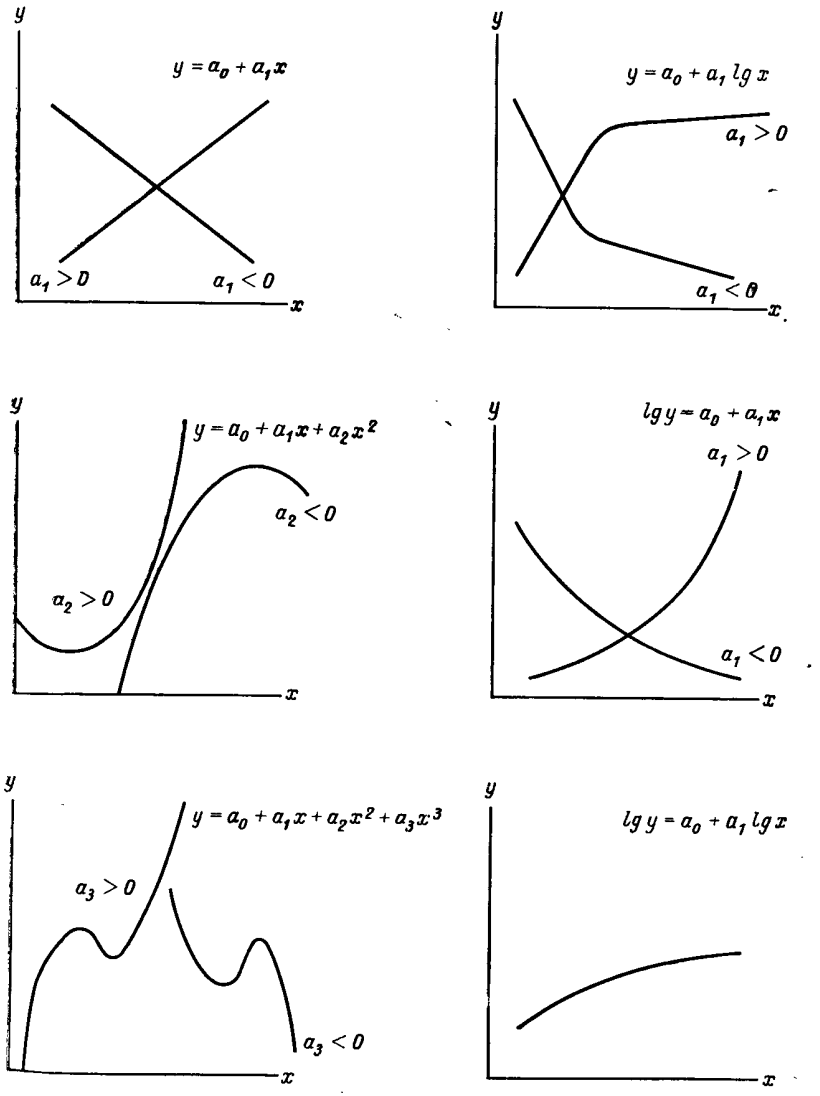


Рис. 2.22. Различные виды регрессионных кривых.

ременные. Для этого можно воспользоваться специальной полуло-
гарифмической или логарифмической сеткой, на которой соответ-
ственно масштаб по одной или обеим осям координат выбран ло-
гарифмическим. При этом, например, если диаграмма разброса

в системе координат x—$\lg y$ оказывается линейной, следует воспользоваться уравнением экспоненты (см. п. 7 выше). Подобным же образом, если диаграмма линейна в масштабе $\lg x - \lg y$, следует взять аппроксимирующее уравнение кубической логарифмической кривой (см. п. 9 выше).

Прежде чем идти дальше, определим, что следует понимать под «наилучшей» подгонкой кривой. Прежде всего попробуем про-

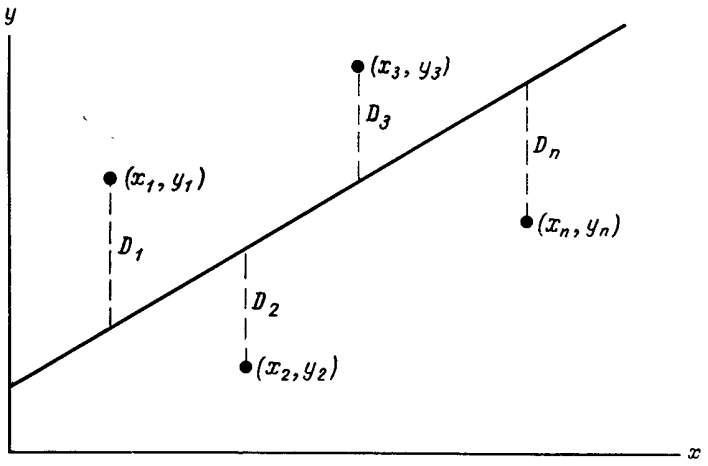


Рис. 2.23.

сто положиться на наш здравый смысл. Наложим на диаграмму разброса лекало или гибкую линейку и попытаемся провести кривую так, чтобы она проходила «посередине», т. е. чтобы все точки, не попавшие на кривую, были от нее на одинаковом минимальном расстоянии. Недостаток этого способа заключается в том, что каждый аналитик будет получать свои собственные кривые и аппроксимирующие их уравнения. Поэтому хотелось бы выработать такой критерий «наилучшего приближения», который был бы объективен, отвечал нашему интуитивному понятию приемлемого и имел сравнительно простое математическое представление.

Наиболее часто здесь используется так называемый *метод наименьших квадратов,* который, по существу, просто формализует процедуру подбора аппроксимирующей кривой на глаз, когда мы стремимся свести к минимуму отклонения экспериментальных точек от подбираемой кривой. Поясним это примером. На рис. 2.23, где через (x_1, y_1), (x_2, y_2), ..., (x_n, y_n) обозначены координаты экспериментальных точек, для любого заданного x, скажем x_1, будет иметь место разница между y_1 и соответствующим значением, получающимся по теоретической кривой. Обозначим эту разницу

символом D_1 и будем называть ее отклонением. Это отклонение может быть положительным, отрицательным или нулевым. Соответственно для каждой из экспериментальных точек можно вычислить значения отклонений D_2, ..., D_N. Тогда мерой качества приближения кривой к экспериментальным данным можно считать сумму абсолютных отклонений, т. е. $|D_1|+|D_2|+...+|D_N|$. Поскольку отклонения могут быть положительными или отрицательными, с математической точки зрения проще возвести их значения в квадрат и в дальнейшем иметь дело с квадратичными отклонениями. Сумма последних, очевидно, даст такую же хорошую меру качества приближения. Будем поэтому считать, что из всех возможных аппроксимирующих кривых кривой наилучшего приближения для данной совокупности экспериментальных точек будет та, для которой сумма $D_1^2+D_2^2+...+D_N^2$ минимальна. Так определяется критерий наилучшего приближения по методу наименьших квадратов.

2.15. Регрессионный анализ

Математический метод, обеспечивающий такую подгонку выбранной кривой, при которой экспериментальные точки ложатся на нее наилучшим образом в смысле критерия наименьших квадратов, называется регрессионным анализом. Общий вид кривой наилучшего приближения аналитик должен выбрать по результатам изучения диаграммы разброса. Используемый в дальнейшем математический аппарат должен обеспечивать наилучшее приближение кривой к экспериментальным данным независимо от того, насколько хорошо выбран вид кривой. Под приближением кривой к экспериментальным данным мы понимаем только процесс вычисления значений констант или параметров таким образом, чтобы сумма квадратичных отклонений была минимальной. Аналитик должен предварительно выбрать наилучшее аппроксимирующее уравнение.

Детальное описание регрессионного анализа выходит за рамки данной книги. Его исчерпывающее рассмотрение можно найти у Езекиэла и Фокса [11], Дрейпера и Смита [10] и во многих других превосходных работах. Мы здесь ограничимся обсуждением простейшего случая, когда ожидается, что y является линейной функцией одной переменной x.

Основная модель линейного соотношения между зависимой переменной y и независимой переменной x дается уравнением

$$y = a_0 + a_1 x + \varepsilon, \tag{2.1}$$

где a_0 — начальное значение y;
a_1 — тангенс угла наклона прямой;
ε — случайная ошибка.

Величины a_0 и a_1 неизвестны. Если мы имеем совокупность данных, состоящую из соответствующих значений x и y, оценки a_0 и a_1 необходимо получить из этих данных. Для этого будем пользоваться следующими уравнениями:

$$a_0 = \frac{(\Sigma y)(\Sigma x^2) - (\Sigma x)(\Sigma xy)}{n\Sigma x^2 - (\Sigma x)^2}. \qquad (2.2)$$

$$a_1 = \frac{n\Sigma xy - (\Sigma x)(\Sigma y)}{n\Sigma x^2 - (\Sigma x)^2}. \qquad (2.3)$$

Пример 2.15.

Пусть мы имеем четыре экспериментальные точки ($n=4$) и хотим получить линейную аппроксимацию этой совокупности данных. Соответствующие вычисления приведены в табл. 2.11.

Таблица 2.11

Линейная аппроксимация экспериментальных даиных

		x^2	xy
	0	0	0
	2	4	8
	2	4	6
	5	9	15
Суммы	7	17	29

$$a_0 = \frac{13 \cdot 29 - 7 \cdot 29}{4 \cdot 17 - 7^2} = \frac{221 - 203}{68 - 49} = 0{,}947$$

$$a_1 = \frac{4 \cdot 29 - 7 \cdot 13}{4 \cdot 17 - 7^2} = \frac{116 - 91}{68 - 49} = 1{,}316$$

Следовательно, $y = 0{,}947 + 1{,}316\,x$

2.10. Корреляция

Мы должны осознавать тот факт, что наилучшее приближение нашей прямой (или кривой) к экспериментальным данным вовсе не означает, что реально существующая физическая зависимость наилучшим образом описывается аппроксимирующим уравнением, соответствующим именно этой прямой. Математические операции всегда лишь приводят к значениям параметров, обеспечивающим наилучшее (в смысле критерия наименьших квадратов) приближение к уравнению выбранного вида. Наглядный этому пример дает рис. 2.24: мы видим, что экспериментальные данные здесь во-

все не соответствуют линейной зависимости, хотя прямая подобрана так, что обеспечивает наилучшее приближение к этим данным.

Для оценки того, насколько хорошо наша прямая (и соответствующее ей уравнение) в действительности согласуется с экспериментальными данными, необходимо ввести понятие *корреляции*. Это понятие дает возможность судить о том, насколько тесно ложатся экспериментальные точки на аппроксимирующую кривую. Если регрессия определяет предполагаемое соотношение между

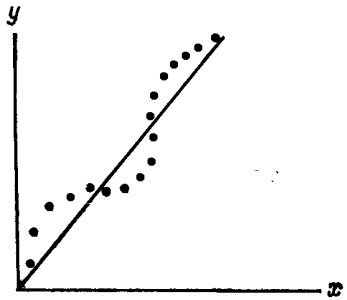


Рис. 2.24.

переменными, то корреляция показывает, насколько хорошо это соотношение отражает действительность. Сильная корреляция между переменными означает, что их изменения взаимосвязаны (рис. 2.25), однако необходимо иметь в виду, что это еще не доказывает наличия причинно-следственной связи между переменными. При регрессионном анализе предполагается наличие причинно-следственной связи между зависимой и независимой переменными: при корреляционном анализе такое допущение не делается.

Часто рассказывают историю об одном государственном деятеле, который обнаружил, что в его государстве имеется весьма сильная корреляция между ростом продажи пива и увеличением доходов школьных учителей. Отсюда он сделал вывод, что не следует повышать учителям зарплату, так как они начнут потреблять больше пива. По всей вероятности, он мог бы обнаружить столь же сильную корреляцию между ростом зарплаты учителей и ростом преступности, числа незаконнорожденных и инфляции. Фактически он мог бы найти сильную корреляцию и связать регрессионной кривой любые два явления, которые возрастают более или менее одинаковым образом.

В этом шутливом примере существенно то, что аналитик принял допущение (гипотезу) о наличии причинно-следственной свя-

зи между явлениями, какое делается при регрессионном анализе. Но в данном случае это допущение может и не быть правильным. Корреляция говорит лишь о том, насколько тесно экспериментальные точки ложатся на аппроксимирующую кривую. Но она не может сказать, справедливо ли основное допущение о наличии

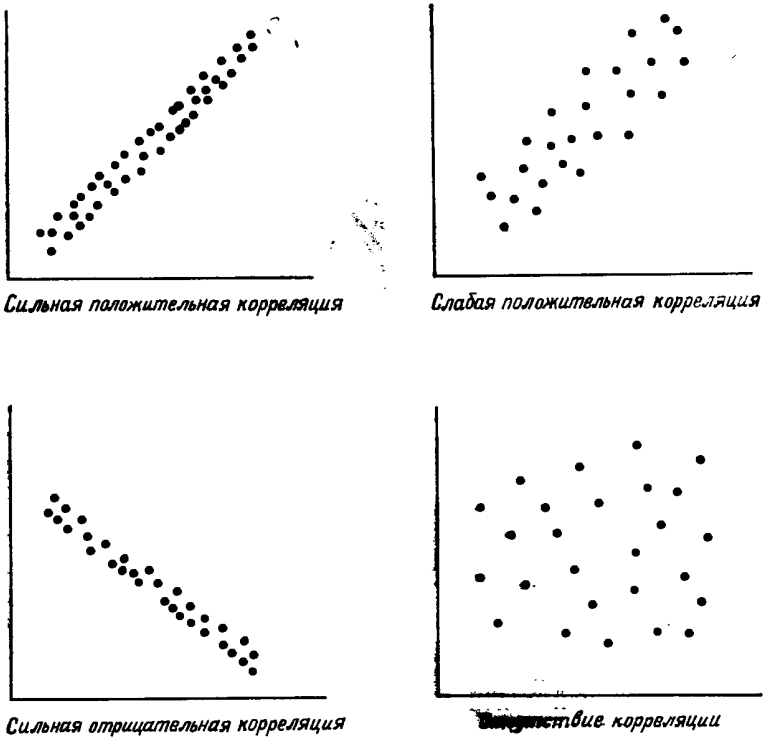


Рис. 2.25.

причинно-следственной связи. Корреляционный анализ показывает лишь степень соответствия данных принятой гипотезе.

Коэффициент корреляции лежит в пределах от —1 до +1. Коэффициент —1 соответствует максимальной отрицательной корреляции, когда y уменьшается с увеличением x, а все экспериментальные точки лежат точно на кривой. Коэффициент 0 соответствует полному отсутствию корреляции, а коэффициент +1 — максимальной положительной корреляции. Все эти крайние случаи встречаются очень и очень редко; обычно коэффициент корреляции имеет некоторое дробное значение, и его еще следует проверить на статистическую значимость.

Для случая простой линейной регрессионной задачи (т. е. для случая, когда имеются одна зависимая и одна независимая переменные, связанные между собой линейно) коэффициент корреляции r вычисляется по формуле

$$r=\frac{n\Sigma XY-(\Sigma X)(\Sigma Y)}{\sqrt{[n\Sigma X^2-(\Sigma X)^2][n\Sigma Y^2-(\Sigma Y)^2]}}, \tag{2.4}$$

Пример 2.16.1

Используя данные из примера 2.15.1, мы можем вычислить коэффициент корреляции так, как это показано в табл. 2.12.

Таблица 2.12

	X	Y	XY	X^2	Y^2
	0	1	0	0	1
	2	4	8	4	16
	2	3	6	4	9
	3	5	15	9	25
Суммы	7	13	29	17	51

$$r=\frac{4\cdot 29-7\cdot 13}{\sqrt{(4\cdot 17-7^2)(4\cdot 51-13^2)}}$$

$$=\frac{25}{\sqrt{19\cdot 35}}=\frac{25}{25{,}8}=0{,}969$$

Общий разброс Y определяется как $\Sigma(Y-\bar{Y})^2$, т. е. равен сумме квадратов отклонений Y от среднего значения $\bar{Y}$. Отношение этой величины разброса, обусловливаемой нашим регрессионным уравнением, к общему наблюдаемому разбросу называется коэффициентом детерминации [1] и равно квадрату коэффициента корреляции. Таким образом, для предыдущего примера, в котором мы вычислили $r=0{,}969$, коэффициент детерминации $r=0{,}969^2=0{,}939$. Это значит, что в 93,9% случаев отклонение Y при изменениях X соответствует выведенному нами уравнению

$$Y=0{,}947+1{,}316X.$$

2.17. Нелинейные и многомерные задачи

Поскольку наша цель — рассказать об искусстве имитационного моделирования, а не о статистике, мы ограничили изложение

[1] Другое название этого показателя — «коэффициент смешанной корреляции». — *Прим. ред.*

материала этой главы и соответствующие примеры простейшими случаями. Те же основные идеи и концепции применимы в ситуациях, когда ожидаемые соотношения нелинейны и (или) когда число независимых переменных больше одной. Ясно, что математические выражения в линейном и (или) многомерном регрессионном и корреляционном анализе гораздо более сложны и к тому же лежат за пределами главной темы этой книги. Многие вычислительные центры имеют в своих библиотеках для пользователей очень хорошие подпрограммы для выполнения этих сложных вычислений. Написанные на Фортране машинные программы для многомерной линейной регрессии и криволинейной регрессии читатель может найти в книге Бэрти [4]. Другие программы можно получить по номинальной цене в Информационно-управляющем центре программного обеспечения COSMIC, который находится в Университете шт. Джорджия (г. Атенс). Детальное рассмотрение теории и практики регрессионного и корреляционного анализа можно найти в двух ранее упоминавшихся работах [10, 11], а также в большинстве хороших руководств по прикладной статистике.

Мы отложим рассмотрение вопроса о доверительных границах и статистической проверке различных коэффициентов до гл. 6, где дается более глубокий анализ методов контроля статистической достоверности.

2.18. Экспертные оценки

Когда нет возможности определить значения тех или иных параметров экспериментально или из ранее зарегистрированных данных, приходится полагаться на субъективные оценки. В подобных случаях чаще всего желательно воспользоваться мнением коллектива экспертов, а не отдельного лица. Такой коллектив должен состоять из специалистов, обладающих глубокими знаниями моделируемого процесса и по возможности облеченных правом принимать ответственные решения. Выявление индивидуальных точек зрения и формирование на их основе единого мнения коллектива экспертов можно осуществлять несколькими методами, но, пожалуй, самым полезным из них является метод Дельфы[1].

Метод Дельфы был разработан в корпорации РЭНД Хелмером и Далки [9]. Это итерационная процедура, которая позволяет подвергать мнение каждого эксперта критике со стороны всех остальных, не заставляя их фактически сталкиваться лицом к лицу. Идея метода заключается в том, чтобы создать механизм, обеспечивающий сохранение анонимности точек зрения отдельных лиц и тем самым свести к минимуму влияние красноречивых и обладающих даром убеждать личностей на поведение группы в целом. Все взаимодействия между членами группы находятся под контролем со стороны координатора или руководящего звена, направляющего всю деятельность группы. Координатор регулирует процедуру анализа мнений и сохраняет их анонимность. Групповая оценка вычисляется им путем некоторого усреднения (обычно посредством нахождения среднего значения, или медианы) и доводится до сведения всех членов группы.

[1] Этот метод назван по имени греческого города Дельфы, где в античные времена жил оракул, славившийся своими предсказаниями. — *Прим. ред.*

Рассмотрим в качестве примера распространенную задачу определения значения некоторого числа N. Пусть в группе экспертов будет 12 членов. Метод Дельфы имеет несколько вариантов, и мы могли бы выбрать следующий способ действий:

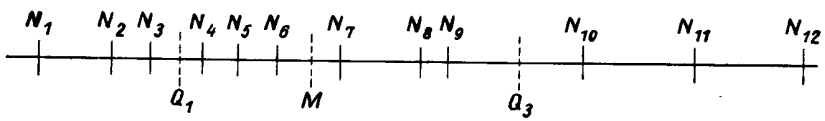


Рис. 2.26. Результаты оценок по методу Дельфы.

1. Опросить каждого члена группы по отдельности, какова его оценка числа N.

2. Расположить ответы на общей шкале в порядке возрастания значений и определить квартили Q_1, M и Q_3 таким образом, чтобы в каждом из четырех отрезков шкалы содержалась четвертая часть всех оценок. Результат при 12 членах группы будет выглядеть так, как это показано на рис. 2.26.

3. Сообщить каждому из членов группы значения Q_1, M и Q_3 и попросить его пересмотреть свою оценку, а если его новая оценка выше Q_3 или ниже Q_1, попросить его кратко обосновать свое мнение.

4. Подсчитать результаты второго тура и сообщить членам группы новые значения Q_1, M и Q_3 (обычно эти значения будут иметь меньшую дисперсию, чем после первого тура) вместе с письменными обоснованиями предельных значений (обязательно сохраняя анонимность мнений). Попросить каждого из представивших письменные ответы учесть новые данные и аргументацию и при желании пересмотреть свою предыдущую оценку. Если в этом третьем туре пересмотренная оценка у данного члена группы будет выше Q_3 или ниже Q_1, попросить его кратко обосновать, почему он счел не заслуживающими внимания аргументы, которые могли бы заставить его сместить свою оценку ближе к средней.

5. Повторять эту процедуру столько раз, сколько представляется желательным координатору, или пока промежуток между Q_1 и Q_3 сузится до некоторой заранее установленной величины. Для

этого обычно требуется всего три или четыре тура, поскольку аргументы скоро начинают повторяться. Далее берется медиана как представляющая групповое мнение относительно того, каким должно быть значение N.

Как отмечалось ранее, возможны некоторые варианты метода Дельфы. Например, вместо использования медианы и квартилей можно брать среднее значение и среднеквадратическое отклонение. В этом случае координатор сообщает членам группы в каждом туре среднее значение и среднеквадратическое отклонение и просит их кратко обосновать все оценки, отличающиеся от среднего значения больше, чем на среднеквадратическое отклонение (в любую сторону). Разумеется, мы предполагаем, что мнения будут иметь нормальное распределение относительно среднего значения, а это допущение не обязательно справедливо. Опросы можно повторять до тех пор, пока среднеквадратическое отклонение не уменьшится до заданной величины или пока не станет ясно, что дальнейшего уменьшения дисперсии оценок не будет. Необязательно стремиться во что бы то ни стало к полному единству оценок: разброс мнений — нормальное явление даже в последнем туре.

Цель метода Дельфы — уменьшить психологическое давление, испытываемое некоторыми людьми при личном контакте, и, следовательно, исключить влияние на конечный результат особо красноречивой или сильной личности. Однако метод нельзя считать полностью надежным. Например, неизвестно, какое влияние на расхождение мнений оказывает желание участников приспособиться к общему мнению группы или устранение основных причин разногласий. Возложение на членов группы ответственности за обоснование своих мнений явно влечет за собой стремление экспертов располагать оценки ближе к медиане без особой аргументации. Кроме того, те участники, которые первоначально были уверены, что обладают сильными аргументами в пользу своего мнения, легко могут отказаться от своих позиций, когда видят, что им не удалось сразу же убедить остальных членов группы. Это может усилить «эффект толпы» вместо того, чтобы уменьшить его, как ожидалось.

Метод Дельфы, предполагающий анонимность мнений, итеративную процедуру обработки результатов, управляемую обратную связь, числовые оценки и статистическое определение групповой оценки, обещает стать ценным инструментом исследования для разработчиков имитационных моделей. По данным Куэйда [19], проведенные эксперименты показали следующее:

1. Личные дискуссии не дают столь же эффективных результатов, как метод Дельфы.

2. Точность оценки улучшается с ростом числа членов группы и количества итераций.

3. Точность оценки падает с увеличением интервала времени между ответами членов группы.

4. При использовании метода Дельфы достигается большее согласие между групповым мнением и мнениями отдельных членов группы, чем при методах, требующих личных контактов. Эта сторона дела, очевидно, особенно важна, если некоторые из членов группы являются руководящими работниками, ответственными за внедрение результатов имитационного моделирования.

2.19. Выводы

Этап определения границ системы и формулирования ее модели является, несомненно, одной из наиболее трудных и ответственных частей любого имитационного исследования. Успех или неудача на последующих его этапах в значительной степени будет определяться тем, насколько хорошо удалось определить задачу, установить цели исследования, определить границы системы, определить существенные компоненты и переменные, выработать гипотезы и абстракции (относящиеся к взаимосвязям между компонентами и переменными системы), оценить значения соответствующих параметров.

Если мы проявим достаточно искусства и осмотрительности на начальных стадиях разработки модели и придадим ей модульную структуру, то окажемся в состоянии улучшать и корректировать модель по мере накопления опыта на более поздних этапах ее разработки. Вместе с тем, чем больше ошибок мы допустим на ранних этапах, тем труднее и дороже обойдется в дальнейшем любая необходимая модификация модели. Реальный мир слишком сложен, и мы вынуждены всегда делать некоторые упрощающие допущения. Однако никогда нельзя забывать о том, что эти допущения сделаны, и думать, будто выходные результаты нашей модели целиком отражают реальность.

Возможности современных ЭВМ продолжают возрастать с фантастической быстротой. Повышение скорости обработки, увеличение объема памяти и режим разделения времени дают в руки аналитику все более мощные инструменты исследования. Однако нынешние и будущие успехи имитационного моделирования зависят не только от развития новых возможностей ЭВМ, но также от нашего умения эффективно их использовать. Поскольку эффективность эксплуатации ЭВМ по-прежнему в значительной мере определяется качеством программного обеспечения системы, было разработано большое число специальных языков программирования, упрощающих для конструктора модели его работу, делающих ее менее трудоемкой и в меньшей степени подверженной субъективным ошибкам. В целом эти языки обеспечивают пользователя совокупностью концепций математического описания системы, ука-

зывают метод присвоения имен переменным и предоставляют систему программирования, преобразующую описание модели в машинный язык, позволяющий машине автоматически выполнять имитационное моделирование. В гл. 3 мы рассмотрим некоторые из таких языков программирования, которые могут быть полезны для наших целей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ackoff R. L., Towards a System of Systems Concept, Management Science, v. 17, № 11, Jul. 1971.
2. Ackoff R. L., Sasieni M. W., Fundamentals of Operations Research, Wiley, New York, 1968; есть русский перевод: Акоф Р., Сасиени М., Основы исследования операций, изд-во «Мир», М., 1971.
3. Barnes R. M., Motion and Time Study: Design and Measurement of Work, 5th ed., Wiley, New York, 1963.
4. Bartee E. M., Statistical Methods in Engineering Experiments, Charles E. Merrill Publ. Co., Columbus, Ohio, 1966.
5. Bohl M., Flowcharting Techniques, Scientific Research Associates, Inc., Chicago, 1972.
6. Bowman E. H., Fetter R. B., Analysis for Production Management, Richard D. Irwin, Inc., Homewood, Ill., 1961.
7. Buffa E. S., Modern Production Management, Wiley, Inc., New York, 1965.
8. Cullinane T. P., Modeling Material Handling Systems, Industrial Engineering, v. 6, № 1, Jan. 1974.
9. Dalkey N., Helmer O., An Experimental Application of the Deiphi Method to the Use of Experts, Management Science, v. 9, 1963, p. 458.
10. Draper N. R., Smith H., Applied Regression Analysis, Wiley, Inc., New York, 1966.
11. Ezekiel M., Fox K. A., Methods of Correlation and Regression Analysis, Wiley, Inc., New York, 1959; есть русский перевод: Езекиэл М., Фокс К. А., Методы анализа корреляций и регрессий, линейных и криволинейных, изд-во «Статистика», М., 1966.
12. Hammersly J. M., Handscomb D. C., Monte-Carlo Methods, Methuen and Co., Ltd., London, 1964.
13. Morse P. M., Kimball G. E., Methods of Operations Research, Wiley, Inc., New York, 1951; есть русский перевод: Морс Ф. М., Кимбелл Д. Е., Методы исследования операций, изд-во «Советское радио», М., 1956.
14. Nadler G., Work Design, Richard D. Irwin, Inc., Homewood, Ill., 1963.
15. Phillips D. T., Applied Goodness of Fit Testing, O. R. Monograph Series, № 1, AIIE-OR-72-1, American Institute of Industrial Engineers, Atlanta, Ga., 1972.
16. Schroer B. J., A Simulation Model for Evaluating the Projected Expansion of the Apollo Parts Information Centers Inquiry Answering Service, unpublished Master's Thesis, University of Alabama, Huntsville, 1967.
17. Simon H. A., Administrative Behavior, 2nd ed., The Free Press, New York, 1957.
18. Большев А. Н., Смирнов Н. В., Таблицы математической статистики, изд-во «Наука», М., 1965.
19. Quade E. S., An Extended Concept of Model, Proceedings of the 5th International O. R. Conference, J. R. Lawrence (ed.), Tavistock Publ., Ltd., London, 1970.

ЗАДАЧИ

1. Рассмотрите пример из приложения А.2.

а) В модели принято, что самолет меняет направление движения на обратное мгновенно, как только выпустит последнюю ракету. Оказывает ли этот очевидный недостаток модели заметное влияние на точность результатов?

б) Если время, требуемое самолету для разворота на 360° после выпуска последней ракеты, равно T_t, каким образом это изменит уравнение модели?

2. Нарисуйте технологическую карту и технологическую диаграмму вашего обычного утра, начиная с момента, когда вы просыпаетесь, и кончая моментом, когда вы уходите из дома.

3. Предположим, вы конструируете автомат для продажи сладостей стоимостью по 10 центов штука. Автомат принимает 10-, 15- и 20-центовики, а сдачу выдает только 10-центовиками. Каждое утро в него закладывают товары и 50 монет по 10 центов для сдачи. Нарисуйте логическую диаграмму управляющего механизма этого автомата.

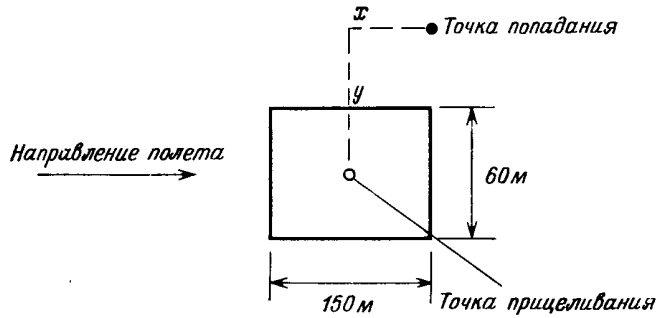
4. Даны случайные некоррелированные переменные A, B и C. Переменная A имеет нормальное распределение с $\mu=100$ и $\sigma=20$. Переменная B также распределена нормально с $\mu=20$ и $\sigma=5$. Распределение переменной C задано в следующем виде:

Значение C	10	20	30	40
Вероятность	0,10	0,25	0,50	0,15

Применяя метод Монте-Карло, оцените среднее значение новой переменной Z, определяемой как $Z=(A+B)/C$, пользуясь выборкой из 10 значений.

5. Предположим, что в задаче 4 переменные A и B имеют коэффициент корреляции $+1$ (т. е. с ростом одной переменной возрастает и другая). Оцените по методу Монте-Карло среднее значение Z при объеме выборки 10.

6. Еще раз рассмотрим задачу о пьяном прохожем, обсуждавшуюся в разд. 2.10. Пусть для него вероятности перемещения от любого заданного перекрестка в различных направлениях не одинаковы, как это предполагалось ранее, а имеют следующие значения: 50% для перемещения прямо, 20% для перемещения направо или налево и 10% для движения назад. Проведите моделирование этой ситуации и, использовав 10 попыток, вычислите вероятность того, что пьяный, пройдя пять кварталов, закончит свой путь не далее чем в двух кварталах от начальной точки.



7. Промоделируйте поведение истребителя-бомбардировщика, посланного атаковать важное промышленное предприятие ракетами класса «воздух — земля». Каждая ракета наводится индивидуально. Размеры предприятия 60×150 м. Заход на атаку производится с направления, совпадающего с на-

правлением длинной оси цели, точка прицеливания — геометрический центр цели. Фактическую точку попадания для каждой ракеты можно определить горизонтальным отклонением x и вертикальным отклонением y (см. рисунок). Для расстояния, с которого запускаются ракеты, оба отклонения независимы, нормально распределены относительно точки прицеливания и имеют нулевое среднее значение. Среднеквадратические отклонения 60 м в направлении x и 30 м в направлении y. Бомбардировщик при каждом заходе выпускает шесть ракет. Взяв объем выборки в 10 заходов, оцените среднее число попаданий при каждой атаке.

8. Потребность в некоторых деталях следует распределению Пуассона:

Ежедневная потребность	Вероятность	Число дней до поставки	Вероятность
0	0,30	2	0,10
1	0,36	3	0,50
2	0,22	4	0,30
3	0,09	5	0,10
4	0,03		

Запас деталей проверяется в конце каждой пятидневной рабочей недели, и, если он оказывается равным шести штукам или менее, размещается заказ на десять деталей. Распределение времени выполнения заказов задается правой частью таблицы (время исчисляется в рабочих днях до поставки). Начальные условия моделирования: рабочая неделя только начинается, имеется в наличии десять деталей, заказов на новые детали нет. Промоделируйте пять рабочих недель. Постройте график уровня запаса к концу каждого рабочего дня и подсчитайте число дней, когда имеется нехватка деталей.

9. Начальник пожарной охраны в городе Дьябло (шт. Алабама) обнаружил, что число пожаров за сутки следует распределению Пуассона со средним значением четыре пожара в сутки:

Число пожаров в сутки	Вероятность
0	0,02
1	0,07
2	0,15
3	0,20
4	0,20
5	0,16
6	0,10
7	0,06
8	0,03
9	0,01

Изучив данные по прежним пожарам, он нашел, что в 75% случаев для тушения потребовалась только одна пожарная машина, а время, необходимое для ликвидации пожара, имеет нормальное распределение с $\mu=3$ ч и $\mu=0{,}5$ ч. В остальных 25% случаев нужны были две пожарные машины, а время для ликвидации этих пожаров распределялось нормально с $\mu=4$ ч и $\mu=1$ ч. Предполагая, что необходимые пожарные машины всегда имеются в наличии, определите, сколько часов в среднем они бывают нужны каждые сутки. При моделировании возьмите объем выборки равным 10 суткам.

10. Грузовики прибывают на разгрузочную станцию в случайные моменты времени. Анализ прежних записей показал, что темп прибытия грузовиков подчиняется распределению Пуассона со средним значением 3 грузовика в сутки.

Число прибывающих грузовиков	0	1	2	3	4	5	6	7
Вероятность	0,05	0,15	0,22	0,22	0,17	0,11	0,05	0,03

Вес груза, прибывающего с каждым грузовиком, является главным фактором, определяющим время разгрузки. Прежние записи показывают, что веса грузов распределены нормально со средним значением 12 т и среднеквадратическим отклонением 2 т. Скорость разгрузки, т. е. вес, который может обработать бригада грузчиков за 1 ч, также переменна и зависит от вида груза. Вероятность прибытия груза каждого вида и соответствующие скорости разгрузки указаны в таблице. Бригада состоит из 3 человек — водителя автопогрузчика (часовая ставка 4 долл.) и двух рабочих (часовая ставка 2,50 долл.). Фирма следует правилу — разгружать все грузовики не позже, чем через сутки после прибытия. Все грузовики, прибывшие накануне, должны быть разгружены независимо от того, какую сумму сверхурочных придется выплатить. Коллективный договор, заключенный с профсоюзом грузчиков, требует полуторной оплаты за каждый час, проработанный сверх 8-часового рабочего дня. Взяв объем выборки равным 10 суткам, определите, сколько бригад следует нанять, чтобы свести к минимуму общую стоимость разгрузки.

Вид груза	Вероятность	Скорость разгрузки, т/ч
A	0,40	3,2
B	0,35	2,8
C	0,25	2

11[1]. Вернемся к задаче 9. Если суточное число пожаров подчиняется распределению Пуассона, то промежутки времени между пожарами будут иметь отрицательное экспоненциальное распределение со средним значением 1/3 суток. Город Дьябло в настоящее время имеет три пожарные машины. Новая пожарная машина стоит 50 тыс. долл., а годовое содержание команды каждой машины обходится 84 тыс. долл. Если случается пожар, а свободной машины нет, пожар приносит дополнительные убытки 5 тыс. долл. за каждые 15 мин (или любой меньший промежуток времени), причем максимальные убытки до прибытия пожарной команды могут достигнуть 30 тыс. долл. Временем движения

[1] Задачи 11 и 12 требуют составления программы для решения на ЭВМ. Генераторы случайных переменных даны в приложении Б.

машины к месту пожара, если она имеется в наличии, можно пренебречь. Если на пожар, требующий двух пожарных машин, прибывает только одна, дополнительные убытки составляют половину убытков при полном отсутствии машин (в расчете на период, пока не прибудет вторая машина). Разработать машинную модель и, проведя моделирование для 365 суток, определить, сколько пожарных машин должен иметь город.

12[1]. Введем в задачу 10 условие, что грузовики должны быть разгружены не на следующие сутки, а в те же сутки, когда они прибывают. Предположим, что грузовики прибывают случайным образом на протяжении 8-часового периода, начиная с 8 ч утра. В среднем их прибывает четыре в сутки, причем промежутки времени между прибытиями распределены по отрицательному экспоненциальному закону со средним значением 6 ч. Ответ должен быть дан на основе моделирования 3-месячной (60 рабочих дней) работы разгрузочной базы. Примите допущение, что в каждые сутки сверхурочное время не должно превышать 4 ч.

13. В таблице приведены (для обычного месяца) данные по ежедневному числу краж со взломом, совершаемых в городе Парадайз (шт. Техас):

Пн	Вт	Ср	Чт	Пт	Сб	Вс
	2	3	4	6	4	3
5	4	2	1	4	5	3
4	5	3	5	8	2	2
3	1	3	6	2	1	3
2	7	1				

Приняв $\alpha=0{,}05$, проверить согласие этих данных с распределением Пуассона, пользуясь критерием χ^2.

14. Перепроверить данные задачи 13 с помощью критерия Колмогорова — Смирнова, по-прежнему принимая $\alpha=0{,}05$.

15. Таксомоторная фирма «Пурпурное такси» (Бостон) ведет для своих машин ежедневный учет дорожно-транспортных происшествий (ДТП). Результаты за один год приведены в таблице:

Число ДТП	0	1	2	3	4
Число дней	217	113	29	4	2

Специалист по исследованию операций из Массачусетского технологического института сообщил фирме, что обычно статистика ДТП подчиняется распределению Пуассона. Проверить это утверждение, приняв $\alpha=0{,}01$.

16. Для создания соответствующей имитационной модели отдел освещения муниципалитета провел анализ январского потребления электроэнергии группой в 1200 абонентов. Соответствующие данные приведены в таблице:

[1] См. сноску к задаче 11.

Потребление электроэнергии, кВт	Число жилищ
1000—1499	8
1500—1999	24
2000—2499	96
2500—2999	224
3000—3499	417
3500—3999	240
4000—4499	114
4500—4999	57
5000—5499	16
5500—5999	4

Приняв $\alpha=0{,}05$, проверить, является ли искомое распределение нормальным.

17. В примере приложения А.4 представлена модель сбора отходов в Кливленде. Авторы, сопоставив данные статистические данные с данными, полученными из их имитационной модели (табл. 1), утверждают, что их модель достоверна. Проверить это утверждение по критерию Колмогорова — Смирнова, приняв $\alpha=0{,}05$.

18. Ниже приводятся 50 случайных чисел, полученных с помощью машины типа IBM 360/30 с использованием библиотечной подпрограммы RANDU:

4144	4864	1889	7555	8328	1071	6878	3522	9233	3697
9082	1215	5548	2353	4186	3033	5025	0149	7588	4064
6273	1062	9912	9910	0252	2319	1647	9066	9215	4233
2461	6669	7862	7151	2140	8530	1840	4205	9032	5807
3548	9025	2213	2053	2400	5817	3901	0148	5781	3350

Пользуясь критерием χ^2 при $\alpha=0{,}01$, определить, соответствуют ли эти данные равномерному распределению.

19. Для восьми значений независимой переменной x получены следующие значения зависимой переменной y:

x	4	1	12	6	3	9	7	4
y	2	1	7	3	2	6	5	3

Вычислить: а) регрессионную прямую; б) регрессионную оценку для y при $x=7$.

20. Предполагается, что выход химического процесса является функцией количества катализатора, вводимого в реакцию. Результаты эксперимента приведены ниже:

Выход реакции, %	67,3	69,5	70,4	69,6	73,8	76,8	75,8
Количество катализатора, кг	17	18	19	20	21	22	23

Вычислить: а) регрессионную прямую; б) коэффициент корреляции; в) коэффициент детерминации.

21. Пытаясь вывести уравнение для использования в модели, разработанной для изучения городских проблем, мы предполагаем, что существует линейная зависимость между уровнем профессионального обучения и ростом заработка. Приводимые ниже результаты были вычислены на основе статистических данных по числу лет обучения X и росту недельного заработка Y для группы из 25 учащихся, которые проходили обучение по программе, осуществлявшейся Управлением по улучшению экономического благосостояния.

$$n=25, \qquad \Sigma X^2=318,$$
$$\Sigma X=80 \text{ лет}, \qquad \Sigma Y^2=67{,}650,$$
$$\Sigma Y=1240 \text{ долл.}, \qquad \Sigma XY=4490.$$

Вычислить: а) регрессионную прямую; б) коэффициент корреляции; в) коэффициент детерминации.

ГЛАВА 3

ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ

Человеку не нужно приспосабливаться к лингвистическим ограничениям, однако он может легко приспособить для своих целей сам язык.

Джошуа Уолмот

3.1. ЭВМ и моделирование

В машинном имитационном моделировании, вообще говоря, используются вычислительные системы трех типов — это универсальные ЭВМ, электронные аналоговые машины и недавно появившиеся гибридные ЭВМ. Преимущества каждой из них определяются спецификой основных свойств аналоговых и цифровых ЭВМ. Аналоговая вычислительная машина, или АВМ, представляет собой переменные задачи в виде легко генерируемых и управляемых физических величин, например электрического напряжения. Решение на ней получают, выполняя одновременные (или параллельные) операции, в то время как цифровая ЭВМ выполняет операции последовательно (сериями). Это дает аналоговой ЭВМ существенное преимущество в скорости вычислений, особенно при решении систем дифференциальных уравнений.

В то же время цифровая ЭВМ способна обеспечивать большую точность и расширенный динамический диапазон благодаря своей способности считать, подчиняться логическим правилам, работать с плавающей точкой и использовать длинные слова. Таким образом, одно из основных различий между аналоговыми и цифровыми вычислительными машинами заключается в способе обработки зависимых переменных. В аналоговых машинах для записи зависимых переменных (к независимым переменным это может и не относиться) используется непрерывная форма. В цифровых ЭВМ все переменные, зависимые и независимые, появляются только в дискретном виде. Точность чисел (т. е. количество значимых цифр) в аналоговых ЭВМ ограничена качеством компонентов ее электрических цепей, в то время как точность цифровых ЭВМ зависит от

количества разрядов и ограничена лишь размером или объемом регистров памяти.

Весьма перспективная возможность объединить скорость аналоговой машины с точностью и логическим контролем цифровой привела в конце 50-х годов к разработке вычислительных методов на основе гибридных систем. Гибридную вычислительную систему можно построить по-разному, однако наибольшее распространение получила комбинация универсальной ЭЦВМ, АВМ и интерфейса, или связующего блока, между ними. К этому классу гибридных вычислительных систем принадлежит большое число типов системных конфигураций, рассчитанных на различные операционные режимы, специфические особенности которых определяются соотношением «вычислительной мощности» аналоговой и цифровой части. Ниже предпринята попытка выделить и обобщить все достоинства и недостатки этих трех типов вычислительных средств применительно к имитационному моделированию.

Вообще говоря, с любой задачей, которую решает АВМ, может справиться и мощная цифровая ЭВМ. Но на аналоговых машинах решать многие задачи можно быстрее, легче и дешевле. Беки и Карплюс [2] приводят черты, характерные для АВМ:

1. Зависимые переменные представляются в машине в непрерывном виде.

2. Точность лимитируется качеством компонентов электрических схем ЭВМ.

3. Возможно одновременное осуществление параллельных вычислительных операций.

4. Возможно выполнение операций в реальном или ускоренном масштабе времени, причем скорость вычислений ограничена главным образом частотными характеристиками элементов, а не сложностью задачи.

5. Такие операции, как сложение, вычитание, умножение, дифференцирование, интегрирование и генерирование непрерывных функций, выполняются весьма эффективно. В то же время АВМ имеет ограниченные возможности в части принятия логических решений, накопления цифровых данных, обеспечения длительных задержек и обработки нецифровой информации.

6. Технология программирования состоит главным образом в замещении элементами вычислительной машины (такими, как операционные усилители, резисторы, конденсаторы и т. д.) соответствующих элементов моделируемой физической системы.

7. К аналоговой машине можно подключить аппаратуру моделируемой системы.

8. Пользователь имеет возможность экспериментировать, изменяя значения уставок — коэффициентов, устанавливаемых на АВМ,— и благодаря этому лучше понять принципы функционирования системы.

Цифровая вычислительная машина — это то, что подразумевают непрофессионалы, говоря об электронной вычислительной машине. У нее, как и у аналоговой, есть свои «плюсы» и «минусы». Вот характерные черты, присущие цифровым ЭВМ, по Беки и Карплюсу [2]:

1. Все данные в машине обрабатываются в дискретной форме.

2. Все операции выполняются последовательно с использованием режима разделения времени для всех операционных узлов и блоков памяти. Одновременно может выполняться только одна или очень ограниченное число операций.

3. Точность, в какой-то степени зависящая от качества компонентов машины, определяется главным образом объемом регистров памяти, числом значащих цифровых разрядов и выбранными численными методами решения задачи.

4. Время решения может быть довольно большим и определяется сложностью задачи (т. е. числом арифметических операций, необходимых для получения решения).

5. Имеется возможность компромисса между временем решения и точностью, т. е. возможность уменьшать количество ошибок за счет увеличения времени счета и наоборот.

6. Имеется возможность производить лишь ограниченное число арифметических операций, таких, как сложение, вычитание, умножение и деление, но с помощью соответствующих приближенных (численных) методов можно производить более сложные операции, например дифференцирование или интегрирование.

7. Цифровые и нецифровые данные могут храниться в памяти неограниченное время.

8. Для выполнения логических операций и принятия решений используются как цифровые, так и нецифровые данные.

9. Имеется возможность выполнять операции с плавающей точкой, что устраняет трудности масштабирования.

10. Методы программирования основаны на применении специальных машинных языков, часто не имеющих непосредственного отношения к решаемой задаче.

Гибридные вычислительные системы представляют собой попытку объединить все лучшее, присущее аналоговой и цифровой технике, и избежать их недостатков. Некоторые типы задач подсказывают необходимость усилить цифровую ЭВМ аналоговой частью для увеличения скорости вычислений, в то же время очень желательно для аналоговой системы иметь высокую точность вычислений, гибкость, возможность хранения данных и возможность использования логических функций, характерных для цифровых ЭВМ. Цифровая часть гибридной вычислительной системы дает три важных преимущества: 1) возможность управлять аналоговой частью при высоком быстродействии и в сложных операциях с переключением режимов; 2) возможность использовать систему

запоминания и хранения данных; 3) возможность обеспечения более высокой точности вычислений и применения логических операций. Гибридные вычислительные системы, по Беки и Карплюсу [2], обладают следующими преимуществами:

1. Сочетают быстродействие АВМ и точность ЭЦВМ.
2. В процессе цифрового моделирования позволяют использовать реальные технические средства и оборудование изучаемой системы.
3. Обеспечивают гибкость аналогового моделирования благодаря использованию памяти и логики ЭЦВМ.
4. Увеличивают быстродействие ЭЦВМ за счет использования аналоговых подпрограмм.
5. Делают возможной обработку входной информации, представленной частично в дискретной, частично в непрерывной форме.

Применение гибридных вычислительных систем сегодня, как правило, целесообразно, так как оно позволяет устранить недостатки, присущие сегодня и аналоговым, и цифровым машинам. Однако по мере устранения этих недостатков или уменьшения их влияния преимущество гибридных ЭВМ при имитационном моделировании будет сокращаться. Например, уже сейчас большее быстродействие, меньшая стоимость, оперативный режим разделения времени в больших цифровых вычислительных системах значительно сузили диапазон обоснованного применения гибридных систем.

Это обсуждение всех «плюсов» и «минусов» аналоговых, цифровых и гибридных вычислительных машин призвано обратить внимание читателя на то обстоятельство, что в машинном имитационном моделировании может использоваться не только цифровая техника. При определенных обстоятельствах более предпочтительными могут оказаться аналоговые и гибридные машины. Хорошо, когда исследователь имеет возможность выбирать наиболее подходящую вычислительную машину. К сожалению, не каждый имеет доступ ко всем трем типам вычислительных машин, и на практике пользователь, вероятнее всего, воспользуется той, которая уже имеется в его распоряжении.

3.2. Языки программирования

Имитационное моделирование начинается с изучения моделируемой системы и описания ее в виде логических схем и функциональных взаимосвязей. Однако в конечном счете встает задача описания модели на том языке, который понятен машине. Рабочий язык большинства цифровых ЭВМ — двоичный код представлений данных или код, кратный 2, например восьмеричный или шестнадцатеричный. Для общения пользователей с машиной такие языки очень неудобны, поэтому стали развиваться специальные языки

программирования. К сожалению, за последние годы было создано столько универсальных и специализированных языков, что почти невозможно определить, какой из них оптимален для данного конкретного приложения. В 1972 г. только в США применялось более 170 языков [25]. Чаще всего язык, которым стремится воспользоваться исследователь, выбирается не потому, что он является самым неподходящим, а лишь потому, что этот язык исследователь знает лучше других. Модель можно описать на любом универсальном алгоритмическом языке, однако применение специализированных языков имитационного моделирования может дать значительные преимущества в смысле легкости, производительности и эффективности.

Цель этой главы не в том, чтобы научить читателя программировать на любом выбранном им языке, и не в том, чтобы описать методы их применения. Цель ее — показать все положительные и отрицательные особенности некоторых наиболее распространенных языков. В общем случае специализированные языки имитационного моделирования различаются: 1) методами организации времени и операций; 2) наименованиями и структурой блоков модели; 3) способами проверки операций и условий взаимодействия элементов; 4) видами статистических испытаний, которым можно подвергнуть имеющиеся данные, и 5) легкостью изменения структуры модели. Приведем сравнение нескольких языков, начав с лежащей в их основе принципов построения, и покажем, каковы главные критерии выбора того или иного языка.

Кивиа [12] дал краткое определение основных понятий, используемых при изучении языков программирования. Введенная им и Саммет [24] терминология будет служить основой для последующего обсуждения нашей темы. Язык программирования на ЭВМ — это набор воспринимаемых машиной символов, с помощью которых программист дает ей команды на выполнение определенных операций. На самом нижнем уровне стоит *машинный язык,* в котором команды пишутся в двоичном коде (или в другой форме представления данных, которую воспринимает машина) и прямо соответствуют машинным операциям. Написание программы на машинном языке — непростая задача. Помимо того, что сам процесс отображения команд в двоичном коде (в виде нулей и единиц) трудоемок и утомителен, программисту необходимо определить места хранения команд и данных. Он должен также знать и помнить расположение каждого ключа, индикатора и регистра, которыми пользовался. Он должен контролировать их состояние с помощью команд программы. Такая задача для подавляющего большинства пользователей ЭВМ просто неосуществима.

Очевидные трудности написания и отладки программ на машинном языке привели к созданию нескольких символических языков программирования. Символические языки позволяют про-

граммисту при составлении программы использовать удобные символы или мнемонические обозначения, которые облегчают запоминание. *Программа на ассемблере,* например, представляет собой цепочку мнемонических символов, которые соответствуют функциям, описываемым на машинном языке, и которые переводятся *программой-ассемблером* в программу на основном машинном языке. Весь диапазон языков-ассемблеров простирается от наиболее простых, которые всего лишь заменяют команды на машинном языке мнемоникой и приписывают всем именам переменных и меткам машинные адреса, до более сложных, которые способны распознавать дополнительные символы (так называемые макрокоманды) и осуществлять сборку сложных программ на базовом языке машины. Программу, где используются имеющие физический смысл символы, прочесть и понять гораздо легче, чем программу, содержащую лишь цифровые адреса ячеек памяти. Программируя на символическом языке, программисту не нужно знать или запоминать точные адреса хранения данных или команд. Он должен просто обозначить их какой-либо меткой и писать ее всякий раз, когда ему нужно обратиться к этим данным или команде. Например, сложение можно обозначить буквой С, деление — Д, ветвление — В, имя и фамилию служащего — словом ИМЯ, почасовую тарифную ставку — СТАВКА и т. д.

Языки ассемблера являются машинно-ориентированными (т. е. они создаются для определенной ЭВМ). Обычно для каждого типа ЭВМ есть свой ассемблер. Существуют также и *языки компиляторов,* являющиеся процедурно- или проблемно-ориентированными языками. Компиляторы иногда называют языками программирования высокого уровня, так как программист, работая с ними, довольно далеко отходит от непосредственно машинных операций: ему важны этапы, на которые разбивается решение задачи, а не то, как ЭВМ будет проводить необходимые операции. Языки компиляторов представляют собой макроязыки; это значит, что один оператор такого языка порождает несколько машинных команд. Возможность использования макрокоманд важна по крайней мере по двум причинам. Во-первых, благодаря уменьшению числа команд, необходимых при расписывании последовательности операций или машинных шагов, макрокоманды снижают затраты сил и времени на написание сложных программ. Во-вторых, они снижают вероятность появления ошибок при программированиии. Правильность последовательности команд, включенных в макрокоманду, уже заранее проверена, тогда как программист, подробно расписывая для машины каждый шаг, может легко ошибиться.

Язык компилятора не связан с какой-либо определенной ЭВМ. Операторы этого языка записываются в *компилирующей программе* и переводятся либо на ассемблер, либо на базовый машинный язык. Если программа записана на ассемблере, то, в свою очередь, она переводится в программу на внутреннем машинном языке определенной ЭВМ. Такое свойство независимости от конкретной ЭВМ весьма существенно для языков высокого уровня. Освоив язык компилятора, программист может пользоваться любой ЭВМ (пока он располагает компилирующей программой) без необходимости изучать другие языки.

Наконец, необходимо провести различие между универсальными и специализированными языками. Оба этих вида языков являются проблемно-ориентированными компилирующими языками. Универсальные языки, такие, как Фортран, Кобол, Бэйсик, ПЛ/1 и Алгол, применяются для решения очень широкого круга задач. С другой стороны, специализированные языки, например различные языки имитационного моделирования, используются при решении лишь определенного класса задач.

3.3. Преимущества языков имитационного моделирования

Эволюционное развитие языков имитационного моделирования началось в конце 50-х годов. Сначала в моделировании использовали либо языки, ориентированные на конкретную ЭВМ, либо универсальные языки. Эмшоф и Сиссон [4] проследили историческую основу развития языков имитационного моделирования как процесса прохождения аналитиком определенной последовательности этапов:

1) аналитик видит задачу;

2) он может описать ее на естественном языке, например английском, с добавлением необходимой технической терминологии;

3) на этом языке он по возможности наиболее точно описывает задачу;

4) описание используется программистом (им может быть и сам аналитик), который пишет машинную программу на универсальном языке.

Многократно повторяя эти этапы, аналитики пришли к выводу, что многие ситуации, описываемые имитационными моделями, можно охарактеризовать как системы с материальными потоками. Многие программы описывали процессы, функционально сходные друг с другом, что в начале 60-х годов почти одновременно привело несколько групп ученых к идее создания специализированных языков. В своем развитии эти языки постепенно прошли через ряд стадий: от языков типа ассемблера с некоторыми специальными свойствами к более широким проблемно-ориентированным языкам, получившим значительное распространение на коммерческом рынке пользователей, и наконец к сложным специализированным языкам имитационного моделирования. Для целей имитации подходит любой алгоритмический язык программирования, но языки, спе-

циально созданные для имитации на ЭВМ, обладают рядом особых преимуществ:

1) снижают трудоемкость написания программы;
2) обеспечивают более строгое следование выбранной концепции;
3) помогают четко классифицировать элементы системы;
4) обеспечивают гибкость, необходимую для изменения программы;
5) обеспечивают возможность различать элементы одного класса по их характеристикам или свойствам;
6) описывают взаимосвязи между элементами и внешней по отношению к ним средой;
7) позволяют корректировать число элементов модели в соответствии с изменением внутренних условий системы.

Эмшоф и Сиссон [4] полагают, что в любом имитационном исследовании требуется язык имитационного моделирования со специфическими свойствами, отличающийся от универсального алгебраического или специализированного языка программирования экономических задач. Среди этих дополнительных требований нужно отметить следующие:

— способность генерировать случайные числа;
— возможность генерировать случайные переменные;
— возможность «продвигать» время либо на одну единицу, либо до следующего события;
— способность накапливать выходные данные;
— способность проводить статистический анализ накапливаемых данных;
— способность распределять выходные данные по заранее заданным форматам;
— возможность выявлять и регистрировать логические несоответствия и другие ситуации, связанные с ошибками.

Эти авторы, кроме того, утверждают, что для имитации систем с материальными потоками дискретного типа необходимы еще и такие процессы:

1. Определение типа события (после извлечения его из списка событий).
2. Вызов стандартной подпрограммы для приведения переменных состояния в соответствие с определенным событием.
3. Идентификация конкретных состояний.
4. Хранение и извлечение данных из списков (таблиц или массивов), включая список событий и списки состояний.

Некоторые из языков имитационного моделирования являются языками в широком смысле слова, т. е. служа пользователю средством общения с ЭВМ, облегчают и формулирование задач. Имея словарь и синтаксис, они являются языками описательными. По мере накопления опыта работы с такими языками пользователь

(как в случае любых естественных языков) начинает думать непосредственно на этих языках. Кивиа [12] считает, что два самых важных преимущества языков имитационного моделирования по сравнению с универсальными заключаются в удобстве программирования и концептуальной выразительности. Последнее достоинство — возможность четко и ясно описывать различные понятия — важно на стадии моделирования и выбора общего подхода к изучению системы. Удобство программирования особенно сильно проявляется при написании самой программы. Еще одно преимущество языков имитационного моделирования заключается в том, что их можно использовать как средства коммуникации и документирования. Имитационные модели, написанные на языке, похожем на естественный, значительно легче воспринимаются руководителя-

Таблица 3.1

Преимущества и недостатки различных языков программирования

Универсальные языки

Преимущества	*Недостатки*
1. Минимум ограничений на выходной формат	1. Значительное время, затрачиваемое на программирование
2. Широкая распространенность	2. Значительное время, затрачиваемое на отладку программ

Специализированные языки

1. Меньшие затраты времени на программирование	1. Необходимость твердо придерживаться ограничений на выходные форматы
2. Более эффективные методы выявления ошибок	2. Меньшая гибкость моделей, бо́льшие затраты машинного времени на моделирование
3. Краткость, точность выражения понятий, характеризующих имитируемые процессы	
4. Возможность заранее строить для пользователей стандартные подпрограммы, которые могут применяться в любой имитационной модели	
5. Автоматическое формирование определенных типов данных, необходимых в процессе имитационного моделирования	
6. Удобство накопления и представления выходных даиных	
7. Обеспечение управления и контроля над распределением машинной памяти в процессе имитационного моделирования	

ми, ответственными за разработку проекта, а также другими пользователями, не имеющими непосредственного отношения к программированию. Наиболее часто упоминаемым недостатком языков имитационного моделирования является то, что большинство таких языков разрабатывалось в разных организациях для своих собственных целей и становилось доступным остальным по соображениям интеллектуального порядка, а не как рыночный товар, годный для использования. Поэтому чаще всего пользователи, привыкшие получать компиляторы в составе обслуживающих программ от производителей ЭВМ, не склонны выполнять эту работу самостоятельно. Однако сейчас стало появляться все больше и больше хорошо документированных языков имитационного моделирования.

Вообще говоря, преимущества использования специализированных языков по сравнению с универсальными связаны с тем, что недостатки последних превращаются в достоинства первых. «Плюсы» и «минусы» тех и других, по данным из различных источников (в основном по Нейлору и др. [22] и Эвансу, Уоллесу и Сезерленду [5]), приведены в табл. 3.1.

3.4. Факторы, влияющие на выбор языка

Перед тем как выбирать язык программирования, необходимо определить, какого типа ЭВМ будет в распоряжении исследователя. В идеальном случае выбор машины должен быть его собственной прерогативой. В действительности же пользователь чаще всего связан существующей конфигурацией технических средств и имеет малую степень свободы для ее изменения или выбора иного технического обеспечения. Итак, зная, на какой вычислительной машине предстоит работать, можно выбирать язык. Выбор осуществляется в два этапа. К первому этапу можно приступить в любое время, даже до возникновения самой задачи. На этом этапе изучаются возможности языков, а также их операционные характеристики по отношению к характеру деятельности и интересам пользователя. Второй этап, непосредственно относящийся к конкретной задаче, должен начаться после моделирования подсистем и выбора машины.

На первом этапе процедуры выбора нам нужно убедиться в наличии руководств и справочников, а также в совместимости программного обеспечения. Из множества существующих языков необходимо отобрать такие, которые окажутся наиболее удобными для наших последующих задач. Вопрос, на который аналитик должен при этом ответить, касается общих условий его работы. Поскольку сам отбор языков не связан с конкретными задачами, этим можно заниматься в «окнах», возникающих в исследовательской работе. Среди вопросов, на которые требуется получить ответы, можно назвать следующие:

1. Имеются ли хорошо написанные руководства и инструкции для пользователей?
2. Совместим ли язык компилятора с имеющимися вычислительными системами?
3. Может ли данный язык использоваться на других вычислительных системах, способных решать задачу пользователя?
4. Обеспечивает ли транслятор языка выдачу информации об ошибках и глубокую их диагностику?
5. Насколько эффективен данный язык с учетом общего времени подготовки, программирования, отладки программы, компиляции и прогона ее на ЭВМ?
6. Какова стоимость внедрения, эксплуатации и обновления программного обеспечения для данного языка? (Поскольку некоторые языки находятся в частной собственности, за эти услуги может взиматься плата.)
7. Знаком ли язык и, если нет, легко ли его изучить?
8. Оправдает ли частота использования языка в различных будущих имитационных моделях затраты на его изучение и освоение?

На втором этапе выбора языка необходимо знать характеристики конкретной задачи. Результатом первого этапа будет скорее всего отбор нескольких языков, потенциально пригодных для использования. На втором этапе нужно выбрать из них какой-либо один для решения конкретной задачи на определенной вычислительной машине. На этом этапе необходимо, в частности, найти ответы на такие вопросы:

1. Какова область применения языка и пригодность его «мировоззрения» для описания явлений реального мира?
   а) Каковы используемые в нем методы прогнозирования?
   б) Является ли этот язык ориентированным на события, операции или процессы?
   в) Какова его способность генерировать случайные числа и случайные переменные?
2. Насколько легко осуществляется хранение и извлечение данных, характеризующих состояния системы и работу ее отдельных частей?
3. Обеспечивается ли необходимая гибкость и каковы возможности языка в отношении модифицирования состояний системы?
4. Насколько легко данный язык может описывать динамическое поведение?
5. Каковы выходные формы документов, чем они полезны и какой статистический анализ возможен на основе этих данных?
6. Насколько просто вставлять в модель стандартные подпрограммы, написанные пользователями?

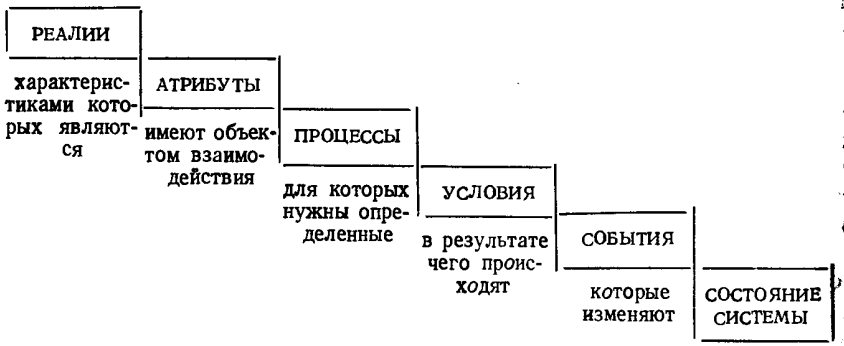
Слово «мировоззрение» применительно к языкам имитационного моделирования появляется во многих работах на эту тему. Под ним подразумевается заложенный разработчиком используемого языка принцип описания систем, подлежащих моделированию. Все языки, которые применяются в имитационном моделировании, имеют определенное мировоззрение, и его надо учитывать при создании модели. Мировоззрение типичного языка имитации дискретных процессов можно было бы представить следующим образом:

1. Реальный мир отображается в языке в виде множества некоторых реалий, которые можно модифицировать или списывать с помощью характеристик, называемых атрибутами.

2. Реалии взаимодействуют с конкретными процессами реального мира, которые соответствуют конкретным условиям, определяющим последовательность этих взаимодействий.

3. Взаимодействия рассматриваются как события, происходящие внутри системы и влекущие за собой изменение состояния системы.

«Мировоззрение» типичного языка имитационного моделирования можно представить в виде такой схемы:



3.5. Механизм системного времени

Поскольку в большинстве имитационных моделей имитируется поведение системы на некотором отрезке времени, одной из наиболее важных задач при создании модели и выборе языка программирования является определение механизма регламентации событий и процессов. В имитационном моделировании понятие «регламентация» включает в себя два аспекта, или две функции: «продвижение» времени, или корректирование временной координаты состояния системы, и обеспечение согласованности различных блоков и событий в системе. Поскольку действия, выполняемые различными блоками, зависят от действий и состояний других элементов, они должны быть скоординированы во времени, или

синхронизированы. Таким образом, функционирование модели должно протекать в искусственном времени, обеспечивая появление событий в надлежащем порядке и с надлежащими временными интервалами между ними. Для разработчика это представляет более чем тривиальную задачу. Хотя компоненты реальной системы функционируют одновременно, компоненты цифровой имитационной модели действуют последовательно, поскольку в цифровой ЭВМ в каждый момент времени выполняется лишь одна команда (принцип действия ее последовательный), т. е. обрабатывается лишь один компонент системы. Поскольку в различных частях реальной системы события могут возникать одновременно, необходимо построить некий механизм задания времени для синхронизации действий компонентов системы на данном временном интервале.

Существуют два основных метода задания времени — с помощью фиксированных и переменных интервалов времени. Их иногда называют также соответственно методами *фиксированного шага* и *шага до следующего события*. По методу фиксированного временного шага отсчет системного времени ведется через заранее определенные временные интервалы постоянной длины (моделирование протекает в обычном времени с фиксированным шагом). При использовании метода переменного шага, или шага до следующего события, состояние моделируемой системы обновляется с появлением каждого существенного события независимо от интервалов времени между ними (моделирование протекает во времени событий) [17].

Многие авторы находят, что имитационные модели удобно классифицировать по двум основным категориям:

— *модели с непрерывным изменением состояния;*

— *модели с дискретным изменением состояния.*

В первых используются механизмы фиксированных приращений временных интервалов; ими удобно описывать поведение систем, представляемых непрерывными потоками информации или материальными потоками, состоящими не из единичных, а из агрегированных элементов. Модели второго вида находят применение тогда, когда исследователя интересует поведение отдельных элементов в системе. В большинстве моделей с дискретным изменением состояний используется поэтому метод отсчета времени до следующего события. Некоторые задачи, вне всякого сомнения, оптимально описываются с помощью лишь какого-либо одного из рассмотренных типов моделей, тогда как в других хорошо работают оба типа.

Рис. 3.1 демонстрирует способы представления и управления временем в обоих случаях. По оси времени отложена одна и та же последовательность событий e_i. Как мы видим, два события, e_4 и e_5, появляются одновременно. Стрелки указывают на точки, в которых происходит приращение времени на один такт, и моменты

наступления очередных событий в обеих моделях. В модели, использующей принцип шага до следующего события, имитируемое время при изменении сдвигается вперед точно на момент наступ-

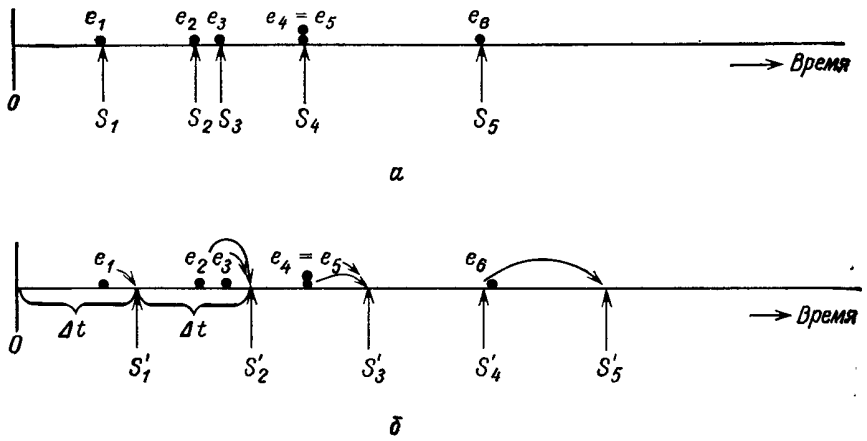


Рис. 3.1. Течение модельного времени: *а* — в модели с шагом до следующего события, *б* — в модели с фиксированным шагом.

ления самого раннего из последующих событий. При этом последовательность моментов системного времени s_i такова:

$$s_1 = e_1,$$
$$s_2 = e_2,$$
$$s_3 = e_3,$$
$$s_4 = e_4 = e_5 = s_5,$$
$$s_6 = e_6,$$

где конкретные значения времени в точности равны величинам e_1, e_2, ..., соответствующим моментам появления событий. В другой модели, использующей метод фиксированного временно́го шага, моменты модельного времени будут последовательно принимать значения

$$s'_1 = \Delta t,$$
$$s'_2 = 2\Delta t,$$
$$s'_3 = 3\Delta t,$$
$$s'_4 = 4\Delta t,$$
$$s'_5 = 5\Delta t.$$

Эти моменты времени никак не связаны с моментами появления событий e_1, e_2, ..., которые имитирует наша модель. Модельное время здесь получает постоянное приращение на заранее выбранную

величину Δt. У каждого из этих методов есть свои преимущества. В модели, использующей метод задания шага до следующего события, обработка событий идет последовательно и время имитации каждый раз смещается вперед на начало следующего события, каждое из которых обслуживается по очереди. В модели с фиксированным шагом обработка событий происходит по-другому, а именно по группам, пакетам или множествам событий.

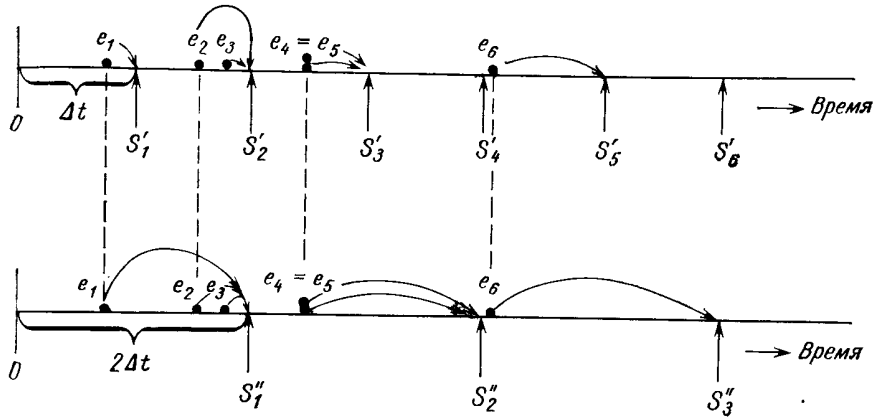


Рис. 3.2. Влияние изменения Δt.

Пусть нам задано некоторое время, например s'_k, тогда обработка всех событий с началом в e_p, e_q, e_r, ..., таких, что

$$s'_{k-1} < e_p, \qquad e_q, e_r, \cdots \leqslant s'_k,$$

производится перед тем, как модельное время получило очередное приращение до s_{k+1}. Величина Δt оказывает решающее влияние на процесс моделирования, так как всякое положительное приращение времени заставляет процесс моделирования двигаться вперед. Если величина Δt выбрана неправильно, результаты могут получиться также неверными, потому что все события будут появляться в точке, соответствующей верхней границе интервала. Рис. 3.2 показывает, что может произойти при изменении Δt. Модель с заданием времени до следующего события не требует выбора произвольного искусственного приращения времени. Это позволяет избежать опасности того, что выбранная без ведома пользователя величина приращения времени изменит результаты моделирования. У модели с заданием времени до следующего события есть также то преимущество, что в ней события рассматриваются и обслуживаются как одновременные только в том случае, если они маркируются одинаковым временем появления. Таким образом, одновременность имеет место лишь там, где она наблю-

дается в действительности. Это позволяет избежать введения в систему в целях построения имитационной модели какого-либо искусственного правила, определяющего, какое из одновременно появившихся событий следует считать появившимся первым. Такое же свойство нужно придать и модели с фиксированным шагом. Если нам потребуется, чтобы модель с заданием шага до следующего события вела себя так же, как модель с фиксированным шагом, это нетрудно сделать. Каждый момент e_k появления события нужно заменить на

$$\left(\text{Наибольшее целое в } \frac{e_k}{\Delta t}+1\right)\Delta t.$$

В модели с фиксированным шагом нет возможности точно воспроизвести процесс с заданием шага до следующего события. Однако, последовательно уменьшая приращения, можно добиться хорошей аппроксимации. Приращение времени должно быть достаточно малым, с тем чтобы два неодновременных события не попали в один и тот же временной интервал и не создали бы ложного представления об их одновременности. Однако, как бы сильно мы ни сжимали Δt, это ложное представление не исключается благодаря существующей разнице (хотя бы и очень малой) между истинным и накопленным временем появления события.

Неверный выбор метода задания временны́х шагов может привести к существенному увеличению машинного времени моделирования, так как значительная часть его тратится на отслеживание событий и корректировку «часов». Определить, какой метод лучше или предпочтительнее для данной модели, не так легко. Для этого нужно знать

— цель и назначение модели;
— требуемую точность результатов (обычно определяемую первым фактором);
— продолжительность машинного времени, необходимого при использовании разных методов;
— необходимый объем машинной памяти;
— трудоемкость программирования.

К сожалению, не построив обеих моделей, нельзя получить сравнительных данных по трем последним пунктам. Самыми важными факторами, несомненно, являются требуемая точность модели и цель ее построения. Как мы уже указывали ранее, метод задания шага до следующего события обычно дает наибольшую точность, поскольку в нем ведется счет точного времени и последовательности появления каждого события. Надо сказать, что это справедливо лишь в самом общем случае, так как метод фиксированных интервалов при условии выбора достаточно малых приращений времени обеспечивает такую же точность. Здесь так же, как и в других задачах, возникающих при построении моделей,

необходим определенный компромисс между расходом машинного времени и точностью получаемых результатов.

Нет также и явно выраженных преимуществ одного метода перед другим при сравнении необходимого машинного времени. С этой точки зрения более предпочтительный метод определяется следующими факторами:

— числом компонентов или элементов системы, способных генерировать существенные события;
— числом событий на единичном интервале времени, порождаемым каждым элементом (т. е. плотностью событий);
— математическим ожиданием или средней продолжительностью события (временем, проходящим от начала до окончания действия события).

В статье Конвея, Джонсона и Максвелла [3] указано, что для метода фиксированных интервалов при продолжительности имитации системы из m компонентов в течение T единиц времени потребуется Tm раз определять необходимость корректировки характеристик состояния этих компонентов. При средней продолжительности события, равной t единиц времени, потребуется проводить корректировку Tm/t раз. Это число не зависит от используемого метода задания временны́х шагов.

При изменении метода задания шага до следующего события необходимо найти минимальное множество из m значений для каждой из Tm/t корректировок, для чего потребуется провести $m-1$ сравнений. Таким образом, сравнивая величины $(Tm/t)(m-1)$ и Tm, можно утверждать, что метод фиксированных интервалов дает лучшие результаты при $t<(m-1)$.

Когда имитационное моделирование только зарождалось, объем машинной памяти накладывал серьезные ограничения на то, что можно и чего нельзя было делать. С появлением запоминающих устройств произвольного доступа и быстродействующей дополнительной памяти это ограничение стало играть меньшую роль, хотя все еще остается важным. Требования к объему памяти в каждом из этих двух методов тесно связаны с используемой стратегией ведения записей и распечатки. Этот аспект рассмотрен в замечательной статье Лейва [17].

Трудоемкость программирования, возможно, и не стоило бы причислять к факторам, которые нужно учитывать при выборе метода задания временны́х шагов. Быть может, значительно важнее опыт и квалификация программистов и выбранный ими язык. Кроме того, выбор того или иного метода программирования настолько субъективен, а трудоемкость его оценивания столь индивидуальна, что на этот показатель ориентироваться нельзя.

Поэтому мы не предлагаем никаких жестких и достаточно эффективных правил определения, какой из двух методов задания временны́х шагов лучше в каждом конкретном случае. При опре-

деленных обстоятельствах каждый из них имеет свои преимущества. Окончательное решение зависит от характера той системы, которую мы моделируем. Вообще говоря, метод фиксированных шагов работает лучше, если:

1) события появляются регулярно и распределены во времени относительно равномерно;

2) в течение цикла моделирования T появляется много событий, причем математическое ожидание продолжительности событий мало;

3) точная природа существенных событий не ясна, как, например, это бывает на начальном этапе имитационного исследования.

С другой стороны, метод задания шага до следующего события выгоден тем, что

1) позволяет экономить машинное время в случае статических систем, в которых существенные события могут длительное время не наступать;

2) не требует определения величины приращения времени (что влияет и на продолжительность цикла моделирования, и на точность);

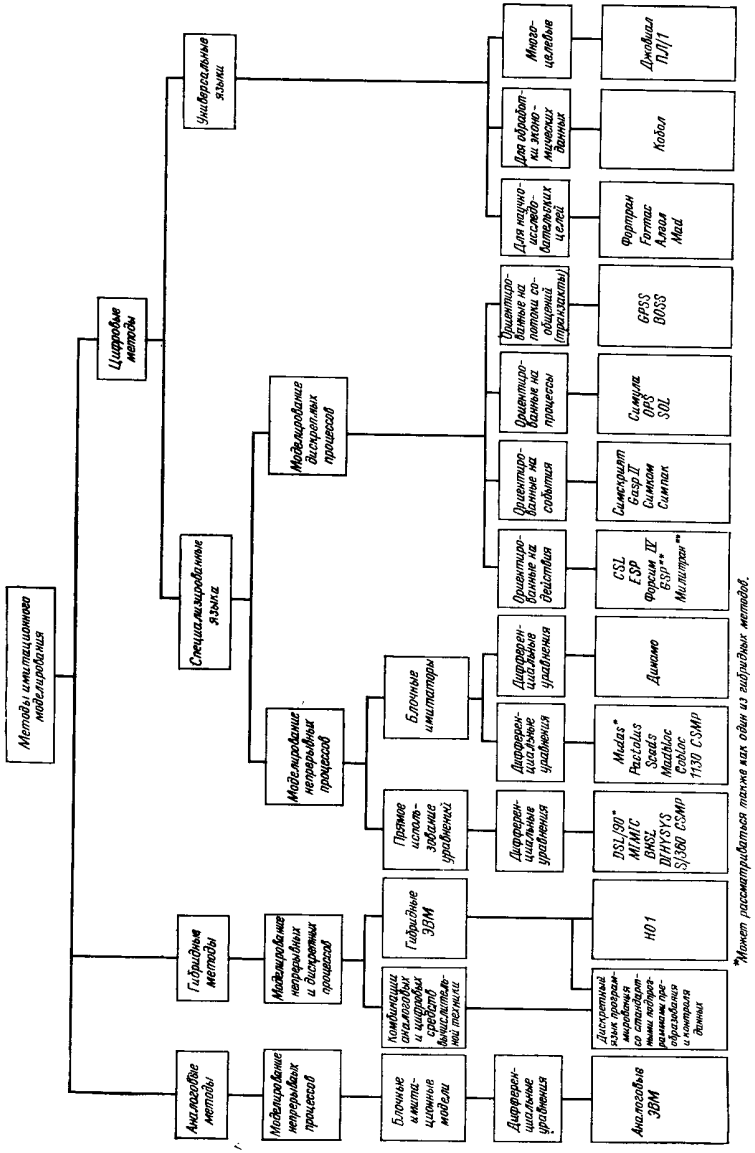
3) может эффективно использоваться при неравномерном распределении событий во времени и (или) при большой величине математического ожидания их продолжительности.

Одни языки имитационного моделирования диктуют пользователю выбор метода задания временных шагов, другие допускают применение любого из них.

3.6. Классификация языков

Для машинного моделирования пригодны, вообще говоря, три способа проведения вычислений. Как уже говорилось, в их основе лежит применение цифровой, аналоговой и гибридной вычислительной техники. В этом разделе будут описаны и сопоставлены языки, используемые в имитационном моделировании. На рис. 3.3 показана схема классификации языков. Многие из них имеют различные модификации и диалекты. Поэтому, не перечисляя все существующие версии языков, мы приводим в этой схеме только наименования их основных вариантов.

Опустим рассмотрение чисто аналоговых методов моделирования, потому что программно они реализуются простым соединением электрических компонентов, таких, как усилители, потенциометры, резисторы, конденсаторы и т. д., из которых составляются электрические цепи. Таким образом, какое-либо математическое обеспечение или язык программирования здесь не требуется. Мы не ставили перед собой задачу обсуждать вопросы программирования аналоговых ЭВМ; этой теме посвящено несколько очень хо-



*Может рассматриваться также как один из гибридных методов.

**У языков GSP и Милитран имеются фазы сканирования по действиям и выбора событий, но общая ориентация остается такой, как указано.

Рис. 3.3. Классификация языков.

роших книг [10, 11]. Все аналоговые модели представляют собой модели, действующие в непрерывном времени, хотя шкала времени с помощью соответствующих методов временно́го масштабирования может быть растянута или сжата. В программировании и проверке аналоговых моделей можно использовать некоторые программы для цифровых ЭВМ, например APACHE и APSE[1]. Опираясь на любой из этих языков, можно уменьшить время составления и проверки программы для аналоговой вычислительной машины. В обоих случаях входной язык работает с уравнениями и представляет собой как бы расширенный вариант универсального языка. Эти языки служат лишь подспорьем, создавая некоторые дополнительные удобства, но ими одними при построении аналоговой модели обойтись нельзя. Некоторые программисты все же пользуются ими благодаря удобству проведения расчетов наборной схемы на цифровой ЭВМ при сохранении преимуществ высокого быстродействия и низкой стоимости аналоговой техники.

Спектр методов, называемых *гибридным имитационным моделированием,* простирается от действительно гибридных систем со взаимодействием аналоговой и цифровой аппаратных частей до так называемых методов гибридизации, где гибридное моделирование участвует лишь на стадии построения алгоритма модели. Как мы далее увидим, цифровую ЭВМ можно заставить имитировать аналоговую, тем самым допуская полностью цифровое построение имитационной модели, которая будет работать как гибридная. Некоторые из гибридных методов есть, по существу, методы скорее аналоговые, некоторые — цифровые; промежуточное положение между ними занимают методы имитационного моделирования, в которых используются и непрерывные, и дискретные события. В самых ранних попытках проведения действительно гибридного имитационного моделирования применялись универсальная аналоговая и универсальная цифровая вычислительные машины, соединенные с помощью совершенно самостоятельного интерфейса. Аппаратура интерфейса, сопряженная с универсальными ЭВМ, состояла из аналого-цифровых и цифро-аналоговых преобразователей. Она содержала лишь действительно необходимые буферные устройства с минимальной их синхронизацией. Развитие этого направления вычислительной техники привело к появлению современных гибридных методов вычислений и их аппаратного обеспечения. К сожалению, математическое обеспечение для таких систем развивалось медленнее, поскольку

1) пользователи гибридных вычислительных систем были хорошо знакомы с аппаратной частью и могли программировать свои имитационные задачи на машинном языке;

[1] Библиографические справки по каждому из упоминаемых в разделе языков будут приведены ниже.

2) первыми пользователями гибридных систем были программисты аналоговых машин, достаточно хорошо знакомые с цифровым программированием, чтобы самостоятельно решать свои задачи;

3) гибридные системы были в основном единичными экземплярами и широкое развитие математического обеспечения поэтому не было оправдано.

По указанным причинам большинство гибридных имитаций проводится с помощью программ на процедурно-ориентированных универсальных языках цифровых машин. Эти программы играют роль супервизора и часто работают в сочетании со стандартными подпрограммами пользователя для проверки аналоговой части, преобразования данных, контроля и диагностики. Предпринимались попытки создания и истинно гибридных имитационных языков. Для построения и проверки первой серийной гибридной вычислительной системы HYDAC был создан язык HYTRAN. Этот язык и сама система HYDAC были разработаны специалистами фирмы Electronic Associated примерно в 1962 г. Таких систем было продано всего несколько, и HYTRAN не нашел широкого применения, однако он послужил основой создания HOI (интерпретатора операций языка HYTRAN). Этот язык используется для автоматизации построения наборной схемы и проверки аналоговых подсистем, а также для комплексного контроля за исполнением гибридных программ.

В *цифровых имитационных методах* используются как универсальные, так и специализированные языки. Сравнительные преимущества и недостатки каждого класса этих методов представлены в табл. 3.1. Применение универсальных языков предоставляет программисту, несомненно, значительно больше возможностей в смысле гибкости разработки, отладки и использования модели. Однако гибкость эта приобретается ценой больших усилий, затрачиваемых на программирование, так как порядок выполнения операций, отсчет системного времени и контроль значительно усложняются. И все же для исследователя, не имеющего возможности работать на мощной ЭВМ, универсальный язык единственно возможный, так как большинство существующих специализированных языков создано именно для мощных ЭВМ. Кроме того, многие квалифицированные и опытные программисты предпочитают универсальные языки вследствие их гибкости в части выбора выходных форматов и благодаря возможности вставок собственных стандартных подпрограмм. Поскольку по универсальным языкам было написано уже множество книг, мы ограничимся здесь простым включением их в нашу классификацию.

Специализированные языки цифрового имитационного моделирования делятся на две самостоятельные группы, соответствующие двум видам имитации, которые развивались независимо. Мы рас-

смотрим эти группы (имитацию дискретных и непрерывных процессов) отдельно друг от друга в ретроспективе. Остановимся сначала на имитации непрерывных процессов. Один из методов этой группы лежит на самой границе спектра гибридных методов, т. е. относится к тем из них, где гибридизация участвует на стадии построения алгоритма модели (цифровая ЭВМ копирует поведение гибридной системы). Группа языков непрерывного имитационного моделирования делится в свою очередь на три типа: языки аналогового моделирования; языки, применяемые для решения систем дифференциальных уравнений, описывающих детерминированные замкнутые непрерывные системы; языки уравнений. Первые два типа языков рассчитаны на блочное построение моделей, языки 3-го типа оперируют с уравнениями.

Созданию языков имитационного моделирования для непрерывных систем положила начало работа Селфриджа, опубликованная в 1955 г. Его программа, которой Селфридж не дал никакого названия, породила большое число имитационных языков аналогового типа для цифровых ЭВМ. Наиболее удачные из них— MIDAS, PACTOLUS, SCADS, MADBLOC, COBLOC и 1130 CSMP. Эти языки используют покомпонентную эмуляцию поведения аналоговых и гибридных ЭВМ. Например, сумматор заменяется кодом операции суммирования, интегратор — кодом операции интегрирования и т. д. Взаимодействия между этими дополнениями функциональных компонент описываются с помощью блочно-ориентированного языка точно так же, как коммутационная панель АВМ электрически связывает компоненты аналоговой вычислительной программы. Эмулируются и структура, и элементы аналоговой или гибридной ВМ. Аналоговые имитационные языки выросли из аналоговых блок-схем как наиболее простого и удобного средства описания непрерывных систем.

Для моделирования переменных, непрерывных по диапазону своих значений, но дискретных по времени, удобны три языка. Язык Динамо (*Динамические модели*), разработанный в Массачусетском технологическом институте, для аппроксимации непрерывных процессов использует дифференциальные уравнения первого порядка как более удобные по сравнению с дифференциальными уравнениями, описывающими входные и выходные последовательности. Существенные для изучения динамических систем переменные, такие, как переменные состояний и выходные переменные, описываются в языке Динамо с помощью уравнений уровней и скоростей соответственно. Переменные состояний (уровни) описывают состояние или условие внутри системы в данный момент времени; переменные скорости описывают, как меняется это состояние за некоторый отрезок времени. Вспомогательные уравнения, входящие в уравнения скорости, полностью описывают функцию уравнений скорости. Несмотря на то что для описания систе-

мы достаточно уравнений уровней и скорости, эти дополнительные уравнения очень важны для обеспечения обратной связи, поскольку с их помощью можно управлять скоростью изменения состояний. В тех случаях, когда язык Динамо использовать нельзя, можно программировать на таких языках, как MIMIC или CSMP. Языки, работающие непосредственно с уравнениями, выходят за рамки ограничений, которые накладывает полностью блочная конструкция языков аналогового моделирования. Эти языки, помимо блочного построения моделей, обладают мощью и удобством алгебраической и логической алгоритмизации. Языки, работающие с уравнениями, появились значительно позже языков аналогового моделирования. В 1966 г. Комиссией по созданию математического обеспечения для имитационных исследований при фирме Simulation Councils Inc. было подготовлено предварительное описание имитационного языка для непрерывных систем. Целью этой работы было стандартизировать формат языка и структуру аналого-цифровых имитационных программ. Разработчики надеялись получить эффект, сравнимый с результатами работы Комиссии стандартов по Фортрану при Американской ассоциации специалистов по стандартам. Так же как и созданные ею дискретные языки, рассматриваемые языками первого и второго поколения, появившиеся после опубликования этого описания непрерывные языки продемонстрировали иную ориентацию. Большинство языков, появившихся после публикации этой работы, прямо ориентировано на уравнения. Наиболее удачные из них — это DSL/90, MIMIC, BHSL, DIHYSYS и S/360 CSMP.

Кивиа [12] делит теорию непрерывных имитационных моделей в раннем периоде ее развития на две школы: школу фирмы IBM, где применяется ее собственный язык GPSS, использующий в качестве дескрипторов модели схемные символы, и школу, использующую операторные языки. Языки схемных символов, вообще говоря, освоить легче, но использование операторных языков обеспечивает бо́льшую гибкость. Новые языки являются по большей части операторными, хотя язык схемных символов также обладает рядом достоинств, и, кроме GPSS, используется в Симком и BOSS. По нашей классификации языки делятся на четыре категории: языки, ориентированные на действия, события, процессы и потоки сообщений (транзактов). Транзактные языки на самом деле являются языками процессов, поскольку они дают синоптическое описание систем, но мы решили выделить их в отдельный класс из-за их схемного построения. В языках, ориентированных на события, действия и процессы (кроме Симкома), для описания причинно-следственных связей между элементами системы используются программные операторы.

В языках, ориентированных на действия, зависящие от времени, эти действия представляются в модельном времени как мгно-

венные. Программируя на этих языках, мы не регламентируем события в программе, а лишь указываем условия, в которых они могут произойти. В этих языках нет регламентации действий. Вместо этого применяются исполнительные программы, просматривающие набор всех условий перед сдвигом времени на очередной интервал, что позволяет определить, могут ли произойти какие-либо события. В подобных языках программа составляется из двух частей: обеспечивающей проверку и обеспечивающей действие. Перед очередным сдвигом модельного времени происходит сканирование всех программ по действиям для определения, какая из них включена в работу. Исполнение команд изменения состояния и сдвига времени в той части программы, которая обеспечивает действие, разрешается тогда, когда выполняются все контролируемые условия. Если хоть одно из них осталось невыполненным, команды действия пропускаются. Циклическое сканирование всех программ имитации действий дает возможность учитывать вероятности включения каждой из них и все возможные взаимодействия. Языки, ориентированные на действия, включают CSL, ESP, Форсим IV, GSP и Милитран.

Может оказаться и так, что определенную задачу удобнее программировать на языке, ориентированном на события. Каждое событие должно быть представлено в виде мгновенного события в модельном времени с таким регламентом, который обеспечивает наступление события именно в тот момент времени, когда динамическое состояние показывает, что сложились условия для его появления. Так, для машины, человека и детали при их взаимодействии нужны разные программы. Для того чтобы появление событий в модельном времени подчинялось установленному регламенту, исполнительная программа автоматически определяет их очередности. В число языков, ориентированных на события, входят Симскрипт, GASPII, Симком и Симпак.

Создание языков, ориентированных на процессы, представляет собой попытку объединить краткость языков, ориентированных на действия, с эффективностью языков, ориентированных на события. Процессом называют совокупность событий, описывающих поведение системы. Процесс существует во времени и может характеризоваться динамическим поведением. Процессы могут быть гибкими и регламентированными, их можно прерывать или дополнять подчиненными подпроцессами, можно программировать задержки в них самих или в других процессах до появления необходимых условий и т. д. Наиболее важное свойство языков, ориентированных на процессы, заключается в том, что написанная на подобном языке программа работает так же, как несколько программ, управляемых независимо одна от другой либо посредством просмотра действий, либо посредством регламентирования событий. Особенностью программирования, позволяющей реализовать

это свойство, является использование некоторой точки повторной активизации (точки реактивации); это, в сущности, указатель, сообщающий программе обработки данных, с какого места должно продолжаться ее выполнение после выполнения тех или иных команд, задерживающих этот процесс. Исполнительная программа в этих языках реализует еще более важную функцию, чем в языках, ориентированных на действия или события. В эту категорию входят такие языки, как Симула, OPS и SOL.

Блок-схемы алгоритмов, являясь важным инструментом описания логики поведения и взаимодействия элементов системы, моделируемой на одном из трех упомянутых выше языков для дискретных систем, как в программировании, так и в теории конструирования моделей подобных систем играют небольшую роль. Применяя эти языки, пользователь строит имитационную модель на основе операторов, которые описывают условия, необходимые для выполнения действий, результаты этих действий, а также определяют временные взаимосвязи между элементами системы и действиями, в которых эти элементы участвуют. В языках, ориентированных на процессы, моделирование системы проводится путем движения транзактов или сообщений через стилизованные блоки действий. По мере прохода транзактов через блоки происходит сдвиг системного времени; решения принимаются в результате воспроизведения логики функционирования моделируемой системы. Языки, попадающие в эту категорию, называют транзактными. Программисту, уже знакомому с идеей, положенной в основу блок-схем алгоритмов, на этих языках программировать нетрудно. В этом случае специализированные блоки соединяются в структуры, отображающие логику действий и различные потоки моделируемой системы. Сама система представляется в виде блоков; моделирующая программа создает транзакты, передвигает их по определенным блокам и производит действия, связанные с каждым блоком. Поскольку эти специальные блоки модели являются одновременно и основными программными операторами, составление модели на языке блок-схем равносильно написанию программы. Однако легкость освоения этих языков покупается ценой потери гибкости. К языкам этой категории принадлежат GPSS и BOSS.

3.7. Блок-схема решений

Основываясь на двухэтапиой процедуре выбора, предложенной нами в разд. 3.4, и классификации языков, описанной в предыдущем разделе, можно предложить еще один подход к выбору языков имитационного моделирования, описываемый ниже. Он заключается в совместном использовании дерева решений и справочного руководства к нему. Перед тем как строить дерево решений,

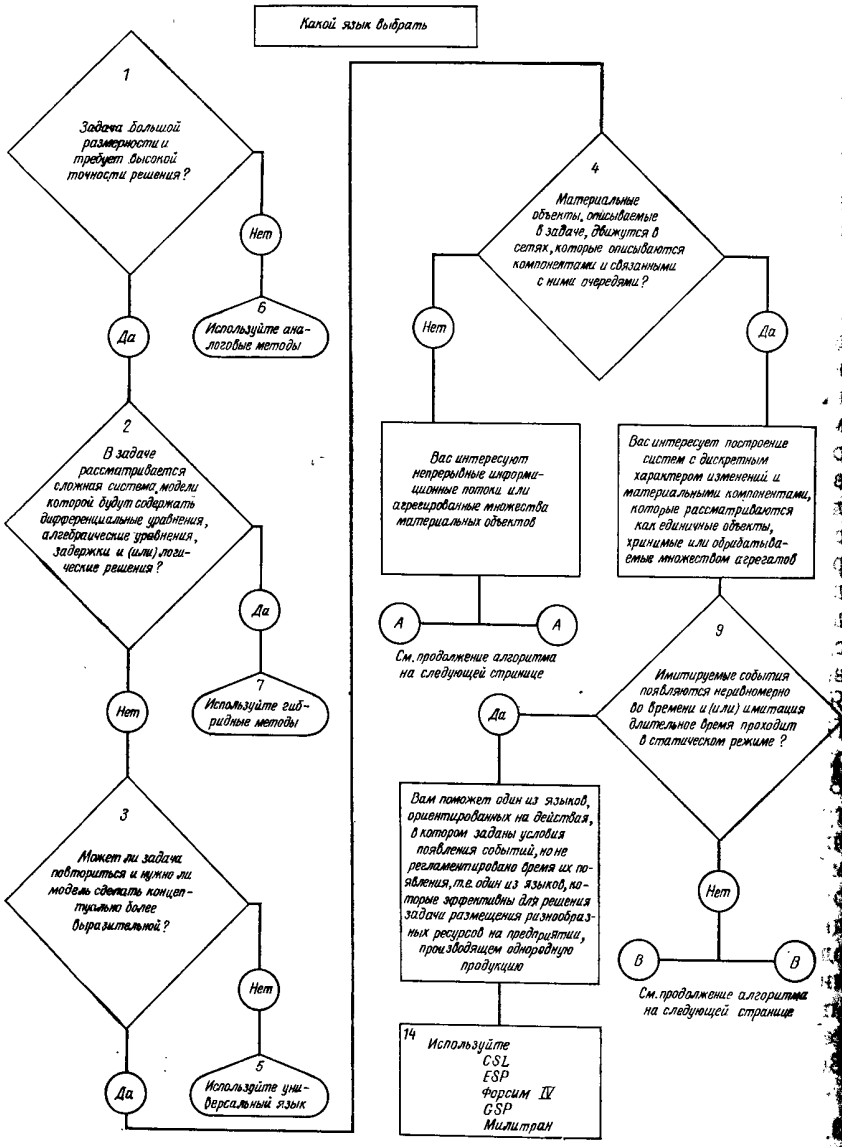


Рис. 3.4. Блок-схема дерева решений.

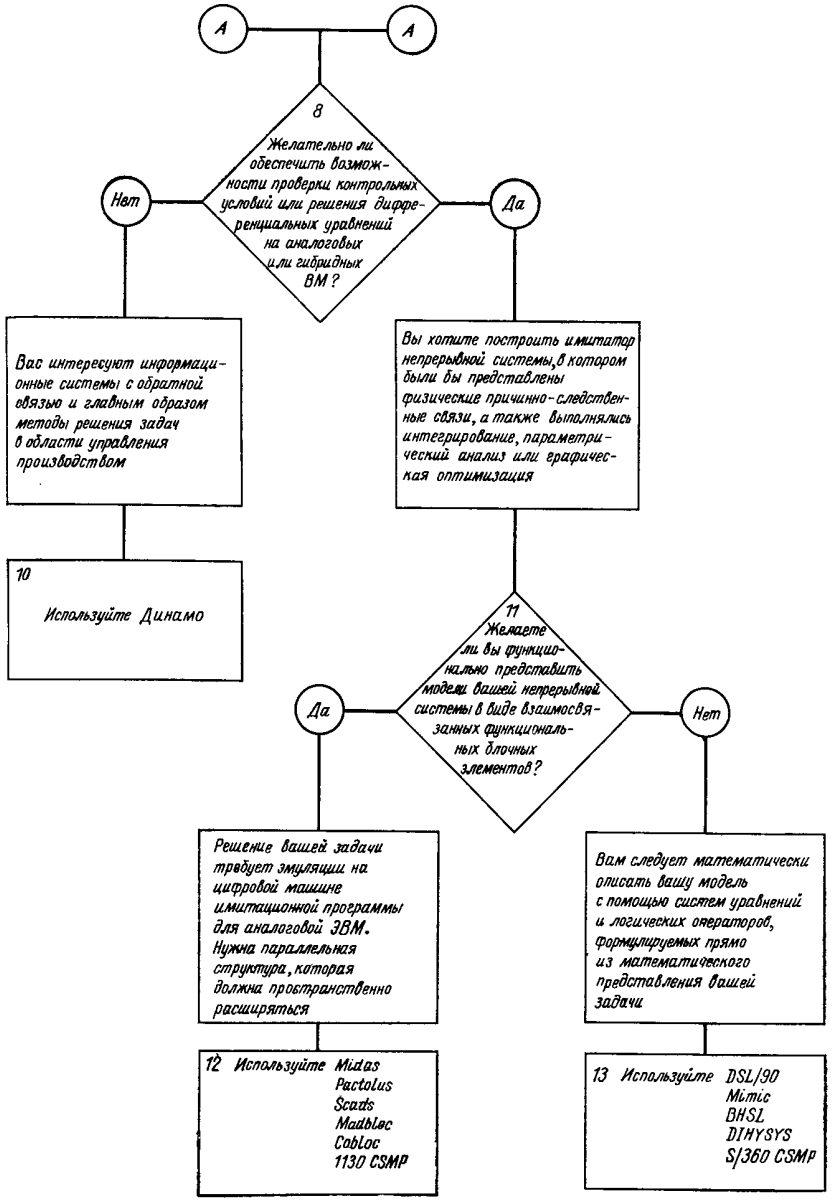


Рис. 3.4 (продолжение).

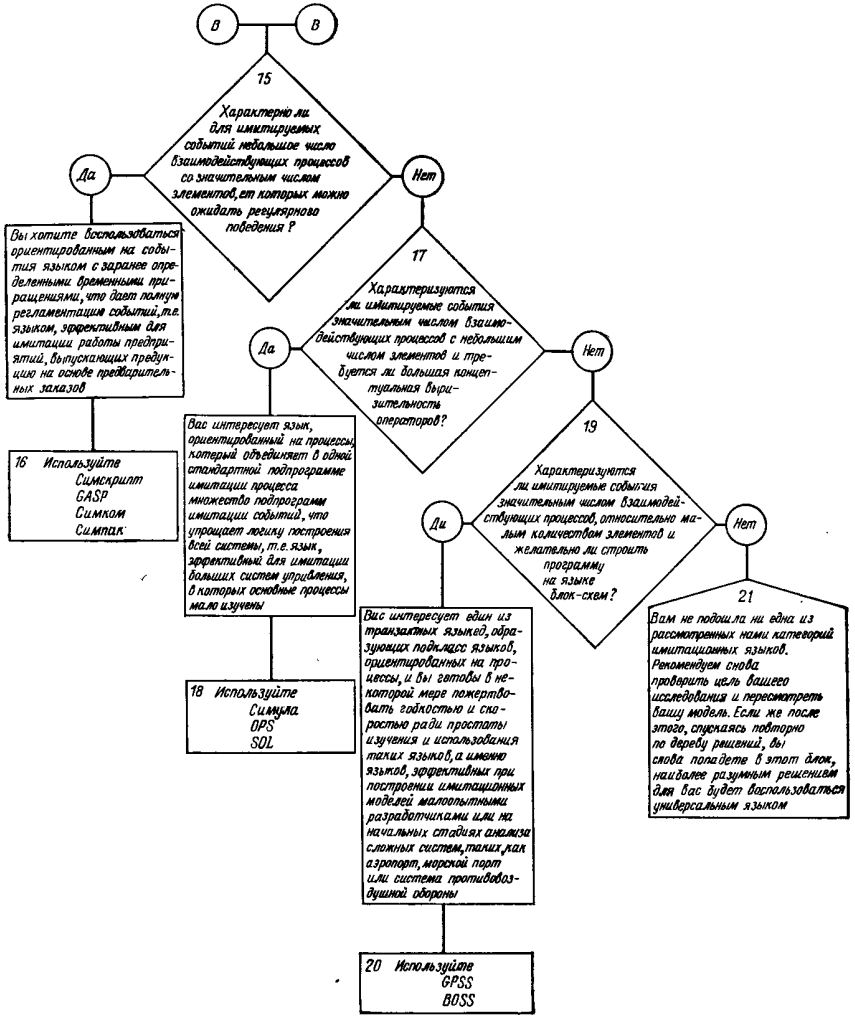


Рис. 3.4 (продолженне).

исследователю необходимо закончить предыдущие этапы анализ системы, разбив ее на подсистемы и построив их модели. К этому времени он уже достаточно хорошо знаком со своей задачей, что позволяет ему выбрать язык, исходя из целей построения имитационной модели.

Вопросы, которым были посвящены предыдущие разделы, удобно представить в виде блок-схемы, изображенной на рис. 3.4. Ду

мается, что это дерево решений вместе с комментариями, приведенными в разд. 3.8, поможет исследователю в выборе языка, который обладает наибольшей эффективностью для его задачи. Приход в тот или иной конечный блок этой схемы означает рекомендацию более подробно рассмотреть указываемые в нем языки. В верхней части каждого элемента дерева решений стоит число. Это — цифровой ключ, представляющий собой номер соответствующего блока справочного руководства (разд. 3.8).

Руководство содержит сведения по каждому элементу дерева решений; оно должно помочь пользователю прийти к конечному блоку. В нем читатель найдет рекомендации по конкретным языкам и совместимой с ними аппаратуре вычислительных комплексов, а также ссылки на более подробные источники информации по этим языкам. Естественно, каждый конечный блок может и не дать полного списка всех возможных языков; мы старались перечислить лишь те из них, которые применяются наиболее часто и документированы наиболее полно. Если оказывалось, что несколько языков служат одной цели или обладают практически одними и теми же свойствами, перечислялись лишь самые известные из них и (или) те, которые в наименьшей степени зависят от конкретного типа ЭВМ. Иными словами, здесь была предпринята сознательная попытка дать лишь важнейшие языки по каждой категории (там, где они уже существуют), что позволит исследователю выбрать наиболее эффективный язык, который совместим с его ЭВМ. Возможно, создатели и пользователи языков, не включенных нами в руководство, будут разочарованы. Мы приносим им свои извинения; оправданием для нас служит ограниченный объем книги, не позволивший нам включить многие очень хорошие и полезные языки.

3.8. Справочное руководство

Номера блоков, в которых представлены приводимые ниже описания, указания и комментарии, соответствуют ключевым номерам на дереве решений рис. 3.4. Начинать поэтапную процедуру выбора языка необходимо с *Блока 1.*

БЛОК 1

В основе вашего желания выбрать язык программирования может лежать предположение о том, что ваша задача достаточно велика, сложна и требует высокой точности решения. Так ли это?

1. Да. *Переходите к Блоку 2.*
2. Нет. *Переходите к Блоку 6.*

БЛОК 2

Если при имитации системы в модели применяются как непрерывные, так и дискретные потоки и если необходимо достичь высокой точности, но наличие многочисленных внутренних контуров не позволяет применить чисто цифровые методы или если требуется одновременное использование дифференциальных уравнений, алгебраических уравнений и логических решений, то рекомендуется ориентироваться на гибридную вычислительную машину. Действительно ли имеют место указанные условия?

1. Да. *Переходите к Блоку 7.*
2. Нет. *Переходите к Блоку 3.*

БЛОК 3

В табл. 3.1 проводилось сравнение универсальных и специализированных языков, из которого следует, что если задача должна решаться многократно и если требуются какие-то дополнительные средства повышения выразительности языка, то специализированные языки имитационного моделирования предоставляют в этом плане значительно больше возможностей. Такова ли ваша задача?

1. Да. *Переходите к Блоку 4.*
2. Нет. *Переходите к Блоку 5.*

БЛОК 4

Если можно считать, что в модели отображаются элементарные объекты потоков в сетях и если эти обрабатываемые или накапливаемые объекты, как и звенья, производящие их обработку, можно рассматривать в качестве изолированных элементов, не подлежащих агрегированию, то следует применить один из языков описания дискретных систем. Имеет ли место именно такая ситуация?

1. Да. *Переходите к Блоку 9.*
2. Нет. *Переходите к Блоку 8.*

БЛОК 5

Вам следует воспользоваться универсальным языком или языком описания процедур. На применение таких языков накладывается весьма немного ограничений. Их основные недостатки (которые следует иметь в виду) заключаются в том, что эти языки не

обладают концептуальной выразительностью и у нас не будет отладочных средств для проверки логики вашей имитационной модели. Различные варианты этих языков совместимы почти со всеми вычислительными системами. Литература, которая может помочь вам при написании имитационных программ на этих языках, приводится в конце главы [1, 6—8, 15, 18—20, 23, 24, 26].

БЛОК 6

Вам больше подходят аналоговые методы. Подобные методы особенно эффективны:

1. В учебных целях, так как хорошо иллюстрируют влияние изменения параметров и переменных.
2. На предварительном этапе проектирования систем — при исследовании влияния различных компромиссов и демонстрации их заказчикам или консультантам.
3. При решении больших систем дифференциальных уравнений, когда высокая скорость расчетов оказывается важнее, чем высокая точность.
4. При построении эмпирической имитационной модели, т. е. в условиях недостаточности априорной информации, необходимой для создания математической модели.
5. При взаимодействии между человеком и ЭВМ — в системах, где важную роль играет личный контакт исследователя с машиной.

Никакой язык имитационного моделирования, как таковой, при этом не используется, однако некоторые дискретные языки оказываются весьма полезными при вычислении масштабных коэффициентов, уставок потенциометров и соединений на коммутационной панели, а также при проведении статических проверок. *Далее переходите к Блоку 11 и (или) к следующему разделу этой главы, где говорится о языках APACHE и APSE.*

БЛОК 7

Вас могут заинтересовать гибридные методы. Если вы имеете доступ к гибридным вычислительным системам средней мощности типа EAI 690 или к более производительной установке типа EAI 8900, вы можете воспользоваться языком HOI. Если вы располагаете комбинацией ЭЦВМ и АВМ, то можно использовать язык Фортран с библиотекой стандартных подпрограмм преобразования и контроля данных. При необходимости проверить вашу систему или облегчить вычисление уставок для аналоговой части вы можете обратиться к Блоку 11 или языкам APACHE и APSE, описываемым в следующем разделе. Гибридным методам посвящены работы [2, 9, 11, 16]. *Переходите к ознакомлению с указанными работами и (или) к следующему разделу этой главы.*

БЛОК 8

Определив, что вас интересуют системы с агрегированными характеристиками и непрерывные материальные или информационные потоки, необходимо решить, имеются ли в вашем случае условия, диктующие выбор гибридных или аналоговых вычислительных систем и решение дифференциальных уравнений?

1. Да. *Переходите к Блоку 11.*
2. Нет. *Переходите к Блоку 10.*

БЛОК 9

Вы пытаетесь представить себе, какой из методов задания системного времени или синхронизации подходит для вашей задачи наилучшим образом. Если средняя продолжительность событий относительно велика или события появляются неравномерно во времени и (или) в процессе имитации имеют место длительные статические состояния, то вам следует воспользоваться методом задания шага до следующего события. Для моделей такого типа наиболее эффективен язык, ориентированный на действия. Таковы ли ваша модель?

1. Да. *Переходите к Блоку 14.*
2. Нет. *Переходите к Блоку 15.*

БЛОК 10

Вам нужна информационная система с обратной связью. Такие системы можно найти в эконометрических моделях, моделях отдельных фирм, моделях всех фирм определенной отрасли промышленности, моделях систем здравоохранения, моделях окружающей среды, моделях боевых операций и различных моделях других систем. Каково бы ни было конкретное приложение этих моделей, все они являются моделями агрегированной природы. Наилучший из существующих языков здесь можно считать Динамо, хотя можно использовать также языки MIMIC и CSMP (см. Блок 1). Язык Динамо совместим с вычислительными машинами типа 709/7090 фирмы IBM, B5500 фирмы Burroughs, NEAC 2200/2, UNIVAC 1107, 1108 и IBM 360. По языку Динамо имеется много литературы:

T. H. Naylor et al., Computer Simulation Techniques, Wiley, Inc., New York, p. 32, 38, 124, 188, 220, 222, 233; M. Klerer, G. Korn, Digital Computer User's Handbook, McGraw-Hill Book Co., 1967, p. 270—273; J. E. Sammet, Programming Languages, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1964, p. 651—653; R. B. Military Applications of DYNAMO, unpublished master's thesis, Georgia Institute of Technology, 1968; A. L. Pugh, DYNAMO II User's Manual, Massachusetts Institute of Technology Press, 1970; J. W. Forrester, Industrial Dynamics, Massachusetts Institute of Technology Press, 1961, p. 369—381; W. G. Browne, Industrial Dynamics — Looking at the Total Firm, Fourth Annual Simulation Symposium, Mar. 1971, p. 135—165.

Переходите к изучению литературы.

БЛОК 11

Вы решили, что нам необходимо построить имитационную модель непрерывной системы, которая отражала бы физические причинно-следственные связи, выполняла интегрирование, проводила параметрический анализ, решала системы дифференциальных уравнений и выдавала на графопостроитель оптимальные траектории процессов. Теперь нужно произвести выбор между языками двух основных типов, оба из которых пригодны для описания всех этих задач. Если свою модель непрерывной системы вы хотите функционально представить в виде взаимосвязанных функциональных блочных элементов, то следует воспользоваться блочно-ориентированным языком. Эта ли задача стоит перед вами?

1. Да. *Переходите к Блоку 12.*
2. Нет. *Переходите к Блоку 13.*

БЛОК 12

Вы хотите решать свою задачу путем эмуляции на цифровой ЭВМ имитационной модели, сформулированной для аналоговой машины. В этом случае каждая компонента АВМ замещается кодами соответствующих операций. Электрическая коммутация, осуществляемая на коммутационной панели АВМ, описывается на блочно-ориентированном языке. Ниже перечисляются языки этого типа и ЭВМ, которые с ними совместимы.

MIDAS	IBM 7090/94, 7040/44, 1620 UNIVAC 1107, 1108
PACTOLUS	IBM 1620
SCADS	CDC G-20
MADBLOC	IBM 7090
COBLOC	CDC 1604
1130 CSMP	IBM 1130

Литература, рекомендуемая по каждому из этих языков:

MIDAS: R. J. Harnett, F. J. Tansom, L. M. Warslawsky, MIDAS ... An Analog Approach to Digital Computation, Simulation, Sept. 1964, p. 16—43; G. E. Blechman, An Enlarged Version of MIDAS, Simulation, Oct. 1964, p. 41—54; G. H. Burgin, MIDAS III ... A Compiler Version if MIDAS, Simulation, Mar. 1966, pp. 160—168.

PACTOLUS: R. D. Brennan, H. Sano, PACTOLUS: A Digital Analog Simulation Program for IBM 1620, Proceedings of the Fall Joint Computer Conference,

1964, p. 299—312; R. D. Brennan, PACTOLUS — A Simulator Language Which Makes a Digital Computer Feel Like an Analog Computer, Simulation, Aug. 1964, p. 12—19; G. C. Willems, A Note on PACTOLUS, Simulation, v. 3, № 5, 1964, p. 3—4.

SCADS: D. A. Gall, Introduction to Continuous System Simulation, Proceedings of the Summer Computer Simulation Conference, 1970, p. 3—9; J. C. Strauss, W. L. Gilbert, SCADS, A Programming System for the Simulation of Combined Analog Digital Systems, 2nd ed., Carnegie Institute of Technology, Pittsburgh, Pa., Mar. 1964.

MADBLOC: V. C. Rideout, L. Tavernini, MADBLOC, A Program for Digital Simulation of a Hybrid Computer, Simulation, Jan. 1965, pp. 20—24.

COBLOC: J. J. Skiles, R. M. Janoski, R. L. Schaefer, COBLOC, paper presented at Joint Meeting of Midwestern and Central States Simulation Councils, May 1965; R. M. Janoski, R. L. Schaefer, J. J. Skiles, COBLOC: A Program for All Digital Simulation of a Hybrid Computer, IEEE Transactions on Electronic Computers, Feb. 1966, p. 78—82.

1130 CSMP: R. D. Brennan, Continuous System Modeling Programs: State of the Art and Prospectus for Development, Proceedings of the IFIP Working Conference on Simulation Programming Languages, 1968, p. 371—396; 1130 CSMP Program Reference Manual, IBM 1130-CX-13X.

ypurI

Переходите к изучению литературы.

БЛОК 13

Возможно, вы уже располагаете математической формулировкой задачи. Поэтому, для того чтобы переформулировать вашу задачу в функциональных терминах, понадобятся дополнительные затраты сил и времени. Однако этого можно избежать, если воспользоваться языком, ориентированным на уравнения. Ниже перечисляются подобные языки и совместимые с ними ЭВМ.

DSL/90	IBM 7090/94
MIMIC	IBM 7090/94
	UNIVAC 1107, 1108
	CDC серия 6000
BHSL	EAL 8400/8900
DIHYSYS	B5500 фирмы Burroughs
S/360 CSMP	IBM 360

Литература, рекомендуемая по каждому из этих языков:

DSL/90: Y. Chu, Digital Simulation of Continuous Systems, McGraw-Hill Book Co., N. Y., 1969, p. 345—417; W. M. Syn, D. G. Wyman, DSL/90 — Digital Simulation Language, User's Guide, IBM System Development Division, Technic Report TR 02. 355, Jul. 1965.

MIMIC: H. E. Peterson, F. J. Sansom, L. M. Warshawsky, MIMIC — A Digital Simulation Program, SESCA Internal Memo 65-12, Wright-Patterson Air For Base, Ohio, May 1965; Y. Chu, Digital Simulation of Continuous System McGraw-Hill Book Co., N. Y., 1969, p. 24—64.

BHSL: J. C. Strauss, Basic Hytran Simulation Language — BHSL, AFIPS Conference Proceedings, v. 29, 1966, p. 603—611; HYTRAN Simulation Langua (HSL) Programming Manual, Electronic Associates, Inc., Publ. № 008270006 1967.

DIHYSYS: J. Leon, C. O. Alford, J. L. Hammond, Jr., DIHYSYS... A Hybr Systems Simulator, Proceedings of the 1970 Summer Computer Simulation Co ference, Jun. 1970, p. 42—48.

S/360 CSMP: R. D. Brennan, Continuous System Modeling Programs: State-of-the-Art and Prospectus for Development, Proceedings of the IFIP Working Conference on Simulation Programming Languages, 1968, p. 371—396; G. A. Pall, Introduction to Scientific Computing, Appleton-Century-Crofts, N. Y., p. 585—600; Continuous System Modeling Program, IBM Data Services Center, Report GE19-0036-0, 1970.

Переходите к изучению литературы.

БЛОК 14

В нашей модели используется механизм задания временно́го шага до следующего события, или метод переменных приращений времени. В вашей задаче имитируются сильно взаимодействующие процессы с фиксированным числом элементов и нерегулярно происходящими событиями. Вам следует воспользоваться языком, ориентированным на действия, в котором просмотр действий определяет очередность появления событий. Ниже перечисляются языки этого типа и совместимые с ними ЭВМ.

CSL	IBM 7090/94, 1620, 1410
	Honeywell 400/1400, 200/2200
ESP	Elliot 503, 803
Форсим IV	IBM 7030
GSP	Elliot 503
	Ferranti Pegasus
Милитран	IBM 7090/94

Литература, рекомендуемая по каждому из этих языков:

CSL: J. N. Buxton, J. G. Laski, Control and Simulation Language, Computer Journal, v. 5, 1964, p. 194—199; Control and Simulation Language — Introductory Manual, IBM United Kingdom, Ltd., and Esso Petroleum Co., Ltd., Mar. 1963; Control and Simulation Language — Reference Mannual, IBM United Kingdom, Ltd. and Esso Petroleum Co., Ltd., Mar. 1963.

ESP: J. W. J. Wiliam, E. S. P. — The Eliot Simulator Package, Computer Jornal, v. 6, 1964, p. 328—331.

Форсим IV: E. Famolari, FORSIM IV Simulation Language User's Guide, The MITRE Corp., ESD-TDR-64-108, May, 1964.

GSP: K. D. Tocher, Handbook of the General Simulation Program, v. I (rev.) and v. II, Dept. Operations Research and Cybernetics, Report 77/ORC 3/Tech. and Report 88/ORC 3/Tech, The United States Steel Companies, Ltd., Sheffield, England.

Милитран: MILITRAN Reference Manual, Systems Research Group, Inc., 1964; MILITRAN Programming Manual, Systems Research Group., Inc., 1964; MILITRAN Operation Manual, Systems Research Group, Inc., 1964.

Переходите к изучению литературы.

БЛОК 15

В вашей модели лучше всего применить метод фиксированных временны́х интервалов. Вам необходимо выбрать язык из числа языков, ориентированных на события, процессы или потоки транзактов. Если в модели относительно много элементов и относитель-

но мало взаимодействующих процессов, то предпочтение следует отдать языку регламентации событий. Выполнены ли в вашей задаче все эти условия?

1. Да. *Переходите к Блоку 16.*
2. Нет. *Переходите к Блоку 17.*

БЛОК 16

Вам необходимо выбрать язык, в котором приращения времени фиксированы и тем самым установлен механизм появления событий. Основное различие между моделями, где такие языки могут эффективно применяться, и всеми другими моделями, использующими метод фиксированных интервалов, заключается в доле взаимодействующих процессов и количестве элементов модели. В вашей модели относительно мало взаимодействующих процессов и относительно много элементов. Ниже перечислены языки, ориентированные на события, и совместимые с ними ЭВМ.

Симскрипт	IBM 7090/94, 360 UNIVAC 1107, 1108 CDC 3600, серия 6000 GE 626, 635 Philco-Ford 210, 211, 212 RCA 70/45/55 NCR 314 RMC
GASP	Любая вычислительная система, имеющая компилятор с Фортран IV
Симком	IBM 709
Симпак	IBM 7090

Литература, рекомендуемая по каждому языку:

Симскрипт: F. P. Wyman, Simulation Modeling: A Guide to Using SIMSCRIPT, Wiley, Inc., New York, 1970; M. A. Geisler, H. M. Markowitz, A Brief Review of SIMSCRIPT as a Simulating Technique, the Rand Corporation, Santa Monica, Cal., Aug. 1963; H. M. Markowitz, Simulating With SIMSCRIPT, the Rand Corporation, Santa Monica, Cal., Nov. 1963; H. W. Karr, A Quick Look at SIMSCRIPT, paper presented at Fourth Phi Delta Kappa Symposium in Educational Research, Nov. 1962; H. M. Markowitz, B. Hauser, H. W. Karr, SIMSCRIPT — A Simulation Programming Language, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1963; P. J. Kiviat, R. Villauveva, H. Markowitz, The SIMSCRIPT II Programming Language, The Rand Corporation, Santa Monica, Cal., Oct. 1968.

GASP: A. A. B. Pritsker, P. J. Kiviat, Simulation With GASP II: A. Fortran Based Simulation Language, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1969; F. J. Kiviat, A. Colker, GASP — A General Activity Simulation Program, The Rand Corporation, Santa Monica, Cal., 1964.

Симком: T. G. Sanborn, SIMCOM — The Simulation Compiler, Proceedings of the Eastern Joint Computer Conference, 1959, p. 139—142; SIMCOM User's Guide, Information Systems Operations, TR-65-2-149010, General Electric Company, 1964.

Симпак: R. P. Bennett, et al., SIMPAC User's Manual, System Development Corporation, TM-602/000/00, Apr. 1962; M. R. Lackner, Toward a General Simulation Capability, 1962 Western Joint Computer Conference, p. 1—14.

Переходите к изучению литературы.

БЛОК 17

Вы решили, что вашу модель удобнее всего программировать на языке, который эффективен при большом числе взаимодействующих процессов. Теперь вам необходимо определить, какому языку отдать предпочтение — языку типа предписаний или языку, программирование на котором осуществляется путем составления блок-схемы программы. Если ваша система достаточно велика или если вас не устраивает негибкость фиксированных блоков языка блок-схем, то вам следует выбрать язык, ориентированный на процессы. Так ли обстоит дело в вашей задаче?

1. Да. *Переходите к Блоку 18.*
2. Нет. *Переходите к Блоку 19.*

БЛОК 18

Вам необходим язык, ориентированный на процессы. Точнее, вы не хотите связывать себя использованием для описания вашей системы блоков только определенных типов, как, например, в транзактных языках. Не устраивает вас также и необходимость заранее распределять большие объемы машинной памяти, как этого требуют языки блочной структуры. Ниже перечислены языки, которые удовлетворяют вашим требованиям, а также совместимые с ними ЭВМ.

Симула	UNIVAC 1107, 1108 B5500 фирмы Burroughs CDC 3600, серия 6000
OPS	IBM 7090/94
SOL	UNIVAC 1107, 1108 B5500 фирмы Burroughs

Литература, рекомендуемая по каждому из этих языков:

Симула: O. J. Dahl, K. Nygaard, SIMULA — An ALGOL Based Simulation Language, Communications of the ACM, Sept. 1966, p. 671—678; O. J. Dahl, K. Nygaard, Class and Subclass Declarations, Proceedings of the IFIP Working Conference on Simulation Programming Languages, 1968, p. 158—174; SIMULA Programmer's Reference, UNIVAC UP-7556, Sperry Rand Corporation, 1967; O. J. Dahl, B. Myhrhaus, K. Nygaard, SIMULA 67 Common Base Language, Norwegian Computing Center, Report S2, May 1968.

OPS: M. Greenberger, A New Methodology for Computer Simulation, Project MAC, MAC-TR-13, MIT, 1964; M. Greenberger, M. Jones, On Line, Incremental Simulation, Proceedings of the IFIP Working Conference on Simulation Programming Language, 1968, p. 13—32.

SOL' D. E. Knuth, J. L. McNeley, SOL — A Symbolic Language for General Purpose Systems Simulation, IEEE Transactions on Electronic Computers, 1964, p. 401—414.

Переходите к изучению литературы.

БЛОК 19

Вы все еще убеждены, что имеете систему с относительно большим числом взаимодействующих процессов и относительно малым числом элементов? Вы предпочитаете язык блок-схем по причине сокращения времени программирования и отладки, а также легкости и быстроты его освоения? В этом случае вы должны были остановить свой выбор на языке транзактного типа. Так ли это?

1. Да. *Переходите к Блоку 20.*
2. Нет. *Переходите к Блоку 21.*

БЛОК 20

Вы либо имеете мало опыта в программировании и вас привлекает легкость освоения языка блок-схем, либо пытаетесь использовать этот язык на начальной стадии анализа сложной системы. Только поэтому языки блочной структуры не теряют для вас своей привлекательности, хотя они относительно негибки, требуют большого объема памяти и большого количества машинного времени на прогон программ. Ниже перечислены языки транзактного типа и подходящие для них машины.

GPSS	IBM 7090/94, 7040/44, 360 UNIVAC 1107, 1108 CDC 3600, серия 6000
BOSS	B5500 фирмы Burroughs

Литература, рекомендуемая по каждому языку:

GPSS: G. A. Pall, Introduction to Scientific Computing, Appleton-Century-Crofts, Inc., New York, 1971, p. 574—587; General Purpose Simulation System/360 User's Manual, IBM H20-0326, 1967; J. R. Emshoff, R. L. Sisson, Design and Use of Computer Simulation Models, The MacMillan Co., New York, 1970, p. 117—119, 144—145, 234—238, 266—270.

BOS: P. F. Roth, The BOSS Simulator — An Introduction, Fourth Conference on Applications of Simulation, Dec. 1970, p. 244—250; P. F. Roth, A. J. Meyerhoff, BOSS Simulation of a Time Sharing Message Processing System for Ban Applications, Proceedings of the Third Annual Simulation Symposium, Jan. 1970.

Переходите к изучению литературы.

БЛОК 21

Вы так и не определили тип языка, подходящий для программирования вашей задачи. Вам необходимо снова сформулировать цели вашего имитационного исследования, проверить вашу модель и еще раз пройти вниз по дереву решений. Если в результате вы опять попадете в этот блок, то вашу задачу, по-видимому, будет удобнее всего программировать на универсальном языке. Выбирая язык программирования для вашей имитационной модели, вы в первый раз попали в этот блок?

1. Да. *Переходите к Блоку 1.*
2. Нет. *Переходите к Блоку 5.*

3.9. Полезные расширения и диалекты языков

Поскольку требования к языкам программирования вообще и к языкам имитационного моделирования в частности четко не определены, нет и единого мнения относительно того, что же следует считать собственно языком. Помимо самих языков, существуют диалекты, ответвления (или языки L-типа) и расширенные варианты языков. Диалектом называется сокращенный вариант основного языка. Язык L-типа есть язык, по духу и букве сходный с основным языком L, но обладающий несколько иными свойствами, что не позволяет причислить его к диалектам. Основное различие между диалектом и ответвлением — степень расхождения с основным языком. Если расхождение невелико, то это просто диалект. Язык E считается расширением языка L, если L — подмножество E.

Такие тонкие различия часто затрудняют классификацию языков. Рассмотрим, например, языки Симскрипт I, Симскрипт I.5, Симскрипт II, Симскрипт II.5 и Симскрипт II Плюс. Совершенно ясно, что это языки родственные, но все же они отличаются друг от друга. Проблема состоит в том, чтобы определить, один ли это язык или пять разных языков. Является ли каждый из пяти самостоятельным языком или это просто диалект? В предшествующем обсуждении мы не касались этой трудности, давая лишь общие названия языковых семейств.

Как бы мы их ни называли, но следует упомянуть и некоторые другие полезные программы, не включенные в предыдущие разделы. Это GERTS (имитационная программа, применяющая метод графической оценки и обзора), APACHE, APSE, QUIKSIM (точной расшифровки этого сокращения нигде нет; просто более быстродействующий вариант Симскрипта), ECSS (расширяемый машинный системный имитатор) и SOLPASS (языковая система программирования и моделирования, ориентированная на задачи имитации).

GERTS можно успешно применять при моделировании и анализе любой задачи с вероятностными сетями, например задач сборочного производства, задач управления разработкой проектов, задач, связанных с конвейерными системами, процессами системных испытаний и контрольными проверками, задач со стохастическими процессами, а также при анализе загрузки производствен-

ных мощностей. Элементами сетей программы GERTS являются направленные ветви, которые используются в качестве работ (видов деятельности), и логические узлы, представляющие события. Каждая ветвь берет начало в одном узле и оканчивается в другом. Ветви описываются с помощью двух параметров. Один из них показывает условную вероятность выбора некоторой ветви при условии, что мы попали в узел, из которого она исходит. Другой параметр относится ко времени, требуемому на завершение работы, которую представляет данная ветвь. Параметр времени может быть случайной переменной. Программа GERTS может включать сети с логическими операциями ИЛИ и И на входе узлов и детерминированными или вероятностными операциями на выходе. В более поздние варианты этой программы были добавлены еще две характеристики имитируемых работ: номер счетчика и номер работы.

Каждый раз, когда появляется новая работа, содержимое счетчиков увеличивается на единицу. Указание номера работы позволяет модифицировать сети, т. е. заменять один узел другим. Подлежащий замене узел удаляется из сети тогда и только тогда, когда реализуется работа по модификации сети. Возникновение последующих работ инициируется новыми узлами. В программе GERTS имеется также узел ожидания, позволяющий проводить моделирование и накапливать статистические данные об очередях, образующихся в определенных узлах. Узлы ожидания описываются параметрами, которые характеризуют максимальные длины очередей, по достижении которых производится переход к другому узлу или к другой дисциплине очереди. GERTS является не языком, а методом анализа и моделирования, который, в свою очередь, использует универсальный язык типа фортран или язык имитационного моделирования типа GASP[1]).

Использование языков APACHE и APSE облегчает выполнение арифметических вычислений при составлении аналоговых программ и проведении статических проверок условий аналогового моделирования. В обох случаях язык является ориентированным на уравнения и пишется как расширение универсального цифрового языка. Любой из них сокращает время программирования на АВМ, но ни один не использует возможности ЭЦВМ при построении имитационной модели так же полно, как языки для непрерывных систем. APACHE и APSE служат лишь эффективным подспорьем,

[1]) Литература по GERTS: A. A. B. Pritsker, W. W. Happ, GERT: Graphical Evaluation and Review Technique, Part I, Fundamentals, Journal of Industrial Engineering, May 1966, p. 267—274; A. A. B. Pritsker, G. E. Whitehouse, GERT: Graphical Evaluation and Review Technique, Part II, Probabilistic and Industrial Engineering Applications, Journal of Industrial Engineering, Jun. 1966, p. 293—301; G. E. Whitehouse, A. A. B. Pritsker, GERT: Part III — Further Statistical Results: Counters, Renewal Times and Correlations, AIIE Transactions, Mar. 1969, p. 45—50.

но не выполняют всей основной работы. Некоторые программисты, однако, считают их удобными для расчета уставок цифровыми методами, сохраняя при этом возможности большего быстродействия и экономичности параллельных расчетов на АВМ[1].

Языки QUIKSIM и ECSS являются расширениями языка Симскрипт. В языке QUIKSIM сделана попытка объединить преимущества блочно-ориентированных и операторных дискретных языков. Построение этого языка модульное, и любая блочная подпрограмма может быть в нем включена, изъята или изменена без изменения каких-либо других блочных подпрограмм. QUIKSIM содержит 27 готовых блоков; пользователь может также добавлять любые собственные блоки, написанные на Симскрипте или Фортране. Набор блоков языка QUIKSIM достаточен почти для любой имитационной модели, но пользователь имеет возможность писать и собственные блочные подпрограммы. Число отладочных прогонов программы обычно невелико, поскольку этот язык можно изучить быстро, а программировать на нем легко, отладка не занимает много времени. Она требует меньше времени, чем в Симскрипте, но, однако, время прогона программ больше[2].

ECSS представляет собой расширение языка Симскрипт, облегчающее построение имитационных моделей вычислительных систем. Такие модели строятся не часто, так как программирование и отладка моделей сложных вычислительных комплексов занимает много времени и обходится слишком дорого. Предпринимались попытки продолжить развитие этого языка и создать на нем пакеты программ или имитаторы, но они оказались негибкими. Язык ECSS позволяет строить несложные модели или блоки сложных моделей путем запроса необходимых средств и обеспечения соответствующих исходных данных.

Если пользователь чувствует, что ECSS не обеспечивает эффективного программирования его задачи, он может перейти к полной версии языка Симскрипт. В ECSS используется транслятор для перевода специальных команд и запросов на язык Симскрипт (точнее, Симскрипт II) с целью последующей компиляции их в

[1]) Рекомендуемая литература по APACHE — APSE: Analog Programming and Checking Programmer's Manual, EURATOM Report EUR 2436e, 1965, CETIS, Ispra Establishment, Italy; G. W. T. White, Digital Simulation Languages for the Solution of Process Control Problems, Proceedings of the IBM Scientific Computing Symposium on Digital Simulation of Continuous Systems, 1964, p. 72—76; G. H. Burgin, APACHE: Some Encouraging Experiences, Simulation, Jan. 1966, p. 16—19; C. Green, H. D'Hoop, A. Debroux, APACHE — A Breakthrough in Analog Computing, IRE Transactions on Electronic Computers, Oct. 1962, p. 699—706; Automatic Programming and Scaling of Equations: Simulaton Language Programming for Analog/Hybrid Computers, Electronic Associates, Inc., West Long Branch, N. J.

[2]) Рекомендуемая литература по языку QUIKSIM: D. G. Weamer, QUIKSIM — A Block Structured Simulation Language Written in SIMSCRIPT, Third Conference on Applications of Simulation, Dec. 1969, p. 1—11.

объектную программу. Детали программирования, кроме сложных мест, не входят в задачу пользователя, что позволяет ему сконцентрировать свое внимание на логике модели. Устраняя необходимость большой затраты времени на разработку и отладку имитационных моделей сложных вычислительных систем, ECSS позволяет осуществлять анализ этих систем. Этот язык все еще развивается, и, возможно, в будущем удастся повысить его гибкость и исключить все недостатки, отмеченные в недавних работах по его применениям[1].

SOLPASS представляет собой систему конструирования имитационных моделей с применением языка имитационного моделирования SOL для имитации крупных сетей. Первоначальной целью его создания было обеспечить возможность Армии США более эффективно проводить сбор данных по статистике перевозок и имитировать этот процесс на вычислительных системах различных конфигураций с целью установления требований к линиям и узлам передачи данных. Однако теперь этот язык имеет весьма широкий круг применений, которые можно разделить на следующие четыре группы:

1. Дискретная имитация
   - Имитация перевозок
   - Анализ перевозок по автомобильным дорогам
   - Анализ воздушных перевозок
   - Анализ передачи сообщений
2. Имитация систем
   - Системы управления
   - Вычислительные системы
   - Системы связи
   - Системы передачи данных
3. Имитация средств технического обеспечения
   - Обнаружение и исправление ошибок
   - Устройства кодирования-декодирования
   - Логические схемы
4. Имитация непрерывных процессов
   - Системы контроля уровня воды в реках
   - Аналоговые процессы
   - Электронные схемы
   - Анализ переходных процессов

Из-за того что при разработке языка SOLPASS ставилось условие обеспечения возможности одновременной обработки до 10 тыс.

[1] Рекомендуемая литература: N. R. Nielsen, ECSS: An Extendable Computer System Simulator, The Rand Corporation, RM-6132-NASA, 1970; N. R. Nielsen, ECSS: An Extendable Computer System Simulator, Third Conference on Applications of Simulation, Dec. 1969, p. 114—129; D. W. Koky, Experience With the Extendable Computer System Simulator, Fourth Conference on Applications of Simulation, Dec. 1970, p. 235—243.

сообщений, проходящих через вычислительную сеть, этот язык рассчитан на работу с дисковой памятью в режиме онлайн. Таким образом, количество сообщений, которые в нем обрабатываются, определяется не возможностями основной памяти, а наличием дисковой памяти. Этот язык позволяет также работать с терминалами в режиме онлайн без большого ущерба для скорости выполнения расчетов на больших имитационных моделях. Число переменных, характеризующих очередь, и число одновременно обслуживаемых очередей в нем практически не ограничены[1].

3.10. Мнения пользователей

В 1971 г. Клайном [14] был проведен опрос пользователей с целью оценки языков дискретного имитационного моделирования. Впоследствии полученные в ходе опроса данные были проанализированы заново с использованием метода, опирающегося на правило взвешенного большинства, который был предложен Шенноном и Вьяттом [27]. При составлении вопросника Клайн учел то обстоятельство, что среди самих «экспертов», которых он просил оценить некоторые группы объектов (в данном случае языки дискретной имитации), степень знакомства с этими объектами будет весьма различной. Поэтому он предложил каждому участнику опроса оценить свою компетентность или степень знакомства с предметом по шкале 0—4 следующим образом. «Экспертам» (пришло 103 ответа) было предложено проранжировать языки имитационного моделирования, руководствуясь личными предпочтениями. Кроме того, их попросили оценить трудность освоения этих языков и использования особых возможностей, характерных для каждого из них. Это нужно было сделать по десятибальной шкале, где 1 означала «практически невозможно освоить», а 10 — «чрезвычайно просто». Наконец, участники должны были дать оценку возможностей каждого языка по десятибальной шкале, где 1 означала «никаких преимуществ язык не имеет», а 10 — «язык обладает очень ценными свойствами».

Составляя свой вопросник, Клайн оставил открытым перечень сопоставляемых языков дискретной имитации. Языки, не предназначенные специально для программирования имитационных моделей (например, Фортран, ПЛ/1), нужно было оценить по возможности их использования для написания имитационных программ. Языки, упоминавшиеся в ответах реже всего, в последующем анализе не рассматривались.

В работе [14] представлены результаты анализа, в котором оценки располагались на количественных шкалах полезности с ад-

[1] Рекомендуемая литература по языку SOLPASS: A Simulation Oriented Language Programming and Simulation System, Third Conference on Applications of Simulation, Dec. 1969, p. 24—37.

дитивными свойствами. Как известно многим читателям, правомерность количественной оценки полезности экономисты, философы, психологи и математики подвергают серьезным сомнениям, начиная с XVIII в., когда появилась работа маркиза де-Дондорсе по процедурам выборов, где он обсуждал проблемы выработки предпочтений вступающих в союз группировок. Поэтому данные, полученные в ходе опроса, подвергались анализу с помощью двух методов определения порядковых полезностей. Под «методами порядковых полезностей» мы подразумеваем следующее: если в ответе языку A давалась оценка 9 по некоторой шкале (например, легкость использования), а языку B — оценка 6 по той же шкале, то в анализе использовался лишь порядок, т. е. считалось, что в соответствии с этой шкалой для данного эксперта A предпочтительнее B.

Первым из использованных методов было простое правило большинства в формулировке Эрроу и других. Под «правилом большинства» имеется в виду, что если $N_{(x, y)}$ — такое число лиц, что $x \geqslant y$, а $N_{(y, x)}$ — такое число лиц, что $y \geqslant x$ (где $x > y$ читается как «x предпочтительнее y», а $x = y$ читается как «x и y равнопредпочтительны»), то

$$x \geqslant y, \text{ тогда и только тогда, когда } N_{(x, y)} \geqslant N_{(y, x)}$$

Правило большинства, предложенное Эрроу, присваивает каждому эксперту одинаковые веса (т. е. один опрашиваемый соответствует одному голосу). Второй метод, который мы назовем правилом взвешенного большинства, был разработан Шенноном и Вьяттом. Их идея заключалась в том, чтобы учитывать и мнение неэксперта в данном вопросе, но с весовым коэффициентом, соответственно отражающим уровень его компетентности. Такой подход учитывает тенденцию участников опроса предпочитать один язык другому только лишь из-за того, что остальные языки они знают хуже. Некоторому языку может отдаваться предпочтение по той простой причине, что опрашиваемому известны не все преимущества и удобства языка, который он знает хуже. Этот факт позволяет сделать два предположения:

1. Если проводится сравнение двух языков по методу большинства группой экспертов с разным уровнем компетентности, то все оценки должны взвешиваться относительно той, которая принадлежит наименее компетентному эксперту, или относительно наиболее низкой оценки по какому-либо из двух факторов (имеется в виду удобство пользования и легкость освоения).

2. Каждому уровню компетентности экспертов лицо, принимающее решение (аналитик), может присваивать индивидуальный вес, который должен учитываться при определении коллективного предпочтения.

В нашем случае индивидуальным суждениям экспертов с различным уровнем компетентности были присвоены следующие относительные веса:

Уровень компетентности	Степень знакомства с языком	Вес
0	Знаком не настолько, чтобы давать оценку	0,00
1	Никогда не использовал, но достаточно знаком с его основами и могу дать оценку	0,25
2	Имею некоторый опыт работы с ним	0,50
3	Очень хорошо знаком	0,75
4	Считаю себя экспертом по этому языку	1,00

Результаты представлены в виде ранжированных последовательностей для трех различных шкал, построенных: (1) по правилу большинства, (2) по правилу взвешенного большинства и (3) методом количественного анализа полезности по Клайну. Третья ранжировка была выведена на основе усреднения всех оценок или суммирования рангов. Как и ранее, $A > B$ читается как «A предпочтительнее B» и $A = B$ читается как «A и B равнопредпочтительны». Девять языков закодированы буквами: A—GPSS, B — Симула, C — Симскрипт I.5, D — Симскрипт II, E — GASP, F — SOL, G — Фортран, H — ПЛ/1, I — APL.

I. *Возможности языка*

Правило большинства:

$$D > B > C > A > E > H > F > G > I.$$

Правило взвешенного большинства:

$$D > B > C > A > E > H > F > G > I.$$

Метод Клайна:

$$D > C > B > A > F > E > H > G > I.$$

II. *Легкость применения языка*

Правило большинства:

$$A > C = E > D > B > F > H = I > G.$$

Правило взвешенного большинства:

$$A > D > E > B > F > C > H = I > G.$$

Метод Клайна:

$$A > E > C > D > H > B > I > G > F.$$

III. *Предпочитаемый язык*

Правило большинства:

$$C>A=B=D=E=G>H>F>I.$$

Правило взвешенного большинства:

$$D>C>B>A>E>G>H>F>I.$$

Метод Клайна:

$$C>A>D>G>B>H>E>I>F.$$

Таблица 3.2

Примеры простых моделей на различных языках

Литература	Приведенные примеры
J. P. Emshoff, R. L. Sisson Design and Use of Computer Simulation Models The MacMillan Co., New York, 1970	Динамо GPSS
G. S. Fishman Concepts and Methods in Discrete Event Digital Simulation Interscience Publishers, New York, 1973	GPSS Симскрипт Симула
G. Gordon Systems Simulation Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1969	Динамо GPSS Симскрипт 360/CSMP 1130/CSMP
H. Maisel, G. Gnugnoli Simulation of Discrete Stochastic Systems Science Research Associates, Inc., Chicago, 1972	GPSS Симскрипт ПЛ/1
R. C. Meir, W. T. Newell, H. L. Pazer Simulation in Business and Economics Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1969	Динамо GPSS Симскрипт
T. H. Naylor, J. L. Balintfy, D. S. Burdick, K. Chu Computer Simulation Techniques Wiley, Inc., New York, 1968	Диинамо GPSS Симскрипт GASP
J. W. Schmidt, R. E. Taylor Simulation and Analysis of Industrial Systems Richard D. Irwin, Inc., Homewood, Ill., 1970	GPSS Симскрипт

3.11. Заключительные замечания

В этой главе была предпринята попытка обсудить проблемы, связанные с трансляцией нашей имитационной модели на язык, понятный ЭВМ. Это не такая уж легкая задача, поскольку существует много универсальных и специализированных языков. Наш опыт говорит о том, что большинство исследователей и профессиональных программистов знают от одного до трех языков. Поэтому возникает естественный вопрос: оправданы ли ожидаемые выгоды освоения нового языка и затраты усилий на его изучение? Ответ на него каждый должен находить для себя самостоятельно.

Надо надеяться, что этому поможет обсуждение языков, предложенное вниманию читателей в этой главе. Другую полезную информацию читатель найдет в гл. 6 книги [4] и в статьях Кивиа [13], Линебаргера и Бреннана [19], Саммет [25], Тичроева и Любина [28] и Точера [29]. Решая вопрос о выборе какого-либо определенного языка, часто бывает полезно ознакомиться с *простой* моделью, запрограммированной на этом языке. В табл. 3.2 приведены сведения о том, где читатель может найти описание таких моделей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Bauer Ch. R., Peluso A. P., Gomberg D. A., Basic PL/1 Programming Self-Instructional Manual and Text, Addison-Wesley Publ. Co., Inc., Reading, Mass., 1968.
2. Bekey G. A., Karplus W. J., Hybrid Computation, Wiley, Inc., New York, 1968; есть русский перевод: Бекн Дж., Карплюс У., Теорня и примененне гибрндных вычнслнтельных систем, изд-во «Мир», М., 1971.
3. Conway R. W., Johnson B. M., Maxwell W. L., Some Problems of Digital Systems Simulation, Management Science, v. VI, Oct. 1959.
4. Emshoff J. P., Sisson R. L., Design and Use of Computer Simulation Models, Mcmillan and Co., Ltd., London, 1970.
5. Evans G. W., Wallace G. F., Sutherland C. L., Simulation Using Digital Computers Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1967.
6. Farina M. V., COBOL Simplified Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1968.
7. FORMAC (Operating and User's Preliminary Reference Manual), IBM Program Information Dept., № 7090 R21BM 0016, IBM Corporation, Hawthorne, N. Y., Aug. 1965.
8. Higman B., A Comparative Study of Programming Languages, American Elsevier Publishing Co., Inc., New York, 1967; есть русский перевод: Хигман Б., Сравнительное изучение языков программирования, изд-во «Мир», М., 1974.
9. HYTRAN Simulation Language (HSL) Programming Manual Electronic Associates, Inc., Publishing № 008270006-0, 1967.
10. Johnson C. L., Analog Computer Techniques McGraw-Hill Book Co., New York, 1956.
11. Karplus W. J., Soroka W. W., Analog Methods Computation and Simulation, 2nd ed., McGraw-Hill, Book Co., New York, 1959.
12. Kiviat P. J., Development of Discrete Digital Simulation Languages, Simulation, v. VIII, № 2, Feb., 1967.

13. Kiviat P. J., Digital Computer Simulation: Computer Programming Languages, RAND Report RM-5993-PR, Jan. 1969.
14. Kleine H., A Second Survey of User's Views of Discrete Simulation Languages, Simulation, v. 17, № 2, Aug. 1971.
15. Klerer M., Korn G. A., Digital Computer User's Handbook, McGraw-Hill Book Co., New York, 1967.
16. Landauer J. P., EAI-640 Based Hybrid Systems Software Scientific Computation Dept. Report № 11—71, Electronic Associates, Inc., Apr. 1971.
17. Lave R. E., Jr., Timekeeping of Simulation, The Journal of Industrial Engineering, v. XVII, № 7, Jul. 1967.
18. Lecht Ch. P., The Programmers PL/1, McGraw-Hill Book Co., New York, 1968.
19. Linebarger R. N., Brennan R. D., A Survey of Digital Simulation — Digital Analog Simulator Programs, Simulation, v. 3, № 6, Dec. 1964.
20. McCracken D. D., A Guide to Fortran Programming, Wiley, Inc., New York, 1961.
21. McCracken D. D., A Guide to ALGOL Programming, Wiley, Inc., New York, 1962.
22. Naylor T. H. et al., Computer Simulation Techniques, Wiley, Inc., New York, 1968.
23. Perstein M. H., Grammar and Lexicon for Basic JOVIAL, System Development Corporation, TM-555/005/00, Santa Monica, Calif., May 1966.
24. Sammet J. E., Programming Languages: History and Fundamentals Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1969.
25. Sammet J. E., Programming Languages: History and Future, Communications of the ACM, v. 15, № 7, Jul. 1972.
26. Sammet J. E., Bond E., Introduction to FORMAC, IEEE Transactions on Electronic Computers, v. EC-13, № 4, Aug., 1964.
27. Shannon R. E., Wyatt M. W., Discrete Simulation Languages User's Survey Revisited, Simulation, v. 19, May 1973.
28. Teichroew D., Lubin J. F., Computer Simulation — Discussion of the Technique and Comparison of Languages, Communications of the ACM, v. 9, № 10, Oct. 1966.
29. Tocher K. D., Review of Simulation Languages, Operational Research Quarterly, v. XVI, Jun. 1965.

ЗАДАЧИ

1. Озиакомьтесь с приложением А.3.

а) Эта модель может быть запрограммирована на АВМ, но если вы решили применить ЭЦВМ, то каким языком вам лучше всего воспользоваться?

б) Как можно частично преодолеть трудности, на которые указывает автор в связи с чрезмерным количеством данных?

2. Автор приложения А.1 составил программу своей модели на языке GPSS. Как вы думаете, удачен ли его выбор?

3. Какой язык выбрали бы вы для программирования модели, описанной в приложении А.2?

ГЛАВА 4

ПЛАНИРОВАНИЕ МАШИННЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ ПО ИМИТАЦИОННОМУ МОДЕЛИРОВАНИЮ

Ставить эксперимент имеет смысл лишь в том случае, когда выгода от него превышает затраты на его осуществление.

Рональд А. Говард

4.1. Значение проектирования

План экспериментального имитационного моделирования на ЭВМ представляет собой метод получения с помощью эксперимента необходимой информации, стоимость которой зависит от способа сбора и обработки данных. Эффективность использования экспериментальных ресурсов существенным образом зависит от выбора плана эксперимента, так как:

1) план эксперимента в значительной степени определяет порядок статистического анализа его результатов;

2) успешность разрешения с помощью эксперимента поставленных экспериментатором вопросов (без чрезмерных затрат времени и ресурсов) существенно зависит от правильности плана эксперимента.

Экспериментальное моделирование на ЭВМ требует затрат труда и времени экспериментатора, а также затрат машинного времени. Чем больше средств вложено экспериментатором в данное исследование, тем меньше их остается на остальные исследования, и потому необходимо иметь план, позволяющий извлекать из каждого эксперимента максимально возможное количество информации. Основная цель экспериментального моделирования состоит в возможно более глубоком изучении поведения моделируемой системы при наименьших затратах. С этой целью необходимо планировать и проектировать не только саму модель, но и процесс ее использования, т. е. проведение на ней экспериментов. Следовательно, мы должны рассматривать вопросы такого стратегического планирования эксперимента, которое позволит получить желаемую информацию при минимальных затратах. Со времени появления

в 1935 г. книги Фишера «Планирование экспериментов» появилось большое число книг и статей по планированию экспериментов, нашедшему широкое применение в биологических, физических и системных исследованиях. Планирование экспериментов выгодно в двух отношениях: 1) оно позволяет уменьшить число необходимых испытаний и тем самым повысить экономичность эксперимента и 2) служит структурной основой процесса исследований.

Экспериментальное моделирование представляет собой процесс использования модели с целью получения и анализа интересующей нас информации о свойствах моделируемой системы. Планирование эксперимента позволяет выбрать конкретный метод сбора необходимой для получения обоснованных выводов информации. Всестороннее обсуждение проблем планирования экспериментов выходит за пределы данной книги. Чтобы оказать помощь читателю в работе с обширной литературой по этой тематике, в настоящей главе приводится необходимая для такой работы терминология и рассматриваются ключевые вопросы теории и практики планирования экспериментов.

Проблемы построения и анализа планов экспериментов в тесной связи с программами исследований рассмотрены в ряде превосходных книг. Среди них следует выделить книги следующих авторов: Бэрти [3], Кокрен и Кокс [9], Девис [12], Диксон и Мессей [13] и Хикс [16]. Кроме того, в сборнике под редакцией Нейлора [20], содержащем статьи, представленные на проводившемся в октябре 1968 г. в Университете им. Дьюка симпозиуме по планированию машинных экспериментов с имитационными моделями, приведен очень полезный анализ ряда характерных для рассматриваемой проблемы трудностей.

Некоторые типы планов экспериментов в настоящее время стандартизованы до такой степени, что их можно просто брать из соответствующих справочников. Подобно готовой одежде, готовые проекты могут очень хорошо подходить для решения многих задач. Однако так же, как портной подгоняет одежду для заказчика с нестандартной фигурой, исследователь должен быть готов к модификации имеющихся планов и их приспособлению к специфическим условиям конкретных задач.

4.2. Различия между физическими экспериментами и экспериментами на ЭВМ

Несмотря на то что цели экспериментального моделирования на ЭВМ и проведения физических экспериментов, по существу, совпадают, между этими двумя видами экспериментов существуют и некоторые различия. При этом наиболее важное значение имеют следующие факторы:

1. Трудность определения понятия выборочной точки.

2. Легкость повторения и воспроизведения условий проведения эксперимента.

3. Легкость прерывания и возобновления эксперимента.

4. Наличие или отсутствие корреляции между последовательными выборочными точками.

5. Управление условиями проведения эксперимента. В физических экспериментах стохастические условия не зависят от экспериментатора; при экспериментах на ЭВМ эти условия определяются самим экспериментатором.

При выборе способа использования модели и анализа полученных результатов одним из первых возникает вопрос о том, что считать выборочной точкой. Существуют различные варианты ответа на этот вопрос, например:

1. Весь процесс испытания модели. При этом в качестве выборочной точки может рассматриваться среднее значение переменной отклика, полученное усреднением по всему процессу испытания.

2. Фиксированный интервал модельного времени. Например, процесс испытаний может занимать n интервалов времени, измеряемого в часах, днях, неделях и т. п., а в качестве выборочных точек могут рассматриваться средние значения переменной отклика на каждом из этих интервалов.

3. Каждая конкретная операция рассматривается как выборочная точка. Например, в качестве выборочной точки может рассматриваться время выполнения данной работы или полное время обслуживания клиента.

4. Операции объединяются в группы фиксированного размера. Например, мы можем взять группу из 25 однотипных работ и среднее по этой группе время выполнения одной работы рассматривать в качестве выборочной точки.

Каждое из перечисленных определений имеет свои преимущества и недостатки. Использование первого определения может приводить в зависимости от вида модели к чрезмерному увеличению времени вычислений вследствие усреднения по всему процессу испытания или к фактическому пренебрежению зависящим от начальных условий начальным участком траектории процесса. Подробное обсуждение влияния начальных условий на стохастическую сходимость приведено в гл. 5. Второй метод фиксированных временны́х приращений позволяет рассматривать корреляции между выборочными точками при переходе от одного временно́го интервала к другому (так же как и последние два метода).

Очевидным преимуществом машинных экспериментов перед физическими является легкость воспроизведения условий эксперимента. Если мы проводим сравнение двух альтернатив, то можем сравнивать их при одинаковых условиях (при одинаковой последовательности событий). Это достигается путем использования одной

и той же последовательности случайных чисел для каждой из альтернатив, в результате чего уменьшается разностная вариация усредненных характеристик альтернатив, что позволяет осуществлять статистически значимое различение этих характеристик при значительно меньших размерах выборки. Если же нам нужно оценить абсолютные характеристики системы, мы можем на каждом шаге использовать новую последовательность случайных чисел.

Еще одно преимущество машинных экспериментов перед физическими состоит в легкости прерывания и возобновления эксперимента. Это позволяет применять при машинных экспериментах последовательные или эвристические методы, которые могут оказаться нереализуемыми при экспериментах с реальными моделями. При работе с машинной моделью мы всегда можем прервать эксперимент на время, необходимое для анализа результатов и принятия решения об изменении параметров модели или продолжении эксперимента при тех же значениях параметров. Однако вопрос о начальных условиях (гл. 5) может превратить это преимущество в недостаток.

При анализе машинных экспериментов по имитационному моделированию часто возникают трудности, связанные с тем, что выходы оказываются автокоррелированными. Автокорреляция означает, что наблюдения в выходных последовательностях не являются независимыми (независимость — одно из обычных предположений многих методов планирования эксперимента). При этом значение наблюдаемого выхода зависит от результатов одного или нескольких предыдущих наблюдений и потому содержит меньше информации, чем в случае независимых наблюдений. Так как в большинстве существующих методов планирования эксперимента предполагается независимость наблюдений, то многие обычные статистические методы нельзя непосредственно применять в случае наличия автокорреляции.

4.3. Цель планирования экспериментов

В тщательно проводимом исследовании планирование эксперимента и весь процесс машинного имитационного моделирования связаны в двух областях. На рис. 4.1 (представляющем собой детализацию рис. 1.3) показаны эти области и представлена блок-схема всего процесса моделирования от постановки задачи до создания документации и практической реализации результатов моделирования. Два блока, соответствующие функциям планирования эксперимента, обведены жирной линией. После того как установлены цели эксперимента, определена моделируемая система и принято решение воспользоваться машинным имитационным моделированием, очень полезно на этом начальном этапе разработки машинной модели произвести предварительное планирование пред-

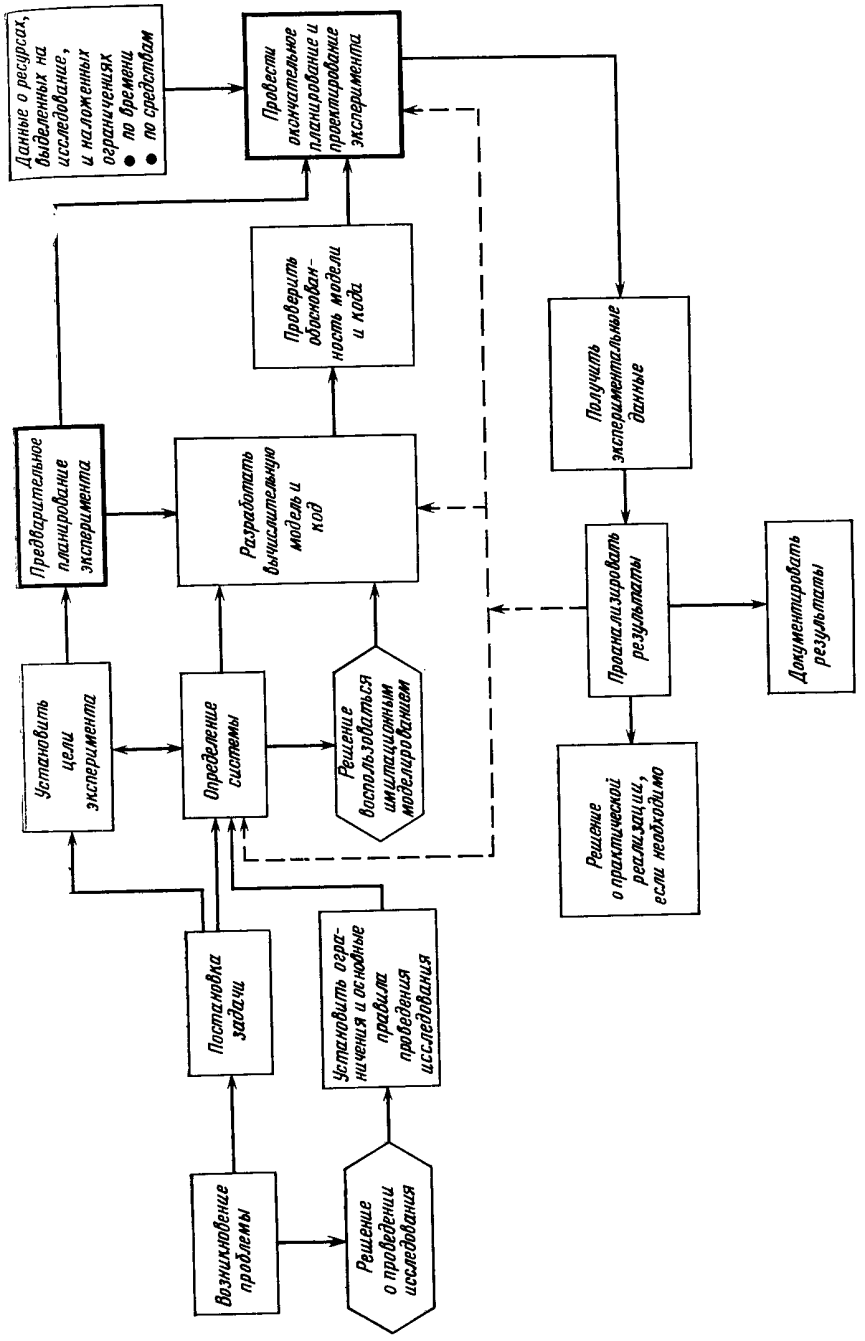


Рис. 4.1. Схема процесса моделирования.

стоящего эксперимента. Необходимо с самого начала проведения эксперимента иметь довольно подробный его план, что позволит выбрать наиболее подходящую модель, с тем чтобы можно было организовать целенаправленное и эффективное получение (а возможно, и частичный анализ) требуемых экспериментальных данных. Машинное время стоит дорого, и потому учет специфических требований к желательным экспериментальным данным может оказать влияние на выбор структуры модели. Было бы неприятно обнаружить, что уже построенная и введенная в машину модель не соответствует потребностям проводимого эксперимента.

Как показано на рис. 4.1, вторая и главная функция планирования эксперимента — это окончательное стратегическое и тактическое его планирование. При этом плановые ограничения на время (режим) и затраты должны быть приведены в соответствие с имеющимися практическими условиями и ограничениями. Хотя подробное планирование и распределение имеющихся средств проводятся в самом начале эксперимента, в ходе его необходимо иметь четкое реалистическое представление об оставшихся ресурсах и способах наилучшего их использования. Достигаются ли цели эксперимента эффективным образом, в значительной мере зависит от мастерства и предусмотрительности экспериментатора, проявленных им при разработке плана эксперимента. Чем дороже и сложнее проводимый эксперимент, тем большее внимание следует обращать на этот этап работы.

Лишь в очень немногих исследованиях не приходится сталкиваться с ограничениями на ресурсы, выступающими в виде ограничений по времени (режиму), по средствам и по возможностям ЭВМ. В большинстве случаев эти ограничения задают весьма жесткие границы возможностей эксперимента и часто не позволяют воспользоваться традиционными статистическими методами. Прекрасный пример этого дан Бидвеллом в его обсуждении имитационного моделирования процесса бетонирования автострад с использованием передвижного бетонного завода при различных скоростях бетонирования и различных размерах парка машин для доставки бетона и разных скоростях перевозки. По словам Бидвелла [4]:

«После завершения вычислений выяснилось, что стоимость машинного времени ограничивает возможности экспериментальных исследований, проводимых подрядчиком, и если последний желает найти наиболее экономичные структуру и процедуру проведения эксперимента, то он должен использовать для этого все свои знания и опыт. Например, при моделировании 19 различных размеров парка машин для доставки бетона (1—18 и 21 машины) при четырех различных скоростях бетонирования (0,8, 1,6, 2,4 и 3,2 км/день) и трех средних скоростях движения бетоновоза (24, 48 и 72 км/ч) для моделирования необходимо более 200 ч».

В рассмотренном примере имеется $19 \times 4 \times 3 = 228$ комбинаций, требующих для полного их просчета 200 ч машинного времени. Если предположить, что один час машинного времени стоит 300 долл., то весь эксперимент обойдется в 60 000 долл., причем статистическая значимость его результатов невысока вследствие отсутствия повторений эксперимента. Если было бы возможно с помощью тщательного анализа и планирования получить значимые результаты при рассмотрении лишь трех размеров парка машин (1, 11 и 21 машины), трех скоростей бетонирования (0,8, 2 и 3,2 км/день) и трех средних скоростей транспортировки бетона (24, 48 и 72 км/ч), то число возможных комбинаций сократилось бы до $3 \times 3 \times 3 = 27$. Необходимое машинное время (и стоимость эксперимента) уменьшится пропорционально числу комбинаций. Это, конечно, не единственный выход, так как мы можем, например, воспользоваться более быстрой или более дешевой ЭВМ, рассматривать только одну среднюю скорость бетоновоза и т. п.

В большинстве сложных экспериментов по имитационному моделированию число возможных комбинаций и значений факторов практически бесконечно. Поэтому, чтобы удовлетворить ограничениям, наложенным на ресурсы для проведения экспериментального исследования, приходится прибегать к существенным упрощениям модели. Выбираемая экспериментатором модель в значительной степени определяется целью исследования и методом статистического анализа его результатов, необходимым для достижения этой цели. В зависимости от конкретных целей эксперимента для анализа его результатов могут потребоваться различные методы. Наиболее широко распространены следующие типы экспериментов:

1) сравнение средних и дисперсий различных альтернатив;

2) определение важности учета или значимости влияния переменных и ограничений, наложенных на эти переменные;

3) отыскание оптимальных значений на некотором множестве возможных значений переменных.

Эксперименты первого типа обычно являются так называемыми однофакторными экспериментами. Они довольно просты, и основные вопросы, встающие перед экспериментатором при их проведении,— это вопросы о размере выборки, начальных условиях и наличии или отсутствии автокорреляции. Эти вопросы более детально рассмотрены в гл. 5. Экспериментам второго типа посвящено большинство книг по планированию экспериментов и анализу их результатов. Основными методами истолкования результатов этих экспериментов являются дисперсионный и регрессионный анализы. Третий тип экспериментов обычно предполагает использование последовательных или поисковых методов построения экспериментов. В следующих разделах мы кратко обсудим некоторые методы анализа, отвечающие перечисленным типам экспериментов.

4.4. Метод планирования

При планировании и построении модельных экспериментов мы имеем дело с двумя типами переменных, которые будем называть в этой главе *факторами* и *откликами*. Для выяснения различий между ними рассмотрим простой эксперимент, в котором рассматриваются лишь две переменные x и y и цель которого состоит в ответе на вопрос: как при изменении x изменяется y? В этом случае x — фактор, а y — отклик. В литературе факторы называют также режимами или независимыми переменными, а отклики — выходами или зависимыми переменными. В разд. 1.7 мы использовали термины экзогенный (вход) и эндогенный (выход или состояние) соответственно для фактора и отклика. Итак, термины *фактор, режим, независимая переменная, входная переменная и экзогенная переменная эквивалентны,* так же как и термины *отклик, выход, зависимая переменная, выходная переменная, переменная состояния, эндогенная переменная.* Подобная терминология возникла в связи с тем, что первые исследования с применением статистических экспериментов проводились в сельском хозяйстве, а затем в биологии. В каждой из этих областей исследований авторы стремились использовать наиболее понятные читателям термины.

Для выбора плана эксперимента следует [3]:

— определить критерии планирования эксперимента;
— синтезировать экспериментальную модель;
— сравнить полученную модель с существующими моделями со стандартными планами и выбрать оптимальный план.

Планирование эксперимента по имитационному моделированию, как и другие проблемы планирования, требует систематического подхода. Следуя предложенному Бэрти [3] методу, обсудим процесс построения плана эксперимента, разбив его на три этапа:

— построение *структурной* модели;
— построение *функциональной* модели;
— построение *экспериментальной* модели;

Вид экспериментальной модели определяется должным образом подобранными критериями планирования. Необходимо рассматривать следующие критерии:

1. Число варьируемых факторов.
2. Число уровней (значений) квантования каждого фактора.

а) Являются ли уровни факторов качественными или количественными?

б) Должны ли быть уровни квантования фиксированы (управляемы) или случайны (неуправляемы)?

в) Следует ли оценивать нелинейные эффекты?

г) Должны ли все факторы иметь одинаковое число уровней?

3. Необходимое число измерений переменной отклика.

а) Следует ли выявить взаимное влияние различных факторов?

б) Каков характер имеющихся ограничений: ограничено время на исследования, ограничены средства или машинное время?

в) Какова требуемая точность?

Чтобы оказать помощь при чтении существующей литературы, определим еще раз некоторые только что введенные термины. *Количественной* называется переменная, величина которой может быть измерена с помощью некоторой интервальной или относительной шкалы. Примерами могут служить температура, длина, скорость, цена, время и т. п. *Качественной* же называется переменная, величина которой не может быть измерена количественно, а упорядочивается методами ранжирования. Примерами качественных переменных могут служить машины, политика, географические зоны, организации, решающие правила и т. п.

Термин *фиксированные уровни* означает, что мы управляем уровнями квантования или устанавливаем их. Если уровни квантования выбираются случайно (например, с помощью метода Монте-Карло), то уровни называются случайными. Если используемая для построения эксперимента математическая модель имеет фиксированные параметры, она называется *жесткой моделью.* Если факторы модели могут изменяться случайным образом, она называется *вероятностной моделью.* Если модель содержит как фиксированные, так и случайные факторы, она называется *смешанной моделью. Эффектом взаимодействия* можно назвать комбинированное влияние на отклик двух или более факторов, проявляющееся помимо индивидуального влияния всех этих факторов по отдельности.

4.5. Структурная модель

В соответствии с принятым нами подходом первые два критерия играют основную роль в определении структурной модели. Структурная модель характеризуется

— числом факторов;
— числом уровней для каждого фактора.

Выбор этих параметров определяется целями эксперимента, точностью измерений факторов, интересом к нелинейным эффектам и т. п. На этот выбор не должна влиять ограниченность числа возможных измерений, возникающая вследствие ограниченности ресурсов. Подобные ограничения существенны для выбора функциональной модели. Структурная модель выбирается исходя из того, что *должно* быть сделано, а функциональная — из того, что *может* быть сделано.

Структурная модель эксперимента, следовательно, имеет вид

$$N_s = (q_1)(q_2)(q_3)\cdots(q_k), \tag{4.1}$$

где N_s — число элементов эксперимента; k — число факторов эксперимента; q_i — число уровней i-го фактора, $i=1, 2, ..., k$.

Мы называем *элементом* основной структурный блок эксперимента, определяемый как простейший эксперимент в случае одного фактора и одного уровня, т. е. $k=1$, $q_1=1$, $N_s=1$.

Вопрос о выборе числа и вида необходимых факторов следует рассматривать с различных точек зрения. Первой и основной из них является цель исследования. Это означает, что мы должны решить, какие отклики интересуют нас в первую очередь, т. е. какие величины необходимо измерить, чтобы получить искомые ответы. Например, при моделировании информационно-поисковой системы нас может интересовать время ответа системы на запрос. В то же время нас может интересовать и максимальное число обслуженных запросов за данный промежуток времени или какие-либо другие характеристики моделируемой системы.

После выбора интересующих нас переменных откликов мы должны определить факторы, которые могут влиять на эти переменные. Обычно число таких факторов довольно велико, и потому необходимо выделять среди них несколько наиболее существенных. К сожалению, чем меньше мы знакомы с системой, тем больше таких факторов, которые, как нам представляется, *способны* влиять на отклики. Мы согласны с Акофом и Сасиени [1] в том, что, «как правило, степень понимания явления обратно пропорциональна числу переменных, фигурирующих в его описании». Большинство систем работает в соответствии с *принципом Парето,* который гласит, что с точки зрения характеристик системы существенны лишь некоторые из множества факторов. Действительно, в большинстве систем 20% факторов определяют 80% свойств системы, а остальные 80% факторов определяют лишь 20% ее свойств. Наша задача — выделить существенные факторы.

После определения переменных отклика и выделения существенных факторов необходимо классифицировать эти факторы в соответствии с тем, как они войдут в будущий эксперимент. Каждый фактор может входить в эксперимент тремя способами [3]: 1) фактор может быть постоянным и тем самым играть роль граничных условий эксперимента; 2) фактор может быть переменным, но неуправляемым и вносить тем самым вклад в ошибки эксперимента; 3) фактор может быть измеряемым и управляемым. Для структурной модели интересны факторы третьего вида. Читатель должен понимать важность проводимых на этой ранней стадии процесса моделирования рассмотрений. Исследователю *необходимо* знать, какие переменные ему понадобится измерять и контролировать в процессе проектирования и проведения эксперимента. В противном случае впоследствии он может столкнуться с необходимостью переделки готовой модели.

Следующий шаг проектирования структурной модели состоит в определении уровней, на которых следует измерять и устанавливать данный фактор. Минимальное число уровней фактора, не являющегося постоянным, равно двум. Очевидно, что число уровней следует выбирать минимально возможным и в то же время достаточным для достижения целей эксперимента. Каждый дополнительный уровень увеличивает стоимость эксперимента, и следует тщательно оценивать необходимость его введения. Выбор для каждого фактора одинакового числа уровней (в особенности если уровней всего два-три) дает определенные аналитические преимущества. Качественный фактор по своей сути принимает ряд возможных уровней, например стратегий в системах принятия решений. Хотя мы для удобства обозначаем уровни качественного фактора цифрами 1, 2, 3 или буквами *A, B, C,* мы должны помнить, что подобное упорядочение произвольно, так как качественные уровни нельзя измерять с помощью количественной шкалы.

Для количественного фактора необходимо выделить интересующую нас область его изменения и определить степень нашей заинтересованности нелинейными эффектами. Если нас интересуют только линейные эффекты, достаточно выбрать два уровня количественной переменной на концах интервала области ее изменения. Если же исследователь предполагает изучать квадратичные эффекты, он должен использовать три уровня. Соответственно для кубического случая необходимы четыре уровня и т. д. Число уровней равно минимальному числу необходимых для восстановления функции точек. Анализ данных существенно упрощается, если сделать уровни равноотстоящими друг от друга. Такое расположение позволяет рассматривать *ортогональное разбиение* и тем самым упрощает определение коэффициентов полиномиальной функции. Поэтому обычно две крайние точки интересующей нас области изменения количественной переменной выбирают как два ее уровня, а остальные уровни располагают так, чтобы они делили полученный отрезок на равные части.

Выше было отмечено, что можно получить существенные аналитические преимущества, если принять число уровней всех факторов одинаковым, в особенности если уровней всего два-три. Такие структурные модели симметричны и имеют вид

$$N_s=q^k. \tag{4.2}$$

4.6. Функциональная модель

Функциональная модель определяет количество элементов структурной модели, которые должны служить действительными измерителями отклика, т. е. определять, сколько необходимо иметь различных информационных точек. Подобные функциональные модели в соответствии с определением Бэрти [3] могут быть либо

совершенными, либо несовершенными. Функциональная модель называется совершенной, если в измерении отклика участвуют все ее элементы, т. е. $N_f = N_s$. Функциональная модель называется несовершенной, если число имеющих место откликов меньше числа элементов, т. е. $N_f < N_s$. Так как структурная модель определяет то, что мы хотели бы иметь, то идеальным был бы случай, когда функциональная модель совпадает со структурной. К сожалению, большинство модельных исследований имеет ограничения, наложенные на время (график), денежные средства и производительность вычислительных машин. Во многих случаях эти ограничения устанавливают довольно жесткие границы для возможностей экспериментального исследования и не позволяют применять классические статистические процедуры. Функциональная модель должна помочь нам выбрать приемлемый компромисс между нашими желаниями и нашими ресурсами.

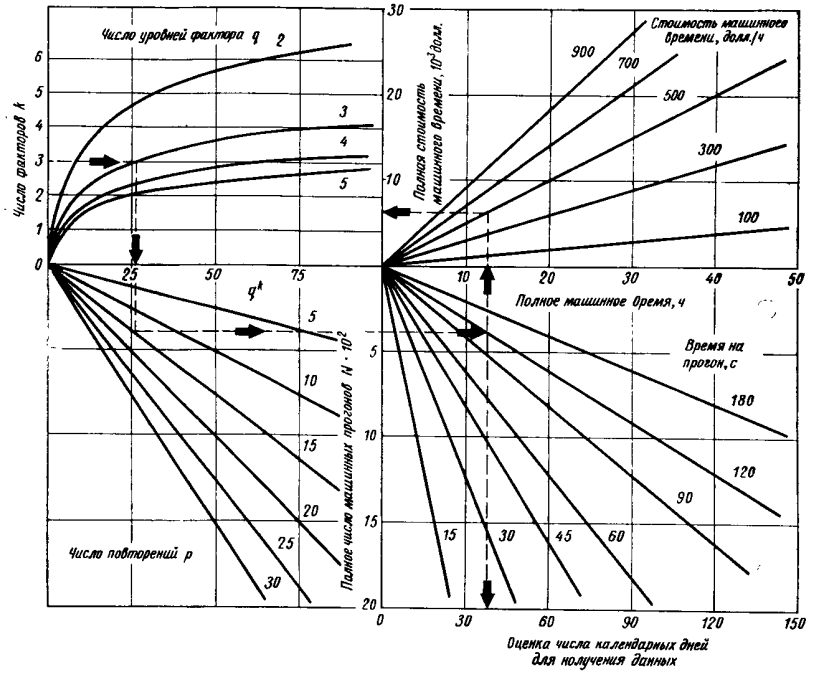


Рис. 4.2. Номограмма для оценки стоимости эксперимента [21].

В большинстве сложных экспериментальных исследований число возможных комбинаций факторов и рассматриваемых их уровней почти бесконечно. Поэтому, чтобы удовлетворить ресурсным ограничениям, мы обычно вынуждены пойти на большое число компромиссов. На рис. 4.2 представлена в четырех квадрантах номограмма, которую можно использовать для предварительного планирования эксперимента в отношении числа факторов, уровней, повторений эксперимента, а также скорости вычислений и затрат на них. Два левых квадранта построены с помощью следующего выражения для полного числа машинных прогонов, необходимых при симметрично повторяемом эксперименте:

$$N = pq^k, \tag{4.3}$$

где k — число факторов (входных параметров или переменных); q — число уровней фактора; p — число повторений; N — полное число требуемых машинных прогонов.

На рис. 4.2 приведен соответствующий пример. Выберем число факторов в левом верхнем квадранте этого рисунка. Из выбранной точки проведем горизонтальную прямую до пересечения ее с кривой, отвечающей требуемому числу уровней фактора. Из точки пересечения проведем вертикальную прямую вниз до пересечения ее с кривой в левом нижнем квадранте, отвечающей требуемому числу повторений. Из полученной точки проведем горизонтальную прямую вправо до пересечения ее с кривой в правом нижнем квадранте, отвечающей среднему времени выполнения одного машинного прогона (кривые в правом нижнем квадранте построены в расчете на то, что расход машинного времени на данный проект не превышает 20 мин машинного времени в день). Проецируя полученную точку вертикально вниз, мы получим оценку числа календарных дней, необходимых для получения искомых данных. Проецируя эту же точку вертикально вверх до пересечения с кривой в верхнем правом квадранте, соответствующей стоимости 1 ч машинного времени, мы получим последнюю точку пересечения. Вертикальная координата этой точки (или точки полученной интерполяцией) представляет собой оценку полной стоимости машинного времени, необходимого для получения всех искомых данных.

Пример рис. 4.2 соответствует одиночному эксперименту с тремя факторами, тремя уровнями, 15 повторениями, 120 с на один машинный прогон модели и стоимости одного часа машинного времени, равной 500 долл. Такой эксперимент потребует 400 вычислительных циклов, примерно 13,5 ч машинного времени, около 40 дней на получение всех данных и 6000 долл. для оплаты машинного времени. Следующие цифры демонстрируют важность тщательного планирования эксперимента при выборе числа уровней фактора. Рассмотрим предыдущий эксперимент, в котором вместо трех уровней фактора выбрано два. Такой эксперимент потребует лишь 135 вычислительных циклов, 4,54 ч машинного

времени, 13,5 дня на получение данных и всего 2250 долл. для оплаты машинного времени (сокращение затрат на 265%).

Приведенная выше номограмма позволяет проектировщику быстро оценить свои возможности при проведении эксперимента. Например, если количество денежных средств фиксировано, то при заданных стоимости 1 ч машинного времени и длительности выполнения одного машинного прогона проектировщик может быстро оценить максимально доступное ему число машинных прогонов. Затем он может проследить возможные взаимосвязи между факторами, уровнями и числом повторений. Если же он видит возможность сокращения времени выполнения машинного прогона (например, с помощью перепрограммирования) со 120 до 60 с, то он может быстро оценить, оправданы ли необходимые для этого усилия (в нашем примере экономия составит 2667 долл. по машинному времени и 20 дней ускорения графика работ).

Предположим теперь, что вследствие ограничений по стоимости или машинному времени эксперимента проектировщик считает необходимым уменьшить полное число вычислительных прогонов. Тогда желательно проанализировать относительное влияние факторов, уровней и числа повторений на количество потребных машинных прогонов. Один из способов сделать это — найти, какая из этих трех переменных величин дает наибольшее сокращение полного количества прогонов на единичное изменение переменной. Для этого выполним дифференцирование уравнения (4.3) по p, k и q, а затем рассмотрим отношение полученных уравнений [21].

Дифференцируя по k и q, получаем

$$\frac{\partial N/\partial k}{\partial N/\partial q} = \frac{q \ln q}{k}. \tag{4.4}$$

Если

$$\frac{\partial N}{\partial k} > \frac{\partial N}{\partial q},$$

то единичное изменение числа факторов изменяет полное число машинных прогонов по сравнению с единичным изменением числа уровней фактора в большей степени. Если же

$$\frac{\partial N}{\partial k} < \frac{\partial N}{\partial q},$$

то верно обратное утверждение.

Дифференцируя по p и q, получаем

$$\frac{\partial N/\partial p}{\partial N/\partial q} = \frac{q}{kp}. \tag{4.5}$$

В этом случае относительное влияние единичных изменений числа повторений и числа уровней определяется отношением (4.5) частных производных по этим переменным.

Аналогичным образом относительное влияние единичных изменений числа повторений и числа факторов определяется соотношением

$$\frac{\partial N/\partial p}{\partial N/\partial k} = \frac{1}{p \ln q}. \tag{4.6}$$

Из уравнений (4.4)—(4.6) получаем:

1. Если $kp > q$ и $k > q \ln q$, то доминирует (оказывает наибольшее влияние на полное число машинных прогонов) изменение числа *уровней*.

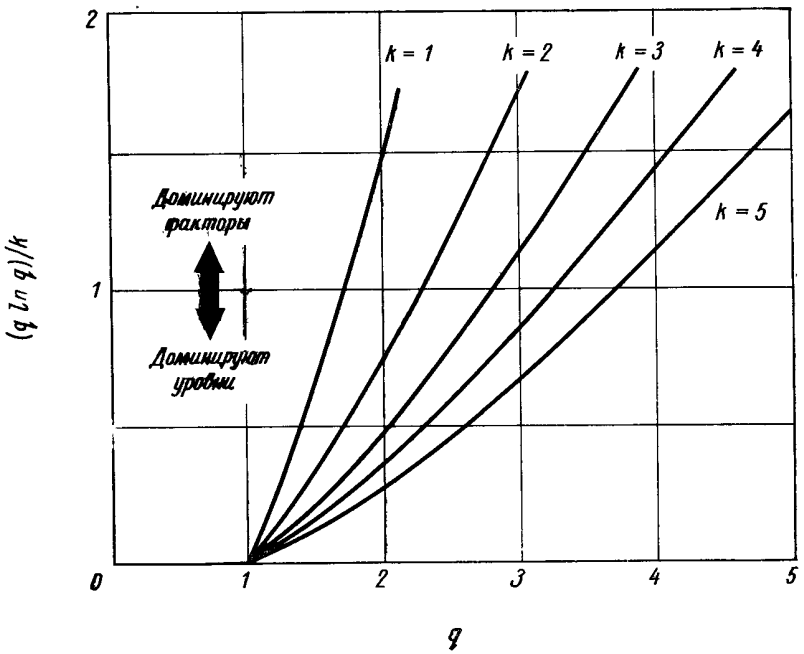


Рис. 4.3. Факторы и уровни [21].

2. Если $kp > q$ и $k < q \ln q$, то доминирует число *факторов*.

3. Если $p < q$ и $p \ln q < 1$, то доминирует число *повторений*.

Приведенный выше анализ дает основу для разработки быстрого графического метода определения доминирующей для данного эксперимента переменной. Этот метод основан на использовании графических отображений уравнений (4.4)—(4.6), приведенных на рис. 4.3—4.5 соответственно. На рис. 4.3 приведен график отношения $(q \ln q)/k$ как функции числа уровней q при числе факторов в пределах от 1 до 5. Если отношение $(q \ln q)/k$ превышает 1 при данных величинах q и k, то доминирует число факто-

ров. Если же это отношение меньше 1, то доминирует число уровней.

На рис. 4.4 приведен график зависимости отношения q/kp от числа уровней q для величин произведений kp в пределах от 1

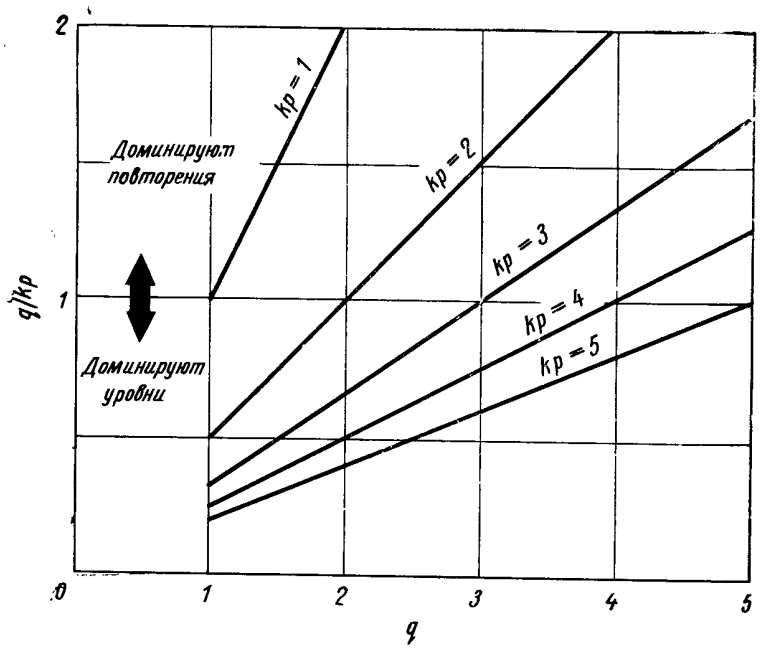


Рис. 4.4. Повторения и уровни [21].

до 5. Если в данном случае $q/kp>1$, то доминирует число повторений. Если же $q/kp<1$, то доминирует число уровней. Отметим, что если $kp\geqslant 5$, то всегда доминирует число уровней.

На рис. 4.5 приведен график зависимости отношения $1/(p \ln q)$ от числа уровней q для 1, 2 и 10 повторений. Если $1/(p \ln q)>1$, то доминирует число повторений. Если $1/(p \ln q)<1$, то при $p\geqslant 2$ и $q\geqslant 2$ факторы доминируют над повторениями. С помощью этих трех рисунков и установленных выше соотношений можно легко выявить, единичное изменение какой из трех переменных — числа факторов, уровней или повторений — приводит к максимальному сокращению полного числа машинных прогонов.

Пример 4.6.1

Какая переменная играет доминирующую роль в сокращении полного числа машинных прогонов, необходимых для проведения

повторного факторного эксперимента с четырьмя факторами ($k=4$), тремя уровнями ($q=3$) и восемью повторениями ($p=8$)?

Обратимся к рис. 4.3, полагая $q=3$ и $k=4$. Отношение $(q \ln q)/k$ меньше 1, поэтому уровни доминируют над факторами.

Переходим к рис. 4.4, полагая также $q=3$ и $k=4$. Отношение $(q \ln q)/k$ меньше 1, и поэтому уровни доминируют над повторе-

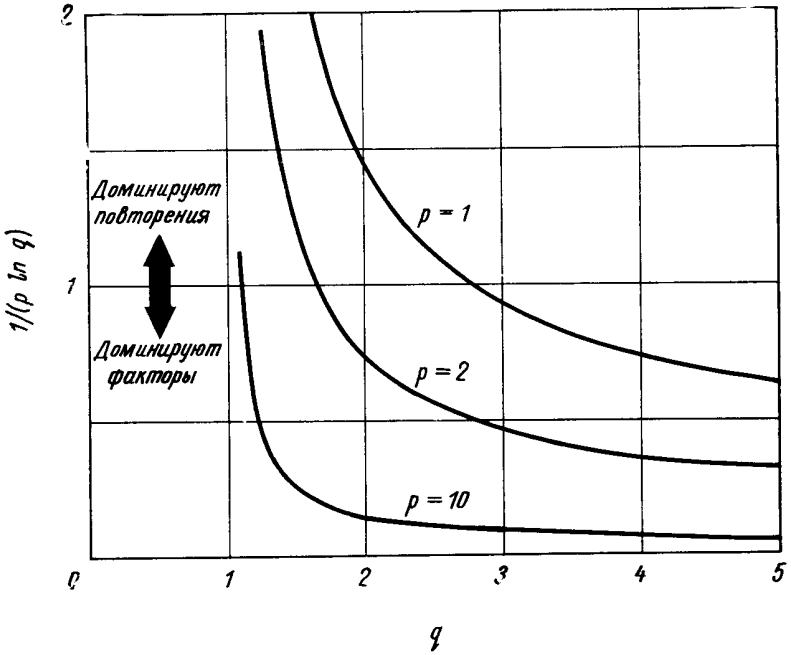


Рис. 4.5. Повторения и факторы [21].

ниями. Итак, в данном примере уменьшение числа уровней с 3 до 2 приведет к максимальному сокращению полного числа необходимых машинных прогонов. Конечно, это можно сделать лишь в случае, если нас интересуют только линейные эффекты. Рис. 4.4—4.6 помогают оценить влияние различных переменных, но они не способны помочь принять то или иное решение.

4.7. Однофакторные эксперименты

Наиболее прост в планировании так называемый однофакторный эксперимент, в котором изменяется лишь единственный фактор. Уровни исследуемого фактора могут быть качественными или количественными, фиксированными или случайными. Уровнями

фактора могут быть различные стратегии работы, различные конфигурации системы и различные уровни входной или выходной переменной. Число наблюдений или прогонов для каждого уровня режима или фактора определяется допустимыми затратами, желаемой мощностью проверки или статистической значимостью результатов. Рассматриваемую ситуацию можно представить в виде следующей математической модели:

$$X_{ij}=\mu+T_j+\varepsilon_{ij},$$

где X_{ij} обозначает i-е наблюдение ($i=1, 2, \ldots, n$) на j-м режиме или уровне ($j=1, 2, \ldots, k$ уровней). Например, X_{42} обозначает четвертое наблюдение или прогон на втором уровне фактора. Общее влияние всего эксперимента обозначено через μ; влияние j-го режима — T_j, а через ε_{ij} обозначена случайная ошибка i-го наблюдения на j-м режиме. В большинстве рассматриваемых в литературе экспериментальных моделей ε_{ij} предполагается нормально распределенной случайной величиной с нулевым средним и дисперсией σ^2, одинаковой для всех j. В более сложных случаях в правую часть приведенного выше уравнения модели включают дополнительные переменные, позволяющие учесть влияние других факторов и условий задачи.

Если режим или фактор имеют лишь два уровня, то можно использовать процедуры прямой проверки гипотез с использованием стандартных критериев (t, F, χ^2 или отношений). В табл. 4.1 показан типичный план (макет) однофакторного эксперимента с k уровнями фактора.

Таблица 4.1

План однофакторного ДАНа

Уровень фактора	1	2	...	j..	k
	X_{11}	X_{12}	... X_{1j}	...	X_{1k}
	X_{21}	X_{22}	... X_{2j}	...	X_{2k}
	X_{31}	X_{32}	... X_{3j}	...	X_{3k}
	.	.	. .	.	.
	.	.	. .	.	.
	.	.	. .	.	.
Средние	X_{i1}	X_{i2}	... X_{ij}	...	X_{ik}
	$X_{\cdot 1}$	$X_{\cdot 2}$	... $X_{\cdot j}$	...	$X_{\cdot k}$

Если фактор или режим имеет более двух уровней, то обычно используется однофакторный дисперсионный анализ (ДАН) с нулевой гипотезой $T_j=0$ для всех j. Количество наблюдений или прогонов не обязательно одинаково для различных уровней фактора. Если нулевая гипотеза верна, то наблюдение X_{ij} не зависит от уровня фактора и имеет среднее μ и случайную ошибку ε_{ij}. Если нулевая гипотеза отвергнута, то можно применить ряд других испытаний для выявления уровней, обладающих существенно различным действием. Мы можем сделать это двумя способами в зависимости от того, когда (до или после получения данных) производится выбор необходимых сравнений средних величин. Если выбор осуществляется априорно (до получения данных), то необходимые сравнения можно произвести без изменения риска α априорного дисперсионного анализа. Число таких сравнений не превосходит числа степеней свободы средних значений уровней режима (т. е. $k-1$). Обычно используется так называемый *метод ортогональных разбиений*. В том случае, когда выбор производится после получения данных, следует воспользоваться новым многозонным критерием Дункана [3].

Большинство описанных в литературе классических экспериментальных планов основано на использовании дисперсионного или регрессионного анализа после сбора данных. Обычно при наличии качественных факторов используется дисперсионный анализ, а в случае, когда все факторы количественные, — регрессионный анализ. Детальное рассмотрение соотношения между регрессионным и дисперсионным анализом можно найти в книге Грейбилла [15]. Методы дисперсионного анализа прекрасно исследованы также в рекомендованной выше литературе по планированию эксперимента. Трактовка и вычислительные аспекты регрессионного анализа подробно рассмотрены в книге Бэрти [2].

4.8. Факторный анализ

В предыдущем разделе нас интересовало влияние на отклик одного фактора. Рассмотрим теперь случай наличия двух и более факторов, влияние которых на отклик должен исследовать экспериментатор. Один из традиционных методов исследований многофакторных экспериментов состоит в фиксации всех факторов, кроме одного, на некоторых уровнях и вариации уровней этого фактора. При такой схеме факторы изменяются и исследуются поочередно. Известно, что эксперимент с одним фактором редко обладает достаточной информативностью, если он насчитывает в себе менее 8 выборочных точек на каждом уровне. В табл. 4.2 приведен подобный традиционный 2-факторный эксперимент с двумя уровнями каждого фактора. Здесь $\times$ — выборочная точка, а выборка имеет объем 32.

Однако можно построить этот эксперимент и как симметричный полный факторный эксперимент, план которого приведен в табл. 4.3. *Факторным экспериментом* называется такой эксперимент, в котором все уровни данного фактора комбинируются со всеми уровнями всех других факторов. Под «симметричностью» понимается одинаковое количество уровней для всех факторов.

Таблица 4.2

Вариация только одного фактора

Эксперимент I		Эксперимент II		ДАН для каждого эксперимента	
A_1	A_2	B_1	B_2	Источник дисперсии	Число степеней свободы
×	×	×	×	Между уровнями	1
×	×	×	×	Внутри уровней	14
				Всего	15
×	×	×	×		
×	×	×	×		
×	×	×	×		
×	×	×	×		
×	×	×	×		
×	×	×	×		

Таблица 4.3

Факторный план для 2 факторов и 2 уровней

			ДАН	
	A_1	A_2	Источник дисперсии	Число степеней свободы
B_1	××××	××××	Эффект A	1
B_2	××××	××××	Эффект B	1
			Взанмодействие AB	1
			Ошибка	12
			Всего	15

Из табл. 4.3 видно, что, хотя размер выборки сокращен с 32 до 16, мы все же имеем по 8 измерений для каждого уровня фактора A и по 8 измерений для каждого уровня фактора B. Кроме того, мы имеем теперь возможность измерить любое реальное взаимодействие между A и B, чего не было раньше. При этом количество степеней свободы ошибки остается почти тем же.

Безусловно, каждый экспериментатор понимает, что влияние на отклик системы могут оказывать и некоторые дополнительные факторы. Поэтому он должен рассмотреть, что произойдет, если к двум имеющимся факторам добавится третий C, также имеющий два уровня. План такого эксперимента приведен в табл. 4.4. В качестве общего правила будем далее удерживать число степеней свободы для ошибки большим десяти. С этой целью в табл. 4.4 размер выборки увеличен до 24. При этом оказывается, что мы имеем 12 измерений для каждого уровня трех факторов (вместо восьми измерений для каждого уровня двух факторов), а также измерения всех взаимодействий второго порядка и взаимодействий третьего порядка, а число выборочных точек на восемь меньше, чем в первоначальном эксперименте. Теперь мы можем оценить силу и преимущества хорошего плана эксперимента.

Таблица 4.4

Факторный план для 3 факторов и 2 уровней

	A_1		A_2		ДАН	
	C_1	C_2	C_1	C_2	Источник дисперсии	Число степеней свободы
B_1	×××	×××	×××	×××	Эффект A	1
B_2	×××	×××	×××	×××	Эффект B	1
					Эффект C	1
					Взаимодействие AB	1
					Взаимодействие AC	1
					Взаимодействие BC	1
					Взаимодействие ABC	1
					Ошибка	16
					Всего	23

В случае, когда желательно исследовать влияние на отклик изменения двух или более факторов, факторный анализ представляет собой, по-видимому, наиболее эффективный метод исследования. Под эффективностью мы понимаем здесь то, что факторный анализ позволяет получить требуемую информацию при заданной степени точности с минимальными затратами усилий. Поэтому факторный анализ играет важную роль во многих исследованиях с использованием имитационного моделирования. Теперь можно просуммировать преимущества факторного плана над классическим методом «один фактор в каждый момент времени». К ним относятся следующие достоинства факторного анализа:

1. Максимальная эффективность при оценке влияния переменных.

2. Правильная идентификация и интерпретация взаимодействий между факторами (если они имеют место).

3. Влияние фактора оценивается при нескольких уровнях других факторов, и тем самым полученные результаты справедливы в более широком диапазоне условий.

4. Простота применения и интерпретации.

4.9. Неполный факторный анализ

Приступая к моделированию системы, мы уделяем большое внимание по возможности более быстрому и точному выявлению важных, существенных переменных системы. Основная трудность решения такой задачи состоит в том, что полное число возможных комбинаций переменных катастрофически растет с возрастанием числа переменных. Например, если мы имеем семь факторов с двумя уровнями каждый, то даже без повторений необходимо $2^7 = 128$ выборочных точек. Очевидно, что каждое повторение удваивает это число. Наряду с возрастанием полного числа комбинаций растет и число взаимодействий высокого порядка. Некоторые из взаимодействий высокого порядка могут рассматриваться как оценки ошибки, поскольку взаимодействия выше второго порядка бывают трудно объяснимыми, даже если они признаются существенными. В табл. 4.5 приведены количества главных эффектов и взаимодействий высокого порядка, которые могут быть выявлены при полном исследовании 2^n комбинаций.

Таблица 4.5

2^n-факторные эффекты [16]

n	2^n	Число главных эффектов	Число взаимодействий				
			1-й порядок	2-й порядок	3-й порядок	4-й порядок	5-й порядок
5	32	5	10	10	5	1	
6	64	6	15	20	15	6	1
7	128	7	21	35	35	21	7
8	256	8	28	56	70	56	28

Так как полный факторный анализ может потребовать слишком много машинного времени, необходимо располагать методами отбора существенных переменных, т. е. отыскания наиболее важного подмножества переменных, влияющих на отклик. Оказывается, что, если нас не интересуют взаимодействия высокого порядка, мы можем получить большое количество информации с помощью исследования лишь некоторой части (1/2, 1/4, 1/8

и т. д.) всех возможных комбинаций. Если в факторном эксперименте производится лишь часть всех возможных повторений, то план эксперимента называется *неполным планом повторений* или *неполным факторным планом*. Этот метод позволяет исследователю построить серию коротких экспериментов для выявления среди громадного числа переменных небольшого количества наиболее существенных, а затем сконцентрировать на них все свое внимание.

Всякий раз, когда мы используем выборку, меньшую, чем этого требует полный факторный план, мы платим за это риском смешивания эффектов. Под смешиванием мы понимаем то, что статистик, измеряя один эффект, в то же время измеряет, возможно, и некоторый другой эффект. Например, если главный эффект смешивается с взаимодействием более высокого порядка, то эти два эффекта уже невозможно отделить друг от друга. Таким образом, если наш анализ показывает наличие некоторого эффекта, то мы не можем с уверенностью сказать, главный ли это эффект, или эффект взаимодействия, или некоторая аддитивная комбинация этих эффектов. При построении неполного факторного плана экспериментатор должен определить эффекты, смешивание которых он может допустить. Вообще говоря, лучше спутать взаимодействия высокого порядка, чем главные эффекты. Обычно можно надеяться, что взаимодействие высокого порядка отсутствует, и можно получить разумную информацию о главных эффектах и взаимодействиях низкого порядка. Когда два или более эффекта смешиваются, то говорят, что они являются *совместными*. Успех неполного факторного эксперимента достигается в случае, если его план позволяет не смешивать ни один важный эффект с другим.

Если число факторов невелико (обычно меньше пяти), то неполный план нецелесообразен вследствие сильного смешивания эффектов, не позволяющего различить главные эффекты и важные взаимодействия. Основные принципы и методы построения неполных факторных планов эксперимента описаны в любой достаточно подробной книге по планированию эксперимента [9, 12, 16]. Таблицы некоторых часто используемых планов можно найти в книге Кокрена и Кокса [9] и в публикациях прикладной математической серии Национального бюро стандартов [10, 11, 14]. В табл. 4.6 показано, какие эффекты можно восстановить с помощью неполных факторных планов при полном числе комбинаций 2^n. Девис [12, стр. 476] приводит аналогичную таблицу для случая 3^n возможных комбинаций. Отметим, что табл. 4.6 не показывает допустимости каких-либо степеней свободы ошибки, необходимых для проведения дисперсионного анализа. Для этой цели понадобится использовать некоторые из взаимодействий высокого порядка.

Таблица 4.6

Неполные повторения в случае 2^n комбинаций

Количество факторов	Количество наблюдений			
	8	16	32	64
3	Все главные эффекты и эффекты взаимодействия — полный факторный эксперимент	Два повторения полного факторного эксперимента	Четыре повторения полного факторного экспернмента	Восемь повторений полного факторного экспернмента
4	Все главные эффекты и три 2-факторных взаимодействия	Все главные эффекты и эффекты взаимодействия — полный факторный эксперимент	Два повторения полного факторного экспернмента	Четыре повторения полного факторного эксперимента
5	Все главные эффекты и взанмодействие 1 фактора с каждым из 2 других	Все главные эффекты и 2-факториые взаимодействия	Все главные эффекты и эффекты взаимодействия — полный факторный эксперимент	Два повторения полного факторного эксперимента
6	Все главные эффекты и одно 2-факторное взаимодействие	Все главные эффекты и не более чем девять 2-факторных взаимодействий[1]	Все главные эффекты, 2-факторные взаимодействия плюс не более чем десять 3-факторных взаимодействий[1]	Все главные эффекты и эффекты взаимодействия — полный факторный эксперимент
	Все главные эффекты	Все главные эффекты и не более чем восемь 2-факторных взаимодействий[1]	Все главные эффекты, не более чем восемнадцать 2-факторных взанмодействий и шесть 3-факторных взаимодействий[1]	Все главные эффекты, все 2-факторные взаимодействия (21) и все 3-факторные взаимодействня (35)

[1] Никакие два из которых не являются совместными.

Таблица 4.7

План для 5 факторов и 8 наблюдений

Наблюдение	Фактор				
	A	B	C	D	E
1	1	1	1	1	1
2	1	−1	−1	1	−1
3	−1	1	1	−1	−1
4	1	1	1	1	−1
5	1	1	−1	−1	1
6	−1	1	−1	1	1
7	1	−1	1	−1	1
8	−1	−1	1	1	1

В качестве примера рассмотрим план для неполного (1/4) факторного эксперимента с полным числом возможных комбинаций 2^5. Один из возможных вариантов приведен в табл. 4.7. Здесь −1 означает, что соответствующий фактор должен принять минимальное значение, а +1 — максимальное значение.

Этот план строится следующим образом. Смешаем взаимодействия высокого порядка и разделим 32 возможные комбинации на четыре блока одинакового размера (по восемь в каждом). Затем выберем один из этих блоков для проведения эксперимента. Это означает, что мы должны смешать три эффекта в процессе объединения наблюдений в блоки. Мы сделаем это, выбирая двух- и трехфакторные взаимодействия с общим фактором. В данном случае мы выбрали BCE и ADE, имеющие общий фактор E. Смешав эти взаимодействия, мы автоматически смешали $ABCD$. Поэтому мы получили так называемое *тождество*, или *определяющее разбиение*, $I=BCE=ADE=ABCD$, которое было использовано для деления 32 наблюдений на четыре блока по 8 наблюдений. Это означает, что мы утратили возможность восстановления таких эффектов. Использовав это тождество как основу для смешивания в нашем плане, мы должны сделать то же и со следующими совместными эффектами:

$$A=DE=BCD=ABCE,$$
$$B=CE=ACD=ABDE,$$
$$C=BE=ABD=ACDE,$$
$$D=AE=ABC=BCDE,$$
$$E=BC=AD=ABCDE,$$

$$AB=CD=ACE=BDE,$$
$$AC=BD=ABE=CDE.$$

Из этого следует, что если взаимодействий нет, то мы можем по восьми наблюдениям получить информацию о каждом из пяти главных эффектов (A, B, C, D и E) и использовать данные эффектов взаимодействий AB и AC, чтобы оценить ошибку дисперсионного анализа. В литературе [3, 9, 12, 16] можно найти полное обсуждение проблем выбора тождества, разбиения на блоки, определения совместных эффектов и анализа данных по окончании эксперимента. В книге Бонини [5] и работе Хантера и Нейлора [18] рассмотрены примеры использования неполного факторного анализа в процессе моделирования.

Иногда желательно использовать неполный факторный анализ со смешиванием уровней. Смешивание уровней обычно применяется в случае, когда часть факторов имеет по два уровня, а остальные факторы — по три уровня. Коннор и Янг [10] описали полное семейство планов подобных экспериментов, построенных так, что главное среднее, все главные эффекты и все эффекты двухфакторных взаимодействий оцениваются без смешивания этих факторов. При этом они предполагали, что эффектами взаимодействий более высокого порядка можно пренебречь.

В заключение еще раз подчеркнем, что неполный факторный анализ используется главным образом на начальной стадии исследования. С его помощью выявляют наиболее существенные переменные в случае наличия более четырех факторов. Если в результате такого отбора мы уменьшим число переменных до четырех и меньше, то можем затем легко применить полный факторный анализ.

4.10. Отыскание оптимальных условий

Во многих случаях целью моделирования является отыскание таких величин или уровней независимых переменных, при которых отклик или зависимая переменная достигает оптимальных (максимальных или минимальных) значений. Если зависимая и независимая переменные количественны и непрерывны, то для решения задачи поиска оптимума обычно используется методология поверхности отклика (МПО). *Методология поверхности отклика* была впервые предложена в 1951 г. Боксом и Вильсоном [8]. Обсуждение МПО с различных точек зрения можно найти во многих работах, например в работах Девиса [12], Кокрена и Кокса [9], Хикса [16]. Для первоначального ознакомления с МПО можно рекомендовать книгу Девиса.

Если обозначить зависимую переменную через y, а независимые переменные через $(x_1, x_2, \ldots, x_k)$, где k — число факторов,

и предположить, что все переменные количественны, непрерывны и измеримы, то уравнение поверхности отклика можно записать в следующем виде:

$$y=F(x_1, x_2, \ldots, x_k).$$

Очень полезно иметь геометрическое представление поверхности отклика. На рис. 4.6 изображена поверхность отклика, изо-

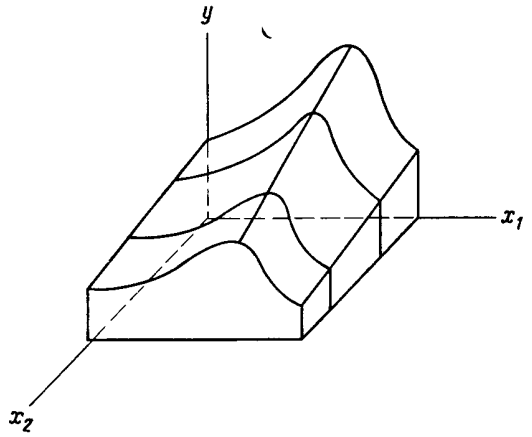


Рис. 4.6. Поверхность отклика.

бражающая зависимость отклика y от двух независимых переменных x_1 и x_2 в прямоугольной системе координат. Другое полезное представление поверхности отклика можно получить, изображая на плоскости x_1x_2 проекции на нее линий постоянного отклика $y=y_0$, проведенных на поверхности отклика (контуры отклика). Ряд примеров подобных представлений приведен на рис. 4.7. Такое изображение поверхностей отклика аналогично изображению на топографических картах рельефа местности посредством контуров равной высоты или изображению на картах погоды изобар, показывающих распределение атмосферного давления на поверхности Земли. Безусловно, геометрические представления поверхности отклика ограничены трехмерными изображениями. Однако геометрическое представление трехмерных поверхностей отклика вида $y=f(x_1, x_2)$ помогает понять, что происходит в более общем случае — при k независимых переменных. Поэтому дальше мы ограничимся рассмотрением трехмерных поверхностей отклика.

Методология поверхности отклика обычно основана на исследовании поверхности отклика с помощью ряда небольших полных или неполных факторных экспериментов. Эти небольшие эксперименты могут использоваться для разрешения двух вопросов. Первый из них связан с выбором такого направления перемещения

для проведения следующего эксперимента, чтобы приблизиться к оптимальной точке. Второй вопрос возникает тогда, когда мы уже

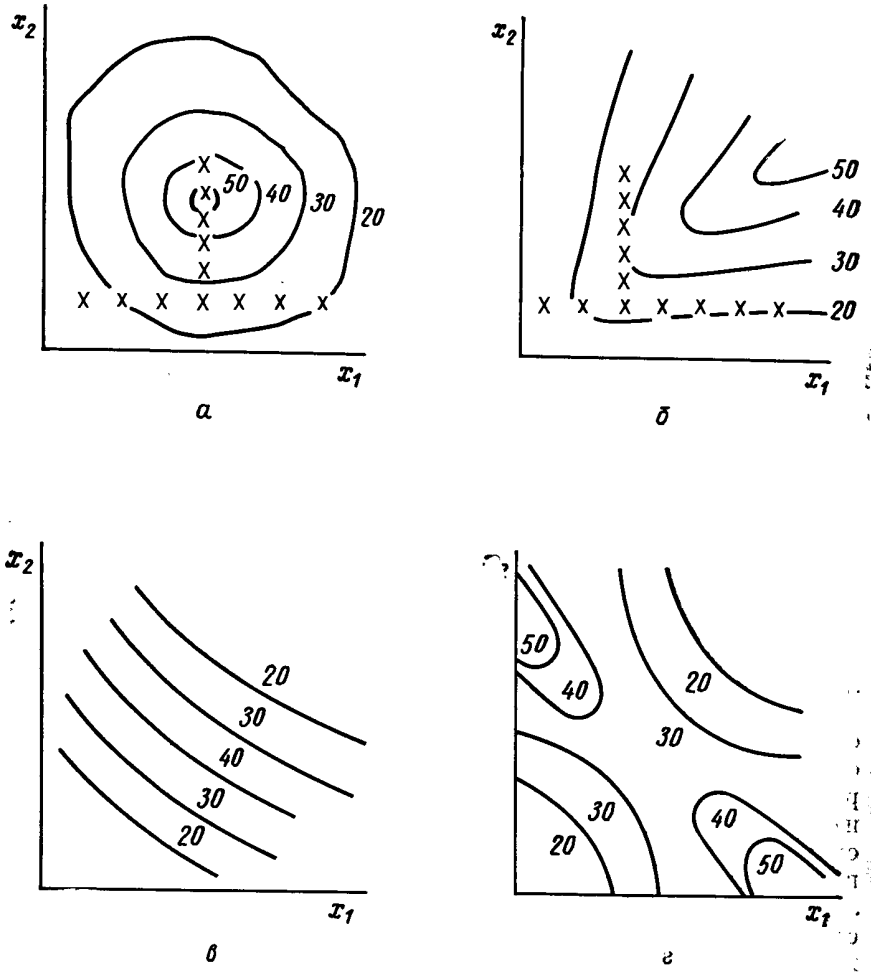


Рис. 4.7. Типичные контуры откликов.
а — холм; *б* — поднимающийся гребень; *в* — гребень постоянной высоты; *г* — минимакс, или седло.

находимся в достаточной близости к точке экстремума. Этот второй вопрос — вопрос о виде уравнения поверхности отклика вблизи оптимальной точки.

Одним из традиционных методов поиска оптимума (максимума) является метод покоординатного подъема. Как показано

на рис. 4.7, *а*, если зафиксировать x_2 и варьировать x_1, то мы можем найти максимум по x_1 при фиксированном значении x_2. Зафиксировав x_1 в найденной точке максимума, будем искать максимум по x_2. В случае поверхности отклика вида 4.7, *а* этот метод за два шага приведет в близкую к оптимуму точку. Однако в случае поверхности вида рис. 4.7, *б* этот метод не приведет в точку оптимума. Обычно вид поверхности отклика неизвестен, поэтому желательно иметь такой метод поиска оптимума, который работал бы при неизвестной форме поверхности отклика.

Если известно точное математическое выражение функции отклика, то отыскание оптимальной точки можно сравнительно просто осуществить аналитическими методами. В этом случае наша задача состоит в том, чтобы как можно быстрее выйти в близкую к оптимуму область, а затем воспользоваться аналитическими методами локального представления этой функции в окрестности точки оптимума. Так как обычно мы не знаем вид поверхности отклика, то необходимо использовать в качестве аппроксимации какую-либо гибкую, плавно изменяющуюся функцию. В качестве такой функции обычно используют полином первого порядка

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_kx_k$$

или полином второго порядка

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_kx_k + a_{12}x_1x_2 + a_{13}x_1x_3 + \cdots$$
$$\cdots + a_{k-1,k}x_{k-1}x_k + a_{21}x_1^2 + a_{22}x_2^2 + \cdots + a_{kk}x_k^2,$$

где параметры a_0, a_1, a_2 и т. д. оцениваются с помощью эксперимента. Можно показать ([6, 7], что гибкость таких моделей первого и второго порядка иногда существенно увеличивается за счет преобразований x и y.

Наиболее часто используется в МПО так называемый *метод наискорейшего подъема*. Основная идея метода состоит в построении линейной аппроксимации поверхности отклика в окрестности данной точки с помощью простого эксперимента (обычно факторного). По построенной линейной функции определяется направление наискорейшего подъема к точке оптимума. По этому направлению делается небольшой шаг, затем повторяется процедура определения направления наискорейшего подъема и т. д. Этот метод не позволяет определять длину шага, однако показывает направление движения.

Рассмотрим пример, приведенный на рис. 4.8. Предположим, что исследователь провел в точке P эксперимент с 2^2 комбинациями плюс два наблюдения в центре. Эксперимент позволил оценить a_0, a_1 и a_2, определяющие наклон плоскости аппроксимации, и вычислить направление наискорейшего возрастания или макси-

мального наклона плоскости. Это направление показывает относительные величины изменения факторов, обеспечивающие увеличение отклика. Продвинувшись по этому направлению до некоторой точки Q, следует повторить всю процедуру.

Такая пошаговая процедура позволяет достигать все больших и больших откликов. Однако вблизи точки оптимума эта процедура уже не эффективна, так как наклоны a_1 и a_2 становятся небольшими, и точность их определения становится недостаточной. Кроме того, вблизи точки оптимума линейная аппроксимация перестает быть удовлетворительной, и для аппроксимации необходимо брать полином более высокого порядка. В примере рис. 4.8 простой эксперимент с 2^2 комбинациями достаточен для оценивания a_0, a_1 и a_2. Однако два или более наблюдения в геометрическом центре P позволяют не только уточнить поверхность регрессии, но и получить несколько дополнительных степеней свободы для проверки статистической значимости оценок параметров регрессии. То же самое можно сделать с помощью повторения эксперимента.

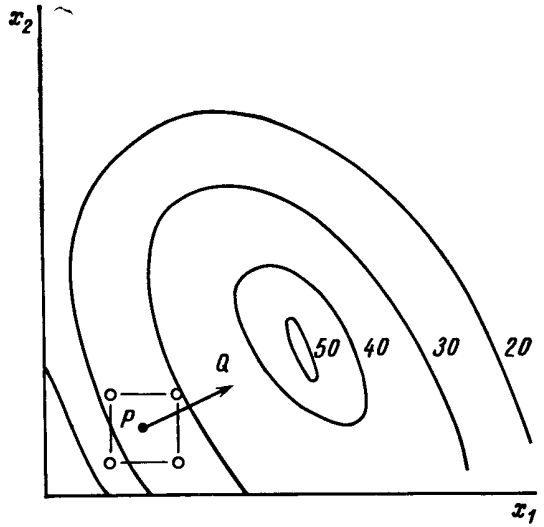


Рис. 4.8. Контуры отклика с изображением 2^2-факторного плана.

Хотя последовательное использование эксперимента с 2^n комбинациями и измерениями в центральной точке не дает возможность точно определить точку оптимума, оно, однако, позволит исследователю быстро найти окрестность точки оптимума, которую можно назвать *почти стационарной областью*. В этой области наклоны поверхности отклика малы по сравнению с ошибками

оценивания. По достижении такой области необходимо исследовать вид в ней поверхности отклика, чтобы определить более точно оптимальную точку. Для этой цели обычно используются аппроксимации полиномами второго и более высокого порядка. Переход к полиномам высокого порядка вызывается существенной потерей точности аппроксимации полиномом первого порядка.

Тот факт, что достигнута почти стационарная область, не означает, что мы находимся вблизи точки максимума, как это имеет место на рис. 4.7, *а*. Мы можем при этом находиться на медленно поднимающемся гребне, как на рис. 4.7, *б*, или на гребне постоянной высоты, как на рис. 4.7, *в*. Возможно также, что мы достигли окрестности минимаксной точки (иногда называемой седловой точкой), которая является точкой максимума по одним направлениям и точкой минимума по другим (как на рис. 4.7, *г*). Появление седловой точки может сообщить нам полезную информацию о том, что наша поверхность отклика имеет два или более максимума, и, следуя методу скорейшего подъема, мы можем найти не глобальный, а некоторый локальный, второстепенный максимум.

Итак, метод наискорейшего подъема не гарантирует сходимость в точку глобального максимума. В какую именно точку максимума сойдется построенная с его помощью последовательность, зависит от начальных условий эксперимента. Если предполагается наличие нескольких максимумов, то один из основных способов отыскания глобального максимума — это повторное применение метода наискорейшего подъема с меняющимися в широкой области начальными условиями. Хотя такой случай и возможен, в реальных условиях обычно имеется единственный максимум, и это упрощает дело.

Как уже было отмечено выше, в почти стационарной области желательно аппроксимировать поверхность отклика по меньшей мере полиномом второго порядка. Для этой цели проводится эксперимент *квадратичного приближения*. Ниже приведен общий вид квадратичного полинома (второго порядка) для случая двух независимых переменных

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_{11}x_1^2 + a_{22}x_2^2 + a_{12}x_1x_2.$$

Для оценивания коэффициентов регрессии в этой модели необходимо измерить каждый фактор или переменную по меньшей мере на трех уровнях. Это означает необходимость использования полного 3^n-факторного эксперимента или же неполного факторного эксперимента. К сожалению, в случае более чем трех переменных число необходимых прогонов может стать слишком большим даже при использовании неполного факторного эксперимента. Кроме того, эксперимент с 3^n комбинациями дает довольно низкую точность оценок коэффициентов регрессии. Поэтому Бокс и Уилсон

[8] разработали специально для квадратичных полиномов новые способы построения эксперимента. Из них наиболее полезны *центральные композиционные,* или *ротатабельные,* построения, ко-

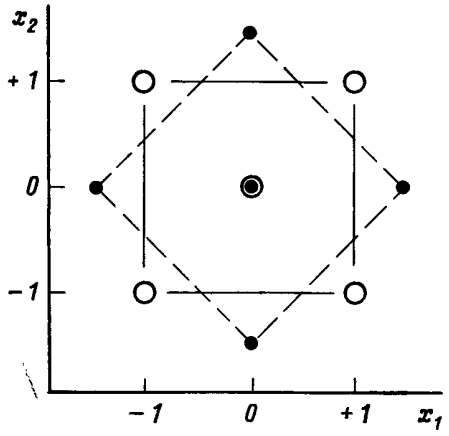


Рис. 4.9. 2^2-факторный план плюс звезда и центральные точки.

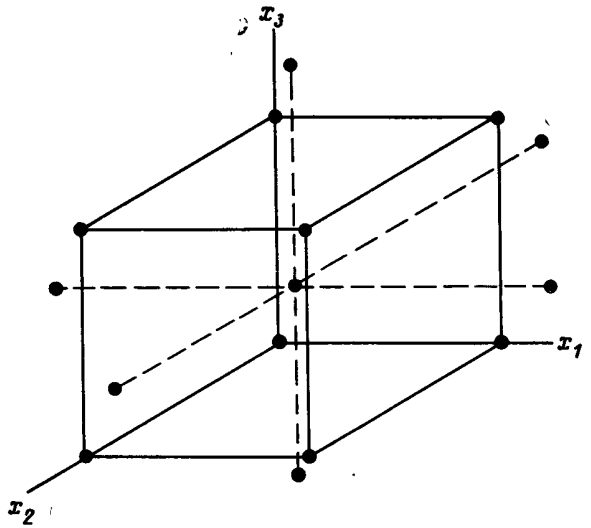


Рис. 4.10. 3^3-факторный план плюс звезда и центральные точки.

торые получаются посредством добавления дополнительных точек к даниым, полученным из 2^n-факторного эксперимента. Для ротатабельных построений стандартная ошибка одинакова для равноудаленных от цеитра области точек. Такие построения существуют

для любого числа факторов и представляют собой регулярные и полурегулярные геометрические фигуры с центральными точками.

Весьма простое и полезное построение, называемое *куб плюс звезда плюс центральные точки,* приведено для случая двух переменных на рис. 4.9. Отметим, что это 2^2-факторный эксперимент (куб), плюс четыре дополнительные точки (звезда), расположен-

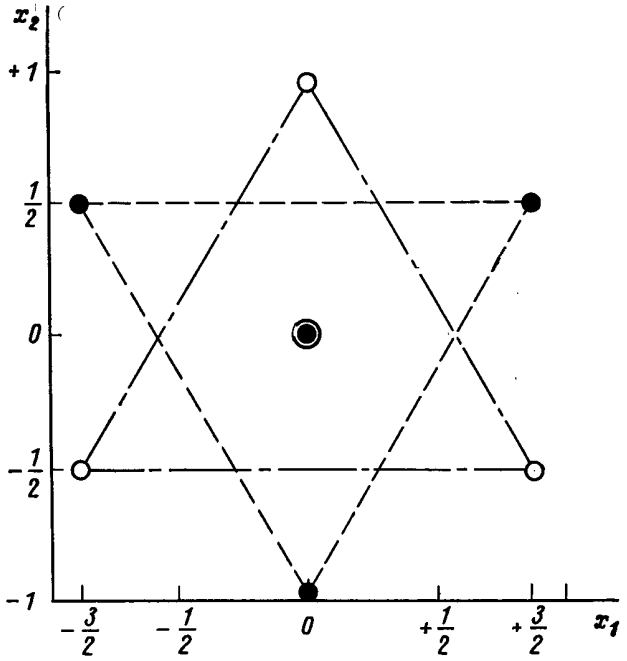


Рис. 4.11. Гексагональный план.

ные на равном расстоянии друг от друга в плоскости по окружности с центром (0, 0), плюс центральные точки. Тот же самый принцип, но применительно к 3-факторному эксперименту, иллюстрируется на рис. 4.10.

Другое полезное ротатабельное построение, называемое *гексагональ плюс центральные точки,* приведено на рис. 4.11.

Наконец, необходимо упомянуть о *каноническом анализе* как методе интерпретации уравнений квадратичной аппроксимации. Этот метод, обсуждаемый Девисом [12] и Кокреном и Коксом [9], помогает понять характер поверхности отклика в точке аппроксимации. В частности, он позволяет выяснить, находимся ли мы в окрестиости точек максимума, точки минимакса или мед-

ленно растущего гребня. Этот метод удобен и в сложных случаях, при наличии трех и более факторов.

Литература по методологии анализа поверхности отклика весьма обширна, и в настоящем разделе дано лишь беглое рассмотрение некоторых сторон вопроса. Превосходная трактовка метода поочередного исследования по каждой переменной (метода сечений) дана Шмидтом и Тейлором [22]. По методу наискорейшего подъема мы рекомендуем работы Девиса [12] и (или) Кокрена и Кокса [9]. Обсуждение проблем оптимизации в непосредственной связи с моделированием дано в работе Мирхема [19]. Хорошим руководством по вышедшей до 1965 г. журнальной литературе, связанной с методологией анализа поверхности отклика, может служить обзор Хилла и Хантера [17].

ЛИТЕРАТУРА

1. Ackoff R. L., Sasieni M. W., Fundamentals of Operations Research, Wiley, Inc., New York, 1968; есть русский перевод: Акоф Р., Сасиени М., Основы исследования операций, изд-во «Мир», М., 1971.
2. Bartee E. M., Statistical Methods in Engineering Experiments, Charles E. Merrill Books, Inc., Columbus, Ohio, 1966.
3. Bartee E. M., Engineering Experimental Design Fundamentals, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1968.
4. Bidwell E. L., Simulation in GPSS/360 of a Highway Paving Operation Using a Mobile Control — mix Plant with Different Haul Truck Speeds and Fleet Size Combinations, Proceedings of Winter Simulation Conference, 1971.
5. Bonini C. P., Simulation of Information and Decision Systems in the Firm, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1963.
6. Box G. E. P., Cox D. R., An Analysis of Transformations, Journal of the Royal Statistical Society, Ser. B, v. 26, 1964.
7. Box G. E. P., Tidwell P. W., Transformations of the Independent Variables, Technometrics, v. 4, 1962.
8. Box G. E. P., Wilson K. B., On the Experimental Attainment of Optimum Conditions, Journal of the Royal Statistical Society, Ser. B., v. 13, № 1, 1951.
9. Cochran W. G., Cox G. M. Experimental Designs, 2nd ed., Wiley, Inc., New York, 1957.
10. Connor W. S., Young S., Fractional Factorial Designs for Experiments with Factors at Two and Three Levels, National Bureau of Standards Applied Mathematics Series, № 58, U. S. Government Printing Office, Washington, D. C., 1961.
11. Connor W. S., Zelen M., Fractional Factorial Experiment Designs for Factors at Three Levels, National Bureau of Standards Applied Mathematics Series, № 54, U. S., Government Printing Offic, Washington, D. C., 1959.
12. Davis O. L. (ed.), The Design and Analysis of Industrial Experiments, Hafner Publishing Co., New York, 1963.
13. Dixon W. J., Massey E. J., Jr., Introduction to Statistical Analysis, McGraw-Hill, Book Co., New York, 1957.
14. Fractional Factorial Experiment Designs for Factors at Two Levels, National Bureau of Standards Applied Mathematics Series, № 48, U. S. Government Printing Office, Washington, D. C., 1957.
15. Graybill F. A., As Introduction to Linear Statistical Models, v. 1, McGraw-Hill, Book Co., New York, 1961.
16. Hicks C. R., Fundamental Concepts in the Design of Experiments, 2nd ed., Holt, Rinehart and Winston, Inc., New York, 1973; есть русский перевод 1-го издания: Хикс Ч., Основные принципы плаиирования эксперимента, изд-во «Мир», М., 1967.
17. Hill W. J., Hunter W. G., A Review of Response Surface Methodology: A Literature Survey, Technometrics, v. 8, № 4, Nov. 1966.
18. Hunter J. S., Naylor T. H., Experimental Designs for Computer Simulation Experiments, Management Science, v. 16, № 7, Mar. 1970.
19. Mirham G. A., Simulation: Statistical Foundations and Methodology, Academic Press, New York, 1972.
20. Naylor T. H. (ed.), The Design of Computer Simulation Experiments, Duke University Press, Durham, N. C., 1969.
21. Odom P. R., Shannon R. E., Nomographs for Computer Simulation, Industrial Engineering, v. 5, № 11, Nov. 1973.
22. Schmidt J. W., Taylor R. E., Simulation and Analysis of Industrial Systems, Richard D., Irwin, Inc., Homewood, Ill., 1970.

ЗАДАЧИ

1. Озиакомьтесь с приложением А.4.

а) В этом исследовании авторы проводят ряд небольших экспериментов. Как вы считаете, правилен ли этот подход или же следует провести один большой факторный эксперимент?

б) Как будет выглядеть полный факторный эксперимент в условиях рис. 4.4?

в) Сколько элементов будет содержать ваш план эксперимента по п. «б»?

2. Исследователь разработал имитационную модель, требующую 2 мин на один прогон. У него осталось 10 000 долл. для оплаты машинного времеии, которое стоит 300 долл./ч. Структурная модель его полного факториого эксперимента содержит четыре фактора по три уровня каждый. Сколько повторений эксперимента он может допустить?

3. Исследователь из п. 2 считает, что может улучшить свою модель с помощью перепрограммирования так, что время прогоиа сократится вдвое. Он высчитал, что перепрограммирование будет стоить 2000 долл. (стоимость затрат труда и т. п.). Нужио ли ему переделывать модель? Предположим, что он хочет сократить число повторений, вычисленных в п. 2.

4. Пусть результаты исследования необходимо получить за 100 рабочих дней, причем на данное исследование можно выделить не более 20 мин машинного времени в деиь. Исследователь может использовать для перепрограммирования одного программиста, услуги которого стоят 5 долл./ч. Предположим, что программист может работать только 8 ч в день, и пренебрежем потерями машинного времени на перепрограммирование. Изменится ли ваше решение, принятое в п. 3?

5. Исследователь из п. 2 обнаружил, что при подсчете его ресурсов произошла ошибка и он имеет только 5000 долл. для оплаты машинного времени. В результате он вынужден уменьшить число факторов, уровней или повторений. Какую из этих трех переменных он должен рассмотреть прежде всего, если не учитывать информации, приведенной в п. 3 и 4?

6. Объедините информацию, данную в п. 2—5, и скажите, что должен делать исследователь, располагая этими данными?

7. В приложении А. 5 авторы проводят эксперимент с различными комбинациями количества операторов (от 1 до 3), механиков (от 1 до 2) и помощников (от 1 до 3). Постройте полный факторный эксперимент для этой ситуации. Сравните полученный результат (полную стоимость) с результатом табл. П.А.5.3 и определите, ухудшило ли результаты авторов то, что они не воспользовались полным факторным экспериментом.

ГЛАВА 5

ТАКТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

Истинность не только в окружающем нас мире или наших моделях, но и в процессе соотнесения моделей и мира.

Е. А. Сингер

5.1. Проблемы флуктуаций

В дополнение к рассмотренным в гл. 4 стратегическим проблемам планирования эксперимента необходимо исследовать другую группу проблем, которые можно назвать тактическими [3]. Так как флуктуации присущи всем стохастическим имитационным моделям, то для достижения заданной точности результатов эксперимента необходимо повторять эксперимент (каждый раз меняя значения входящих в модель случайных факторов). Время одного машинного прогона сложного модельного эксперимента может быть большим, а выделенное на эксперимент машинное время обычно ограничено, поэтому необходимо стремиться к получению максимальной информации с помощью небольшого числа прогоиов. Кроме того, экспериментатор должен проводить эксперимент таким образом, чтобы не только получить результаты, но и оценить их точность, т. е. степень доверия к тем выводам, которые будут сделаны на основе этих результатов.

Степень точности определяется величиной флуктуаций случайного фактора (его дисперсией). В случае проверки совпадения двух режимов экспериментатор должен задать допустимые величины рисков ошибочных выводов, которые он может сделать, если 1) придет к выводу, что режимы совпадают, тогда как на самом деле они различны (ошибка β второго рода), или 2) придет к выводу, что режимы различны, тогда как в действительности они совпадают (ошибка α первого рода). Желаемую степень точности можно задать в различных формах, например, а) в виде доли стандартного отклонения; б) в процентах от величины среднего значения; в) в абсолютных величинах. Достижимая степень точности зависит от природы режимов и величины различий между режимами. Очевидно, что точность результатов моделирования и количество вложенного в моделирование труда тесно связаны между собой.

Уменьшить ошибку оценки влияния данного режима можно двумя различными способами. Один из них состоит в использовании более тонкой методики получения данных (например, можно использовать методы уменьшения дисперсии). Другой способ состоит в простом повторении эксперимента нужное число раз и усреднении полученных результатов. К сожалению, такой способ недостаточно эффективен, так как среднеквадратическое отклонение усредненной величины обратно пропорционально лишь квадратному корню из числа повторений. Таким образом, усреднение по четырем измерениям позволяет уменьшить ошибку вдвое, а усреднение по 16 измерениям — лишь вчетверо.

При определении необходимого числа повторений исследователь должен записать интересующие его переменные отклика вместе с оценками их среднеквадратических отклонений. Необходимое число повторений определяется наиболее важной переменной. Если важных переменных несколько, то число повторений определяется переменной с максимальным среднеквадратическим отклонением. Тогда для остальных переменных число повторений будет превышать минимально необходимый для каждой из них уровень. Если ожидаемое различие между режимами может меняться в широких пределах и если желательно оценить доверительные уровни для различных переменных, то нужно вычислить необходимое число повторений отдельно для каждой переменной, а затем выбрать из них максимальное.

Требуемое число повторений можно оценить исходя из соотношения между ожидаемыми среднеквадратическими ошибками и величинами интересующих нас эффектов (различий между режимами). Для этого необходимо иметь оценку дисперсии ошибок и задаться минимальной величиной интересующих нас эффектов. Для вычисления количества повторений, необходимого для выявления заданного минимального различия между параметрами при заданном уровне значимости, существует ряд методов, выбор из которых определяется конкретными условиями задачи. В этой главе мы рассмотрим некоторые основные пункты, определяющие точность и стоимость результатов эксперимента. Среди них — сходимость, начальные условия, размер выборки и методы уменьшения дисперсии.

5.2. Начальные условия и равновесие

Как отмечено в разд. 4.2, одно из основных отличий имитационных экспериментов от экспериментов с реальными физическими системами заключается в простоте повторения и воспроизведения

условий эксперимента, а также в простоте запуска, прерывания и возобновления эксперимента. Это качество модельных экспериментов является одновременно их достоинством и недостатком. Достоинством его можно считать потому, что оно позволяет экспериментатору полностью контролировать эксперимент, и недостатком — потому, что он вынужден заботиться о том, как задать начальные условия и когда приступить к сбору данных. Большинство имитационных моделей используется для изучения установившихся равновесных условий работы, т. е. для изучения системы в типичных для нее и повторяющихся изо дня в день условиях. К сожалению, в большинстве стохастических моделей обычно имеются начальные смещения или кратковременные переходные условия, которые не характерны для установившегося состояния системы, причем требуется определенное время для достижения моделью необходимого установившегося состояния. Обычным способом является задание нулевых начальных условий. Реальные системы удовлетворяют этому условию лишь в самый первый момент работы после их создания, поскольку, например, больница никогда не бывает пустой, в аэропорту почти всегда имеются самолеты на земле и в воздухе, завод всегда готов к продолжению работы (даже когда он закрывается на ночь).

Существуют по меньшей мере три пути уменьшения возможного влияния начального периода на получаемые данные:

1. Использовать достаточно длинные вычислительные прогоны, чтобы число данных переходного периода было незначительно по сравнению с числом данных установившегося состояния.

2. Исключить из рассмотрения начальный период прогона.

3. Выбрать для установившегося состояния такое начальное условие, которое ближе к типичному, и тем самым уменьшить переходный период.

Каждый из этих путей связан с решением ряда вопросов. Первый подход можно применить только в случае, если прогон модели не требует слишком много машинного времени. Однако, если модель сложна и каждый прогон стоит дорого или же переходный период довольно велик, то такой путь может не подойти в силу больших затрат машинного времени. Чаще оказываются полезными один или два последних подхода.

Второй подход также имеет свои недостатки. Во-первых, мы фактически бесполезно тратим часть машинного времени (на начальный период). Во-вторых, очевидно, что в некоторых случаях, уменьшая таким способом смещение, мы в то же время увеличиваем дисперсию (вследствие сокращения длины выборки). Фишман [11] показал, что в некоторых случаях при отбрасывании части данных увеличивается среднеквадратическая ошибка. В-третьих, мы должны решить вопрос о том, когда закончился переходный период, чтобы определить долю отбрасываемых данных.

Не существует полностью надежных методов для решения вопроса о том, достигнуто ли установившееся состояние или нет. Как отметил Конвей [3]: «Важно сознавать, что равновесие — это предельное состояние, к которому можно приближаться, но которого практически никогда нельзя достичь». Кроме того, установившееся состояние вовсе не означает, что переменная отклика достигла некоторого постоянного уровня. Переменная отклика продолжает флуктуировать присущим ей образом. Под *равновесием* или *установившимся состоянием* мы понимаем такое состояние регулярности или устойчивости, в котором противодействующие силы или влияния сбалансированы и компенсируют друг друга. Мы предполагаем, что для каждой стохастической модели существует предельное распределение вероятностей отклика, являющееся характеристикой системы. Модель находится в равновесии, когда отклик имеет это предельное, или характеристическое, распределение вероятностей.

Выше мы отметили, что в большинстве исследований нас интересуют характеристики системы в установившемся состоянии. Конечно, это не всегда так, и существуют также задачи, в которых нас интересуют именно начальный переходный период и его характеристики.

Мы не знаем полностью удовлетворительного метода, который позволяет определить момент достижения равновесия. Все обычно используемые методы основаны на изучении пробных или предварительных прогонов. Если это возможно, решение следует принимать на основе более чем одного пробного прогона. Гордон [13], Феттер и Томпсон [9], а также другие авторы показали высокую чувствительность переходного периода к выбору начального значения генератора случайных чисел. Решение о достижении равновесия следует принимать на основе исследования нескольких предварительных прогонов.

По поводу достижения равновесия мы можем лишь привести ряд предложенных различными авторами способов.

1. Конвей [3]: «Отбрасывайте последовательно результаты наблюдений до тех пор, пока первое из оставшихся измерений не будет ни минимальным, ни максимальным».

2. Эмшоф и Сиссон [7]: «Один простой и полезный, с нашей точки зрения, способ состоит в сравнении числа измерений, которые превосходят средний уровень, с числом измерений ниже этого уровня; если эти числа приблизительно одинаковы, то, скорее всего, условия стационарности состояния выполнены».

3. Фишман [10] предложил для автокоррелированных данных вычислять максимальный промежуток времени k, на концах которого данные еще заметно коррелируют, и отбрасывать начальный период времени длиной k.

4. Точер [29]: «Обычно требуется, чтобы самый длинный цикл объекта был повторен по меньшей мере три или четыре раза. Это позволяет подавить влияние начальных условий, которые не имеют смысла».

5. Гордон [13] предлагает изображать дисперсию выборочного среднего в зависимости от длины выборки в логарифмических координатах. Если начальное смещение отсутствует, полученный график должен являться прямой линией с тангенсом угла наклона, равным примерно —1/2 (среднеквадратическое отклонение обратно пропорционально $n^{1/2}$).

6. Эмшоф и Сиссон [7]: «Другой способ состоит в вычислении плавающего среднего выходной величины. Установившееся состояние можно считать достигнутым тогда, когда это среднее перестает существенно изменяться во времени».

Поскольку в рекомендациях 5 и 6 используются статистики с накоплением всех выборочных данных, то они в конце концов достигнут установившегося значения (рис. 5.1). Однако при построении таких статистик имеется запаздывание относительно текущего состояния. Чем больше величина флуктуаций в начальный период времени, тем больше величина запаздывания.

Можно сократить (но не устранить) переходный период, если выбрать начальные условия близкими к условиям установившегося состояния. Этот способ предложил Конвей [3]. Опасность состоит в том, что мы можем при таком способе получить некоторое смещение в сторону сделанных заранее выводов об условиях установившегося состояния. Другая трудность появляется в случае эксперимента по сравнению альтернатив. Пусть сравниваются альтернативы А и Б. Какие начальные условия выставлять в случае, если эти условия существенно различаются для разных альтериатив? Конвей [3] отмечает, что здесь есть по меньшей мере три варианта:

1. Проверить каждую альтернативу при произвольных начальных условиях.

2. Проверить альтернативы с использованием общих начальных условий, являющихся компромиссом между наилучшими условиями для каждой альтернативы.

3. Проверить каждую альтернативу с наилучшими для нее начальными условиями.

Второй способ, очевидно, эффективнее первого, а третий эффективнее второго. К сожалению, третий способ требует примерно следующего представления полученных результатов: «Я хотел сравнить две системы: А и Б. Я ожидал, что система А обладает большим по сравнению с Б средним значением характеристики М. Я выбрал начальные значения для систем А и Б таким образом, чтобы среднее значение характеристики М было больше в системе А. Результаты эксперимента показывают, что среднее значение характеристики М в системе А существенно больше, чем в системе Б» [3].

Мы согласны с Конвеем в том, что большинство исследователей весьма неохотно идут на столь тривиальное описание, даже если третий способ действий приводит к лучшим результатам. Поэтому мы отдаем предпочтение второму способу, т. е. «компромиссным» начальным условиям, которые далее сохраняются неизменными во всех прогонах модели. Даже при наличии значительной априорной информации о моделируемых системах установление

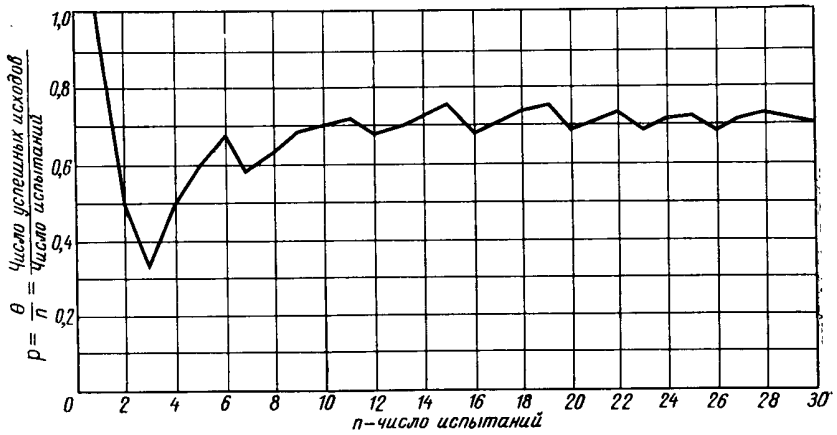


Рис. 5.1. Оценка значений p.

начальных условий является нетривиальной задачей. Однако можно согласиться с высказыванием Конвея: «Единственным утешением является вера в то, что почти невозможно сделать что-то хуже, чем при выборе произвольных начальных условий, так что любые разумные усилия позволяют уменьшить время вычислений» [3].

5.3. Определение размера выборки

При моделировании стохастических систем мы представляем одну или более переменную вероятностными распределениями, в соответствии с которыми распределены их выборочные значения. Исследователь не добивается значительного прогресса в планировании эксперимента до тех пор, пока он не сталкивается с проблемой определения необходимого объема выборки. Пожалуй, наиболее часто перед статистиком возникает вопрос: как много выборочных значений следует взять, чтобы обеспечить достаточ-

ную статистическую значимость? К сожалению, мы не можем ответить на этот вопрос, не зная количества информации, которую человек, принимающий решения, хочет иметь. Так как имеющиеся выборочные значения случайны, то существует некоторая неточность результата эксперимента, степень которой в значительной мере определяется размером выборки. Задача определения такого размера выборки, который позволяет обеспечить желаемый уровень точности и в то же время минимальную стоимость моделирования, весьма трудна, но и весьма важна. К сожалению, как отмечает Данкен [5], размер выборки обычно является функцией количества средств, отпущенных на моделирование. Так как полученную в результате модельного эксперимента информацию мы используем для принятия решений, связанных с функционированием реальной системы, мы хотим сделать эту информацию как можно более точной или по меньшей мере узнать степень ее неточности. Поэтому для определения объемов выборки необходимо применение статистического анализа.

Однако это проще сказать, чем сделать, так как, если мы точно знаем необходимую для проведения анализа информацию, в большинстве случаев отпадает необходимость эксперимента. При оценивании значений параметров выхода или смещений переменных величин необходимо выяснить следующее:

1. Какую величину сдвига параметров или распределений вы хотите различать, т. е. какова желаемая точность оценивания параметра совокупности?
2. Какова величина флуктуаций выборочных значений из этой совокупности?
3. Какова величина риска, которым вы хотели бы задаться?
4. Автокоррелированы ли выборочные значения?
5. Каково распределение выборочных значений?

В одном разделе невозможно рассмотреть все подходы к проблеме определения объема выборки. Поэтому мы рассмотрим лишь некоторые наиболее часто встречающиеся ситуации и предложим возможные подходы к их разрешению. Размер выборки может определяться по одному из двух путей: 1) априорно, т. е. независимо от работы модели; 2) в процессе работы модели и на основе полученных с помощью модели результатов. Рассмотрим вначале первый путь.

Часто можно обосновать целесообразность использования априорного анализа, основанного на знании модели. Многие методы анализа используют предположение о независимости и нормальном распределении откликов модели. Это предположение основано на применении *центральной предельной теоремы* теории вероятностей. Был предложен целый ряд формулировок центральной предельной теоремы, обсуждение которых можно найти в книге Феллера [8]. Сущность некоторых из них (не самых общих)

состоит в утверждении, что распределение случайной величины Y, являющейся суммой большого числа независимых случайных величин с одинаковыми распределениями вероятностей, близко к нормальному распределению. Дайнанда [4] и Мирем [22] показали, что требования независимости и одинаковой распределенности не являются необходимыми. Часто бывает достаточно, чтобы отклик представлял собой сумму большого числа небольших эффектов. Это позволяет надеяться, что переменная отклика сложной имитационной модели, являющаяся результатом аддитивного действия большого числа случайных переменных, распределена приблизительно нормально. Другим важным моментом, от которого зависит оправданность применения центральной предельной теоремы, является способ определения выборочного значения. Если каждое выборочное значение представляет собой также сумму большого числа небольших эффектов, то центральная предельная теорема применима, и мы можем предполагать, что приближенно отклик имеет нормальное распределение.

В условиях применимости центральной предельной теоремы и отсутствия автокорреляции мы можем использовать для определения объема выборки, необходимой для оценивания параметров с заданной точностью, метод доверительных интервалов. Оцениваемыми параметрами могут быть среднее значение совокупности, соотношение между параметрами и среднеквадратическое отклонение совокупности. Рассмотрим некоторые методы определения объема выборки при оценивании этих параметров.

5.4. Оценивание среднего значения совокупности

Пусть мы хотим построить такую оценку $\overline{X}$ истинного среднего значения μ совокупности, что

$$P\{\mu-d\leqslant\overline{X}\leqslant\mu+d\}=1-\alpha, \tag{5.1}$$

где $\overline{X}$ — выборочное среднее, $(1-\alpha)$ — вероятность того, что интервал $\mu\pm d$ содержит $\overline{X}$. Задача состоит в определении необходимого для выполнения (5.1) объема выборки. В предположении нормальности распределения выборочных значений из нашей генеральной совокупности можно показать, что

$$n=(\sigma Z_{\alpha/2})^2/d^2, \tag{5.2}$$

где $Z_{\alpha/2}$ — двусторонняя стандартная нормальная статистика. Вывод уравнения (5.2) можно найти в работе [23]. Для решения уравнения (5.2) необходимо знать σ, $Z_{\alpha/2}$ и d, т. е. а) какова величина изменчивости совокупности, б) какова допустимая величина риска и в) какова допустимая разность между оценкой и истинным значением параметра? Величину σ нужно либо знать,

либо для ее определения нужно провести пробный эксперимент. Если мы имеем представление о пределах, в которых может изменяться отклик системы, то грубую оценку величины σ можно получить из условия, что размах переменной отклика равен примерно 4σ.

Пример 5.4.1

Предположим, что мы хотим оценить среднесуточный выход продукции химического завода так, чтобы с вероятностью 0,95 ошибка оценивания составляла не более ± 4 т. Итак, мы хотим, чтобы с вероятностью 0,95 наша оценка $\overline{X}$ лежала внутри интервала $\mu \pm 4$ т. Пусть известно, что разумный допустимый размах колебаний выхода составляет 80 т. Тогда $4\sigma = 80$, или $\sigma = 20$, $d = 4$, $Z_{\alpha/2} = 1{,}96$. Следовательно,

$$n = (\sigma Z_{\alpha/2})^2/d^2 = 96.$$

Пример 5.4.2

Предположим, что мы не знаем максимального размаха выхода в примере 5.4.1 и не знаем истинного значения σ. Мы можем поставить задачу так: каков должен быть размер выборки, чтобы наша оценка с вероятностью 0,95 лежала в пределах $\mu \pm \sigma/4$? Тогда $d = \sigma/4$, $Z_{\alpha/2} = 1{,}96$ и

$$n = (1{,}96\sigma)^2/(\sigma/4)^2 = 61.$$

Итак, мы можем определять размер выборки, не зная σ, но задавая d в виде некоторой доли от σ.

Если это возможно, следует определить дисперсию выхода с помощью пробного эксперимента и получить оценку s^2 дисперсии, а затем вычислить полное число необходимых наблюдений. Тогда размер выборки n определится выражением

$$n = t^2 s^2/d^2, \qquad (5.3)$$

где t — табулированная величина для заданного доверительного интервала и числа степеней свободы начальной выборки; d — половина ширины доверительного интервала; s^2 — оценка дисперсии, полученная по выборке или пробным экспериментом.

5.5. Применение теоремы Чебышева

Неравенство Чебышева говорит, что при заданном числе k (не меньшем единицы) и произвольной выборке $x_1, x_2, \ldots, x_n$ размера n по меньшей мере $1 - 1/k^2$ измерений находятся вблизи среднего значения на расстоянии не более k среднеквадратических

отклонений. Это неравенство справедливо для любых распределений совокупностей. Если мы не хотим исходить из предположения о нормальном распределении выхода (которое, кстати, не всегда выполняется с достаточной точностью), то можем для определения объема выборки воспользоваться неравенством Чебышева, которое имеет вид

$$P\{|x - \mu| > k\sigma\} \leqslant \frac{1}{k^2}. \qquad (5.4)$$

Пусть мы хотим, чтобы наша оценка попала в интервал $\mu \pm \sigma/4$ с вероятностью 0,95, т. е.

$$P\left\{|\overline{X} - \mu| > \frac{\sigma}{4}\right\} \leqslant 0{,}05. \qquad (5.5)$$

Используя уравнение (5.1), получим

$$P\left\{|\overline{X} - \mu| > \frac{\sqrt{n}}{4}\,\frac{\sigma}{n}\right\} \leqslant 0{,}05 = \frac{4^2}{n}, \qquad (5.6)$$

так как

$$k = \frac{\sqrt{n}}{4}, \qquad \frac{1}{k^2} = \frac{4^2}{n}.$$

Отсюда

$$n = 4^2/0{,}05 = 320.$$

Полученный размер выборки существенно больше того, который оказывается достаточным в случае нормального распределения совокупности. Однако он позволяет получить гарантированную точность при отклонениях распределения совокупности от

Таблица 5.1

Объем выборки, при котором выборочное среднее лежит в пределах $\mu \pm d$ для $\alpha = 0{,}05$

Отклонение	Необходимый объем выборки n	
	по центральной предельной теореме	по теореме Чебышева
$\sigma/2$	15	80
$\sigma/4$	61	320
$\sigma/6$	138	720
$\sigma/8$	246	1280
$\sigma/10$	384	2000
$\sigma/12$	553	2880
$\sigma/20$	1537	8000

нормального. В табл. 5.1 приведены размеры выборки при различных значениях d в предположении нормальности и без него, т. е. на основе неравенства Чебышева при $\alpha=0{,}05$.

5.6. Оценивание процентных соотношений

Во многих имитационных моделях выход имеет вид пропорции, доли или процента. Например, при моделировании огневых средств военного назначения мы часто интересуемся процентом пораженных целей, т. е. вероятностью попадания. В промышленности мы иногда желаем оценить процент забракованных изделий или процент законченных в заданное время работ. Отклики моделей подобного рода принимают обычно одно из двух состояний, например успех — неудача, наличие — отсутствие, попадание — непопадание и т. п. Такие отклики называют *переменными Бернулли*. Они характеризуются биномиальным распределением.

Буквой p обозначим вероятность того, что некоторое событие произойдет в данном единичном испытании, $q=1-p$ — вероятность того, что оно не произойдет, n — число испытаний и θ — число успехов в этих испытаниях. Теорема Бернулли утверждает, что при n, стремящемся к бесконечности, доля успехов θ/n стремится к истинному значению вероятности успешного исхода. Иначе говоря, для любого заданного $d>0$ при достаточно больших n выполняется неравенство

$$\left|\frac{\theta}{n}-p\right|\leqslant d. \tag{5.7}$$

Наша задача состоит в определении числа испытаний n, при котором

$$P\left\{\left|\frac{\theta}{n}-p\right|\leqslant d\right\}=1-\alpha, \tag{5.8}$$

где θ/n — наша оценка вероятности p и $(1-\alpha)$ — вероятность того, что эта оценка отклоняется от p не более, чем на заданную величину d.

В целом ряде работ показано, что при достаточно большом n и не слишком малых p и q биномиальное распределение можно аппроксимировать нормальным распределением. На практике можно считать, что такая аппроксимация достаточно хороша, если величины np и nq больше 5 или $npq\geqslant 25$. При выполнении этих предположений можно показать, что

$$n=Z^2_{\alpha/2}/4d^2, \tag{5.9}$$

где $Z_{\alpha/2}$ — стандартная нормальная статистика для искомой вероятности. Вывод уравнения (5.9) можно найти в работе Майза и Кокса [23]. Для решения этого уравнения необходимо задаться величинами $1-\alpha$ и d.

Пример 5.6.1

Каким должен быть размер выборки (число испытаний), чтобы с вероятностью 0,95 наблюдаемая частота успешных исходов отличалась от истинной p не более чем на 0,02? Имеем $d=0{,}02$, $Z_{\alpha/2}=1{,}96$ и, следовательно,

$$n=\frac{1{,}96^2}{4\cdot 0{,}02^2}\geqslant 2400.$$

Пример 5.6.2

Сколько боев следует провести, чтобы с вероятностью 0,99 наблюдаемая частота поражения цели противотанковым орудием отличалась от истинной не более чем на 0,05? Имеем $d=0{,}05$, $Z_{\alpha/2}=2{,}58$ и, следовательно,

$$n=\frac{2{,}58^2}{4\cdot 0{,}05^2}\geqslant 666.$$

В табл. 5.2 приведены величины n для различных значений α и d.

Таблица 5.2

Минимальный объем выборки для оценок Бернулли

$1-\alpha$	$Z_{\alpha/2}$	d	n
0,90	1,65	0,10	68
0,95	1,96	0,10	96
0,99	2,58	0,10	167
0,90	1,65	0,08	107
0,95	1,96	0,08	150
0,99	2,58	0,08	261
0,90	1,65	0,05	272
0,95	1,96	0,05	384
0,99	2,58	0,05	666
0,90	1,65	0,02	1700
0,95	1,96	0,02	2400
0,99	2,58	0,02	4163

5.7. Оценивание дисперсии совокупности

Построение доверительных интервалов часто требует оценивания среднеквадратического отклонения совокупности как меры дисперсии выборочных значений. Задачу оценивания дисперсии

совокупности можно поставить как задачу отыскания оценки s^2, такой, что

$$P\{(1-d)\sigma^2 \leqslant s^2 \leqslant (1+d)\sigma^2\} = 1-\alpha, \qquad (5.10)$$

где $0 \leqslant d \leqslant 1$ — число, характеризующее степень близости оценки s^2 к истинной дисперсии σ^2.

Майз и Кокс [23] показали, что удобнее в уравнении (5.10) использовать χ^2—статистику $(n-1)\,s^2/\sigma^2$ с $n-1$ степенями свободы, которая позволяет сделать доверительную вероятность не зависящей от σ^2. Если n достаточно велико, то распределение χ^2 можно аппроксимировать нормальным распределением и получить уравнение относительно n:

$$Z^2_{\alpha/2} = \frac{d^2(n-1)}{2}, \qquad (5.11)$$

или

$$n = 1 + \frac{2(Z_{\alpha/2})^2}{d^2}. \qquad (5.12)$$

Пример 5.7.1

Оценка s^2 отличается от σ^2 не более чем на 5% с вероятностью 0,95 при

$$n = 1 + \frac{2 \cdot 1{,}96^2}{0{,}05^2} = 3074.$$

Пример 5.7.2

Оценивание с точностью 10% при вероятности 0,95 потребует значительно меньшего объема выборки:

$$n = 1 + \frac{2 \cdot 1{,}96^2}{0{,}10^2} = 769.$$

5.8. Сравнение двух распределений

Часто возникает задача проверки близости распределения отклика модели к некоторому другому распределению. Например, такая задача возникает, когда необходимо проверить близость распределений откликов модели и реальной моделируемой системы или сравнить распределения откликов на двух режимах работы системы.

Как и в разд. 2.12 и 2.13, для проверки близости двух распределений можно воспользоваться критерием Колмогорова — Смирнова. В этом разделе нас интересует объем выборки, при котором достигается желаемая точность сравнения распределений. Под желаемой точностью, или допустимой ошибкой, будем понимать максимальную разность сравниваемых распределений во всех точках. Например, если выбрать $d=0{,}10$ и использовать вычисленный размер выборки и если абсолютная разность двух распределений в некоторой точке превышает 0,10, то критерий Колмогорова — Смирнова дает значимую разность при заданном уровне ошибки α.

Следуя предложению Спелдинга [26], мы можем вычислить необходимый размер выборки по формулам:

$$n = \left(\frac{1{,}63}{d}\right)^2 \qquad \alpha = 0{,}01, \qquad (5.13)$$

$$n = \left(\frac{1{,}36}{d}\right)^2 \qquad \alpha = 0{,}05, \qquad (5.14)$$

$$n = \left(\frac{1{,}22}{d}\right)^2 \qquad \alpha = 0{,}10. \qquad (5.15)$$

Результаты вычислений по этим формулам приведены в табл. 5.3. Одно ограничение состоит в том, что объемы сравниваемых выборок должны быть одинаковыми.

Таблица 5.3

Объем выборок, необходимый для получения желаемой точности моделирования системы

Желаемая точность	Уровень значимости и объем выборки		
	0,10	0,05	0,01
0,10	149	185	266
0,05	596	740	1 063
0,04	913	1 156	1 655
0,03	1 650	2 053	2 950
0,02	3 721	6 084	6 643
0,01	14 884	18 496	26 569
0,001	1 488 400	1 849 600	2 656 900

5.9. Автокоррелированные данные

В предыдущих разделах при определении необходимого объема выборки мы предполагали, что выборочные значения независимы и некоррелированы. При построении многих имитационных моделей это предположение не выполняется. Термин *автокорреляция* означает, что последующее выборочное значение зависит от предыдущих. При наличии автокорреляции в выборке содержится меньше информации, чем в выборке из независимых данных. Фишман [10] показал, что необходимый размер выборки весьма чув-

ствителен к величине автокорреляции. При положительной неучитываемой корреляции оценки дисперсии получаются заниженными.

Существуют два основных способа работы с автокоррелированными данными:

1. Разбить выборочные значения на равные подгруппы и рассматривать каждую подгруппу как одно независимое наблюдение.

2. Оценить автокорреляционную функцию и использовать ее оценку при построении оценок параметров.

Мы рассмотрим здесь лишь последний подход, считая n наблюдений (измерений) зависящими от времени. В случае коррелированных данных оценки параметров принимают вид

$$\overline{X}=\sum_{i=1}^{n}\frac{X_i}{n}, \tag{5.16}$$

$$\sigma_n^2=\frac{\sigma_x^2}{n}\left\{1+2\sum_{p=1}^{m}\left(1-\frac{p}{m+1}\right)\rho_{p,x}\right\}, \tag{5.17}$$

где σ_x^2 — дисперсия совокупности; $\rho_{p,x}$ — p-й коэффициент автокорреляции; m — максимальная глубина рассматриваемой автокорреляции, $p=1, 2, \ldots, m$.

Для оценивания коэффициентов корреляции необходимо провести (при установившихся условиях) пробный эксперимент. Тогда оценки корреляции можно вычислить по формуле

$$\rho_{p,x}=\frac{\sum_{i=1}^{n-p}\{(X_i-\overline{X})(X_{i+p}-\overline{X})\}}{s_x^2(n-1)}, \tag{5.18}$$

где s_x^2 — дисперсия n измерений в нашем пробном эксперименте.

В качестве хорошего эвристического правила максимальную глубину m вычисляемых коэффициентов корреляции следует выбирать равной примерно 10% числа n измерений, а каждый коэффициент $\rho_{p,x}$ проверять на значимость отличия от нуля [12]. Гейслер [12] показал, что при этих условиях минимальный необходимый размер выборки можно вычислить по формуле

$$n=\frac{(t_{\alpha/2})^2 s^2\left\{1+2\sum_{p=1}^{m}\left(1-\frac{P}{m+1}\right)\rho_{p,x}\right\}}{(d\overline{X})^2}, \tag{5.19}$$

Пример 5.9.1

Рассмотрим тестовый прогон модели в приложении А.1. Число наблюдений 500. Среднее 205,74 мин, дисперсия $s^2=101\,921{,}54$. Оценки коэффициентов $\rho_{1,x}$, полученные с помощью уравнения (5.18), равны: $\rho_{1,x}=0{,}3301$, $\rho_{2,x}=0{,}2993$, $\rho_{3,x}=0{,}1987$. Минимальный размер выборки, при котором оценка имеет точность $\pm 10\%$ истинного среднего с $\alpha=0{,}05$, равен

$$n=\left[1{,}96^2\cdot 101\,921{,}54\left\{1+2\left[\left(1-\frac{1}{4}\right)\cdot 0{,}3301+\left(1-\frac{2}{4}\right)\cdot 0{,}2993+\left(1-\frac{3}{4}\right)\cdot 0{,}1987\right]\right\}\right]/0{,}1^2\cdot 205{,}74^2\approx 1757.$$

5.10. Использование правил автоматической остановки

В предыдущих разделах мы обсудили ряд возможных методов определения размера выборки, необходимого для достижения заданной точности результатов. Другой, используемый иногда метод состоит в задании доверительных интервалов для выходных величин и остановки прогона модели по достижении заданного доверительного интервала. Это позволяет сделать прогон не слишком коротким и не слишком длинным. В то же время при введении в модель правил остановки и операций вычисления доверительных интервалов увеличивается машинное время, необходимое для получения одной выборочной точки. Поэтому необходимо искать другие методы.

Еще одна проблема, связанная с правилами автоматической остановки, заключается в риске преждевременной остановки и получения оценок на основе слишком малой выборки. Если не принять меры предосторожности, то при некоторых условиях случайные флуктуации модели могут привести к тому, что правила остановки удовлетворятся при весьма малом объеме выборки. Кроме того, необходимо учитывать и переходный период.

Существуют два основных способа включения в модель правил автоматической остановки:

1. Проводить прогон модели в два этапа. Сначала сделать прогон, позволяющий получить выборку объемом n, затем использовать полученную выборку для оценивания необходимого объема выборки n^*. Если $n^*<n$, то закончить прогон. В противном случае продолжать до получения недостающих n^*-n выборочных значений.

2. Использовать последовательную выборку для определения минимальной величины n, по которой можно с достаточной точностью определять среднеквадратическое отклонение s, затем сравнивать величину

$$\frac{(s)\,t_{1-\alpha,\,n-1}}{\sqrt{n}}$$

с заданным уровнем d и останавливать прогон в тот момент, когда эта величина становится меньше d. Обычно лучше произ-

водить вычисления по получении каждого y, а не после получения каждой выборочной точки.

5.11. Методы уменьшения дисперсии

В начальный период развития имитационного моделирования (1940—1950 гг.), когда быстродействие вычислительных машин было низким, зачастую уменьшение флуктуаций результата за счет увеличения объема выборки было слишком дорогостоящим делом. Поэтому большое внимание уделялось разработке методов, позволяющих при заданном объеме выборки увеличить точность оценок и, наоборот, при заданной точности оценок сократить необходимый объем выборки. Эти способы часто относили к методу Монте-Карло, но в последнее время во избежание смешения понятий их называют *методами уменьшения дисперсии.* Они используют информацию о структуре модели и свойствах ее входов. Подобная информация позволяет так изменить первоначальную задачу, чтобы затем с помощью специальных методов получать оценки с желаемой точностью при меньших затратах.

В нескольких последующих разделах кратко описаны некоторые осиовные способы уменьшения дисперсии.

Так как эти методы довольно громоздки, мы рассмотрим лишь некоторые наиболее общие их черты, отсылая читателей для более детального озиакомления с ними к соответствующей специальной литературе. Большинство из рассматриваемых ниже методов было разработано за время от начала 40-х до начала 60-х годов. Соответствующие статистические подходы использовались для различных целей (например, в социальных науках) много раньше, но именно в этот 20-летний период они были изложены как методы уменьшения дисперсии в имитационном машинном моделировании. Естественно, что интерес к этим методам достиг своего максимума тогда, когда быстродействие вычислительных машин было низким, и начал падать с увеличением быстродействия ЭВМ. В настоящее время, однако, скорость роста сложности решаемых задач опережает скорость роста быстродействия вычислительных машин, чем и объясняется возобновление интереса к этим методам. В моделях сложных систем, требующих для получения одной выборочной точки около 1,5 ч машинного времени [2], методы уменьшения дисперсии могут в значительной мере повлиять на успех эксперимента.

Наиболее содержательный обзор методов уменьшения дисперсии можно найти в книгах Хаммерслея и Хэндскомба [14] и Спейниера и Геббарда [27]. Другие, более частные обзоры представлены в работах Хиллера и Либермана [17], Акофа и Сасиени [1], отчетах [18, 21] и журнальных статьях [6, 9, 20].

Хэндскомб [16] предложил в качестве меры эффективности оценивания параметра с помощью моделирования использовать величину

$$\text{Эффективность} = \frac{1}{\text{Дисперсия} \times \text{Работа}}.$$

Действительно, мы можем за счет увеличения усилий по построению оценок уменьшить дисперсию оценок или уменьшить количество работы, увеличив тем самым дисперсию. С точки зрения подобной оценки эффективности не имеет смысла добиваться уменьшения дисперсии, если необходимые для этого усилия слишком велики. Таким образом, следует не только рассматривать возможное уменьшение дисперсии, но и учитывать необходимые для его достижения усилия. В реальных ситуациях мы обычно не обладаем достаточной информацией для точного оценивания затраченных усилий или возможного уменьшения дисперсии при использовании данного метода. Поэтому, как и всегда, здесь необходимы интуиция и опыт исследователя.

5.12. Стратифицированные выборки

В социальных исследованиях использование стратифицированных выборок для увеличения эффективности оценивания имеет длительную предысторию. В методе стратифицированиых выборок вся выборка разбивается на ряд выборок меньшего объема и результаты оценивания по частным выборкам, или стратам, объединяются затем в единую оценку. Определение страт основано на априорной информации о свойствах рассматриваемой совокупности. Цель состоит в том, чтобы элементы в каждой страте были более однородными, или гомогенными, т. е. обладали меньшей дисперсией, чем элементы всей совокупности в целом. Страты отличаются друг от друга также величиной интересующей нас характеристики. Например, при моделировании систем с очередями интересующие нас характеристики могут при малых и больших интервалах времени между поступлениями заявок на обслуживание значительно отличаться.

Размеры страт мы можем выбирать различными способами. Простейший, но не обязательно наилучший способ — разбить распределение совокупности на одинаковое число частей. Если есть достаточная априорная информация, лучше выбрать страты таким образом, чтобы дисперсия выборочных значений в каждой из них была одинаковой. К сожалению, последний способ требует наличия довольно значительной информации о рассматриваемой совокупности.

Необходимо также решить вопрос о числе выборочных значений, которые необходимо взять из каждой страты. Критерием

здесь может служить дисперсия внутри каждой страты. Очевидно, если внутри данной страты дисперсия равна нулю (нет флуктуаций), то одно измерение из этой страты дает нам полную информацию о ней. Из страты с большой дисперсией следует взять достаточно большое число измерений. Точер [29] предлагает выбирать из каждой страты число наблюдений N, пропорциональное произведению вероятности того, что значение из рассматриваемой совокупности попадет внутрь данной страты, на среднеквадратическое отклонение значений внутри этой страты. Соответствующие вероятности и стандартные отклонения можно оценить с помощью пробного эксперимента, экспертных оценок, априорных данных и других методов.

Если дисперсии в стратах различаются незначительно, можно применить *пропорциональное стратифицирование,* т. е. число наблюдений в выборке распределяется по стратам пропорционально доле, которую эта страта занимает в совокупности.

Метод стратифицирования позволяет уменьшать дисперсии по сравнению с обычным методом Монте-Карло в отношении 13 : 1 [14]. Применение этого метода в системах массового обслуживания можно найти в работе Кларка [2], а для моделирования экспоненциального распределения — в работе Хиллера и Либермана [17].

5.13. Выборка по значимости

Метод выборки по значимости заключается в том, что при моделировании принимаются меры к повышению вероятности наступления интересующих нас событий по сравнению с условиями реальной системы. Этот метод предполагает такую процедуру формирования выборки, при которой элементы генеральной совокупности имеют иные вероятности попадания в выборку, чем тогда, когда она имеет случайный характер. Основой процесса служит некоторое *неадекватное* распределение, отличное от диктуемого физическим смыслом задачи, но затем полученные с его помощью выборочные значения переменной умножаются на соответственно подобранный весовой коэффициент, и этим компенсируется ошибка, связанная с использованием неадекватного закона распределения. В качестве неадекватного выбирается такой вероятностный закон, при котором большая часть имеющихся выборочных значений случайной величины попадает в основной диапазон.

Предположим, например, что мы хотим оценить вероятность $P(x)$ наступления некоторого события после момента времени x. Пусть истинное значение $P(x)$ равно 0,01. Если мы воспользуемся выборкой из совокупности с истинным распределением, интересующее нас событие произойдет в среднем лишь в одном из

100 испытаний. Если бы мы получили распределение, при котором $P^*(x)=0{,}05$, то имели бы такую же вероятность наступления этого события при впятеро меньшей выборке. Полученная при таком измененном распределении оценка будет смещена, что можно скорректировать, умножив ее на отношение $W_{(x)}=P(x)/P_{(x)}^*$.

Рассмотрим следующий пример. Пусть желательно оценить среднегодовые затраты жителей многоквартирного дома на парикмахерские и салоны красоты. Известно, что затраты женщин распределены в более широком диапазоне, чем затраты мужчин. Большинство мужчин посещает парикмахерскую раз в четыре недели, на что за год в среднем уходит около 50 долл., а числа более 100 и менее 25 долл. появляются очень редко. Годовые затраты женщин на наведение красоты в прическе могут составлять от нуля до 500 долл. и более. Таким образом, вариация затрат у женщин значительно больше, чем у мужчин, и потому труднее оценить их средние затраты. Предположим, что 80% жителей дома составляют мужчины и объем выборки принят равным 15. При проведении простого случайного отбора в среднем мы будем в такой выборке иметь 12 мужчин (80% от 15) и трех женщин. Однако мы могли бы осуществить и выборку из пяти мужчин и десяти женщин. Предположим, что годовые затраты (в долларах) попавших в эту выборку жителей таковы:

Мужчины: 45, 50, 55, 40, 90.

Женщины: 80, 50, 120, 80, 200, 180, 90, 500, 320, 75.

Интуитивно ясно, что такие данные позволяют получить более точные оценки средних затрат, чем данные по выборке из 12 мужчин и трех женщин. Чтобы проанализировать эти данные, вычислим средние значения отдельно для мужчин и женщин:

Среднее для мужчин = 56.

Среднее для женщин = 169,5.

Чтобы получить несмещенную оценку средних затрат, необходимо использовать эти данные со следующими весами. Пусть M_i и W_i обозначают i-е выборочное значение для мужчин и женщин соответственно; тогда

$$\overline{X}=\frac{1}{15}\left[\sum_{i=1}^{5}\frac{0{,}80}{0{,}33}M_i+\sum_{i=1}^{10}\frac{0{,}20}{0{,}60}W_i\right]\approx$$

$$\approx\frac{1}{15}(678{,}78+513{,}62)\approx 79{,}49 \text{ долл.}$$

Наибольшая трудность применения метода выборки по значимости состоит в подборе соответствующего модифицированного рас-

пределения выборочных значений. Хаммерслей и Хэндскомб [14] дали неплохое описание способов выбора таких распределений. С помощью метода выборки по значимости может достигаться уменьшение дисперсии в 30 раз [14].

5.14. Русская рулетка и разбиение

Методы русской рулетки и разбиения были предложены фон Нейманом и Уланом и применены ими при исследовании диффузии частиц. Комбинация этих методов может быть весьма эффективной в случае, когда имеется информация о существенных и несущественных частях совокупности. Основные идеи этих методов близки идеям, используемым в последовательных схемах получения выборки для контроля качества. Рассмотрим простую иллюстрацию методов русской рулетки на примере задачи оценивания вероятности того, что сумма чисел, выпавших при последовательном бросании двух игральных костей, равна 3. Число бросаний костей можно сократить, если перед бросанием второй кости обратить внимание на число, выпавшее на первой кости. Если это число не равно 1 или 2, то нет смысла бросать вторую кость, так как мы не сможем получить сумму, равную 3. В этом случае следует сразу отметить неудачный исход и перейти к следующему испытанию. Такой способ позволяет исключить до двух третей бросаний второй кости. При тех же общих результатах мы сократим общее число бросаний приблизительно на треть [19].

В более сложных ситуациях часто на каждой стадии формирования выборки ее можно классифицировать как «интересную» и «неинтересную». Выборки, признанные «неинтересными», мы можем исключить из рассмотрения и продолжать формирование выборочных значений только для «интересных» выборок. Мы можем также классифицировать «интересные» выборки, разбивая их на ряд подклассов в зависимости от степени «интереса» к ним, и выбирать «наиболее интересные» из них для продолжения исследования.

Спеннер и Геббард [27] отмечают, что метод разбиения представляет собой частный случай выборки по значимости, причем более простой для использования, так как отпадает необходимость в подборе неадекватного распределения. Они также указывают, что метод разбиения может быть весьма эффективен при наличии достаточно надежной информации об «интересных» и «неинтересных» областях совокупности (однако они не дали оценок возможной степени уменьшения дисперсии). Эти авторы приводят, кроме того, формальный вывод оценок по методу русской рулетки и дают оценки эффективности метода разбиения.

5.15. Метод компенсации

Одним из наиболее важных методов, предназначенных непосредственно для систем имитационного моделирования, является метод компенсации, предложенный Хаммерслеем и Мортоном [15]. Идея метода состоит в построении двух оценок x_1 и x_2 неизвестного параметра y, такого, что x_1 имеет отрицательную корреляцию с x_2. При выборе окончательной оценки параметра y в виде суммы $(x_1+x_2)/2$ она имеет дисперсию

$$\frac{1}{4}(\sigma^2_{x_1}+\sigma^2_{x_2})+\frac{1}{2}\operatorname{cov}(x_1, x_2).$$

Вследствие отрицательной корреляции эта величина меньше, чем в случае независимых x_1 и x_2, и при некоторых условиях уменьшение дисперсии может быть неожиданно большим [14]. Этот метод аналогичен в некотором смысле методу коррелированных выборок, который будет рассмотрен ниже.

Хороший пример применения этого метода приведен в работе Пейджа [25]. В качестве модели была рассмотрена система обслуживания с интервалом времени между последовательными заявками T_i и временем обслуживания S_i. Пейдж использовал две формы метода компенсации. В первой начальный прогон модели осуществлялся со случайно генерируемыми величинами T_i и S_i, а в следующем прогоне он эти величины менял местами, т. е. $T_i^* = S_i$ и $S_i^* = T_i$. При этом та же дисперсия результата достигается при вдвое меньшем объеме выборки. При использовании другой формы метода компенсации Пейдж выбрал случайные величины A_i и B_i равномерно распределенными, и в первом прогоне $T_i = A_i$ и $S_i = B_i$. Во втором прогоне он положил $A_i^* = 1 - A_i$ и $B_i^* = 1 - B_i$. При этом размер выборки также уменьшается на 50%.

При некоторых специальных видах распределений этот метод позволяет уменьшить дисперсию в 3 980 000 раз [14]. Основное преимущество метода — возможность его применения в любой существующей программе моделирования без серьезных ее изменений. На практике проще найти отрицательно коррелированные несмещенные оценки, чем найти столь же удовлетворительное неадекватное распределение или специальные функции, требуемые для применения других методов уменьшения дисперсии. По этой причине метод компенсации на практике оказывается более эффективным и заслуживает серьезного рассмотрения.

5.16. Метод коррелированных выборок

Метод коррелированных выборок предназначен для применения в задачах сравнения двух и более альтернатив. Например, задача может заключаться в определении лучшей из двух стратегий A и

B или лучшего из двух проектов A и B и т. п. В подобных случаях нас интересует *относительное различие* двух альтернатив, а не абсолютное значение каждой из них. Для сравнения средних значений двух альтернатив необходимо оценить их разность $\overline{Z}=\overline{A}-\overline{B}$. При чисто случайных и независимых A и B имеем $D(Z)=D(A)+D(B)$. Если же A и B зависимы, то новая переменная Z^* имеет то же среднее, что и Z, но меньшую дисперсию $D(Z^*)=D(A)+D(B)-2\,\mathrm{cov}\,(A, B)$. Задача состоит в таком построении выборки, чтобы ковариация (A, B) была положительна и достаточно велика.

Для получения такой корреляции можно использовать управление генерацией случайных величин на двух прогонах. В предыдущем разделе мы рассматривали образование коррелированных выборок или прогонов путем использования одной и той же случайной последовательности для обеих альтернатив. Такой способ позволяет сравнивать альтернативы при одинаковых условиях. В модельных задачах случайные последовательности генерируются датчиком псевдослучайных чисел и могут быть легко воспроизведены.

Таким образом, мы можем поставить два или более эксперимента, используя коррелированные данные, и уменьшить случайную ошибку сравнения альтернатив. Однако еще лучше провести только один эксперимент и сравнить на нем необходимые альтернативы. В этом случае, кроме уменьшения дисперсии, уменьшается количество экспериментов. Разумеется, условия для этого не всегда существуют. Используя одинаковую последовательность случайных чисел, мы можем иногда проводить парное сравнение альтернатив с большим выигрышем в мощности соответствующего статистического критерия [28].

5.17. Использование методов уменьшения дисперсии

Как показано в предыдущих разделах, методы уменьшения дисперсии служат либо для увеличения точности при работе с выборкой постоянного объема, либо для уменьшения этого объема при обеспечении постоянной степени точности. Обзор существующей литературы показывает, что методы уменьшения дисперсии недостаточно широко используются на практике. Основные идеи этих методов в ряде случаев почти тривиальны, но выигрыш, который с их помощью можно иногда получить, бывает просто невероятен. К сожалению, этим методам не уделяют того внимания, которого они заслуживают, и, возможно, потому, что они рассматриваются лишь в небольшом числе учебников, а исследователь не добирается до них, поскольку у него и так хватает забот с программированием и отладкой модели.

Хаммерслей и Хэндскомб [14], Мой [24], Эренфельд и Бен-

Тувиа [6] приводят таблицы сравнения свойств ряда таких методов. Их исследования показывают, что применение этих методов в довольно простых искусственных задачах приводит к весьма впечатляющим и даже удивительным результатам. При рассмотрении более сложных задач эффективность методов снижается, но остается еще довольно значительной [14]. Кан [19] и ряд других авторов предостерегают исследователей от неправильного использования этих методов. В частности, отмечается, что при правильном их использовании эффективность модели может весьма существенно возрасти, однако если интуиция исследователя обманывает его, то применение методов выборки по значимости, русской рулетки, разбиения и стратификации может привести к обратному эффекту, т. е. к возрастанию дисперсии. Большей по сравнению с ними устойчивостью обладает метод коррелированных выборок, так как даже при неверной интуиции в результате его использования трудно увеличить дисперсию по сравнению со случаем отсутствия корреляции.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ackoff R. L., Sasieni M. W., Fundamentals of Operations Research, Wiley, Inc., New York, 1968; есть русский перевод: Акоф Р., Сасиени М., Основы исследования операций, изд-во «Мир», М., 1971.
2. Clark C., The Utility of Statistics of Random Numbers, Journal of Operations Research, v. 8, № 2, Mar. — Apr. 1962.
3. Conway R. W., Some Tactical Problems in Digital Simulation, Management Science, v. 10, № 1, Oct. 1963.
4. Diananda P. H., Some Probability Limit Theorems with Statistical Applications, Proceedings Cambridge Phylosophical Society, v. 49, 1953, p. 239—246.
5. Duncan A. J., Quality Control and Industrial Statistics, Richard D. Irwin, Inc., Homowood, Ill., 1959.
6. Ehrenfeld S., Ben-Tuvia S., The Efficiency of Statistical Simulation Procedures, Technometrics, v. 4, № 2, May 1962.
7. Emshoff J. R., Sisson R. L., Design and Use of Computer Simulation Models, The MacMillan Co., New York, 1970.
8. Feller W., Introduction to Probability Theory and Its Applications, v. I and II, Wiley, Inc., New York, 1965; есть русский перевод: Феллер В., Введение в теорию вероятностей и ее приложения, т. 1 и 2, 2-е изд., изд-во «Мир», М., 1967.
9. Fetter R. B., Thompson J. D., The Simulation of Hospital Systems, Operations Research, v. 13, № 5, Sept. — Oct. 1965.
10. Fishman G. S., Estimating Sample Size in Computor Simulation Experiments, Management Science, v. 18, № 1, Sept. 1971.
11. Fishman G. S., Bias Considerations in Simulation Experiments, Operations Research, v. 20, № 4, Jul. — Aug. 1972.
12. Geisler M. A., The Sizes of Simulation Samples Required to Compute Certain Inventory Characteristics with Stated Precision and Confidence, Memorandum RM-3242-RP, The RAND Corporation, Santa Monica, Calif., Oct. 1962.
13. Gordon G., System Simulation, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1969.
14. Hammersley J., Handscomb D., Monte Carlo Methods, Wiley, Inc., New York, 1964.

15. Hammersley J. M., Morton K. W., A New Monte Carlo Technique: Antivariate Variates, Proceedings Cambridge Phylosophical Society, v. 52, 1956.
16. Handscomb D. C., Monte Carlo Techniques: Theoretical, The Design of Computer Simulation Experiments, Naylor T. H. (ed.), Duke University Press, Durham, C. C., 1969.
17. Hiller J. M., Lieberman G. S., Introduction to Operations Research, Holden-Day, Inc., San Francisco, 1967.
18. Kahn H., Applications of Monte Carlo, The Rand Corporation, Report RM-1237-AEC., Santa Monica, Calif., Apr. 27, 1956.
19. Kahn H., Use of Different Monte Carlo Sampling Techniques, Symposium on Monte Carlo Methods, H. A. Meyer (ed.), Wiley, Inc., New York, 1956.
20. Kahn H., Marshall A. W., Methods of Reducing Sample Size in Monte Carlo Computations, Operations Research, v. 1, № 5, Sept. — Oct. 1953.
21. Maxwell W. L., Variance Reduction Techniques, The RAND Corporation, Report P-3139, Santa Monica, Calif., May 6, 1965.
22. Muhram G. A., On Limiting Distributional Forms Arising in Simulation Encounters, The Mathematics of Large-Scale Simulation, Brock P (ed.), Simulation Councils Proceedings Series, v. 2, № 1, Simulation Councils, Inc., La Jolla, Calif., Jun. 1972.
23. Mize J. H., Cox J. G., Essentials of Simulation, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1968.
24. Moy W. A., Monte Carlo Techniques: Practical, The Design of Computer Experiments, T. H. Naylor (ed.), Duke University Press, Durham, N. C., 1969.
25. Page E. S., On Monte Carlo Methods in Congestion Problems: Simulation of Queueing Systems, Operations Research, v. 13, № 2, Mar. — Apr. 1965.
26. Spalding J. B., Method to Determine the Number of Random Digits to Simulate an Object System to a Desired Accuracy, Bulletin of the Operations Research Society of America, v. 19, Suppl. 2, Fall, 1971.
27. Spanier J., Gebbard E. M., Monte Carlo Principles and Neutron Transport Problems, Addison-Wesley Publishers, Ltd., London, 1969.
28. Steel R. G., Torrie J. H., Principles and Proceedures of Statistics, McGraw-Hill Book Co., New York, 1960.
29. Tocher K. D., The Art of Simulation, D. Van Nostrand Co., Inc., Princeton, N. J., 1963.

ЗАДАЧИ

1. Озиакомьтесь с приложением А.5.

а) Что сделали авторы в отиошении: 1) иачальных условий; 2) равновесия; 3) размера выборки?

б) Могло ли оказаться здесь полезным примеиение рассмотреиных в этой главе методов уменьшения дисперсии?

2. Предположим, что потребление воды в городе имеет иормальное распределение. Мы хотим оценить среднее потребление воды в день так, чтобы ошибка не превышала ±6000 л с вероятностью 0,95. Нам известно, что разумиая область разброса потребления воды составляет 120 тыс. л/день. Каков должен быть необходимый для этого исследования объем выборки (сколько дией следует промоделировать)?

3. Мы имеем модель наземной противовоздушной ракетиой установки. Сколько следует промоделировать отражений воздушной атаки, чтобы частота поражения цели отличалась от истинной вероятности p не более чем на 0,02 с вероятностью не менее 0,85?

4. Предположим, что в задаче 2 мы хотим достичь точности оценки дисперсии потребления воды 1% с вероятностью 0,95. Каким должен быть объем выборки?

5. Датчик псевдослучайиых чисел, распределеиных по закоиу Пуассоиа с параметром лямбда, равным 5, выдал последовательиость чисел: 4, 6, 3, 4, 5, 4, 6, 6, 4, 2, 5, 2, 7, 4, 1, 5, 3, 6, 7, 2, 7, 5, 5, 7, 5, 3, 3, 6, 5, 11, 4, 6, 6, 4.

Вычислите коэффициенты автокорреляции между числами со сдвигом на 4 цифры.

6. В приложении А.1 автор исследует систему храиеиия и восстановления информации. Его интересует среднее время оборота информации (т. е. каков интервал времени между запросом и ответом). Для того чтобы избавиться от автокорреляции, он сформировал группы по 25 запросов. Затем он использовал среднее время оборота по каждой группе как выборочную точку. Среднее время оборота для 20 групп из 25 приведено ниже. Вычислите коэффициеиты автокорреляции со сдвигом до 3 групп. Среднее по 500 наблюдениям равно 205,74, а дисперсия — 101 921,54.

Группа	Среднее время	Группа	Среднее время
1	144,1	11	307,8
2	144,8	12	375,6
3	176,8	13	148,8
4	226,9	14	252,5
5	170,2	15	142,8
6	218,4	16	72,8
7	277,4	17	160,4
8	197,3	18	167,6
9	277,7	19	198,7
10	256,4	20	198,0

7. В разд. 5.2 рассмотрены вопросы, связанные с начальными условиями и равновесием. Сколько таких даиных вы исключили бы из рассмотрения в п. 6, прежде чем проводить анализ?

ГЛАВА 6

ОБОСНОВАНИЕ ВЫБОРА И АНАЛИЗ МОДЕЛИ

Если, прежде чем начать дело, было бы необходимо найти пути преодоления всех возможных препятствий, которые могут встретиться в ходе его выполнения, то ни одно дело никогда не было бы начато.

Семюэль Джонсон

6.1. Обоснованность модели

Модель строится для достижения конкретной цели, и ее адекватность, или обоснованность, оценивается в терминах этой цели. Мы хотим строить модель таким образом, чтобы она обладала характеристиками, близкими к характеристикам изучаемой реальной системы. Оценить качество модели означает оценить уровень нашей уверенности в том, что выводы, сделанные с помощью модели, применимы и к реальной системе. Понятие обоснованности модели не является двоичной переменной типа «да — нет». Обычно возможность построения абсолютно адекватной, точной модели бывает далеко не ясна даже теоретически, а в случае, когда это возможно, ни один руководитель не предоставит достаточного для этого количества средств. Точность модели можно представить в виде числа на шкале от 0 до 1, где 0 означает абсолютно неточную модель, а 1 — абсолютно точную. С ростом точности модели возрастает ее стоимость, но возрастает и ее ценность для исследователя, хотя, скорее всего, и с убывающей скоростью. Энсхоф и Хейес [4] считают, что в большинстве случаев соответствующие кривые имеют вид, показанный на рис. 6.1. Таким образом, отношение выгода/затраты будет, по-видимому, достигать максимума в точке, которая лежит ближе к началу координат, чем точка, соответствующая наиболее обоснованной модели, которую только можно построить, не щадя средств.

В большинстве машинных имитационных экспериментов используются случайные числа, случайные переменные и повторения с целью отыскания некоторых усредненных характеристик модели. Модель содержит обычно цепочки случайных событий, сложным

образом взаимодействующих друг с другом. Можно показать, что при достаточно большом числе повторений (достаточно большой величине выборки) результаты моделирования *можно сделать сколь угодно точными.* Проблема состоит в том, что эти *точные* результаты точны только в том случае, когда идентичны процессы, происходящие в модели и в реальной системе. Если же между этими процессами есть некоторое расхождение, то результатам

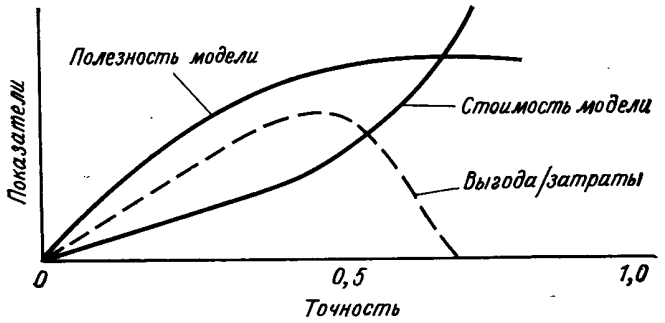


Рис. 6.1. Точность модели.

моделирования присуща неточность, которую нельзя устранить увеличением числа повторений или применением различных методов статистического анализа. Этот факт иллюстрирует следующая выдержка из работы Купмана и Бергера [17]:

«Для демонстрации эффекта накопления ошибок, которые появляются вследствие неточного знания средних значений соответствующих вероятностей, я представлю следующий пример, в котором проблема сильно упрощена. Предположим, что имеется n независимых событий и i-е событие наступает с вероятностью p_i. В этом случае мы имеем члены, имеющие вид произведений $p_1, p_2, \ldots, p_n$. Для упрощения задачи я буду рассматривать только одно это произведение (независимо от того, используются ли вычислительные машины или нет, ответ определяется произведениями такого вида). Обозначим это произведение через P; тогда относительная ошибка ответа равна

$$\frac{\delta P}{P} = \frac{\delta (p_1 p_2 \cdots p_n)}{p_1 p_2 \cdots p_n} = \delta \log (p_1 p_2 \ldots p_n).$$

Таким образом,

$$\frac{\delta P}{P} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\delta p_i}{p_i}.$$

Если ошибки не коррелированы и относительные ошибки всех вероятностей приближенно одинаковы, то можно написать

$$\frac{\delta P}{P} = \sqrt{n}\,\frac{\delta p}{p}.$$

Если

$$\frac{\delta p}{p} = 0{,}3 \quad \text{и} \quad n = 10,$$

то

$$\frac{\delta P}{P} \approx 1.$$

Таким образом, ошибка в каждой из 10 вероятностей на 30% может привести к двукратной ошибке в результате. Такое же расхождение возникает в случае четырех событий при 50%-ной ошибке в определении вероятностей. Результатами анализа можно все же пользоваться, однако исследователь не должен забывать об этих ошибках, не должен быть обманут кажущейся точностью результатов моделирования.

Фишман и Кивиа [11] делят процесс оценивания на три этапа: 1) проверку удовлетворительности работы модели; 2) оценку точности соответствия поведения модели поведению реальной системы; 3) проблемный анализ, т. е. анализ и интерпретацию полученных в результате эксперимента данных. Другими словами, рассматривается внутренняя состоятельность данной модели, ее соответствие реальной системе и правильность интерпретации полученных с помощью модели данных. Второй аспект охватывает нетривиальный вопрос о степени соответствия модели реальной системе. Насколько изоморфными должны быть модель и реальная система, чтобы можно было считать модель достаточно точной? Если модель достаточно точно предсказывает результаты работы реальной системы, то насколько важным является изоморфность модели и реальной системы? Может ли модель быть весьма существенно гомоморфной и тем не менее достаточно точной? Элмагреби [10], например, рассмотрел модель для предсказания занятости или экономических циклов, основанную на высокой коррелированности этих циклов с пятнами на Солнце. Если такая модель будет давать лучшие результаты по сравнению с другими, то следует ли ее считать точной моделью экономических циклов, несмотря на очевидную несвязанность этих явлений? Можно также встать на точку зрения, что важна только полезность модели независимо от соответствия ее структуры моделируемому явлению.

На эти вопросы не так легко ответить, и споры вокруг них шли на протяжении всей истории развития науки и продолжаются по сей день. Вера, основанная на наблюдениях, часто подвергается серьезным ударам. Ньютоновская картина с ее абсолютными мерами времени и пространства вполне удовлетворяла нашим обычным ощущениям. Однако общая теория относительности Эйнштейна, блестяще подтвержденная на практике, показала, насколько ошибочным может быть очевидное. Путь, пройденный Эйнштейном, показал, что лучшим способом построения теории является не вывод ее по индукции из имеющихся наблюдений, а постулирование основных предпосылок теории, создание на их основе самой теории и последующая ее проверка на практике.

Вообще говоря, имитационная модель призвана отражать структуру и внутренние связи моделируемой системы. Правильность теории построения моделей может быть проверена только на практике. Так как при построении любой модели используются упрощения и абстракции реальной системы, то модель не является абсолютно точной в смысле однозначного соответствия ее реальной системе. Следовательно, существуют различные степени корректности и точности модели. Имитационное моделирование не занимается поиском абсолютной истины, оно лишь позволяет получить серию последовательных приближений к истине. Проблема обоснования применимости имитационной модели ничем не отличается от проблемы обоснования применимости теории или гипотезы в любой отрасли науки. При этом возникают два основных вопроса: что значит «обосновать гипотезу» и какой при этом использовать критерий? Так как ученые и философы не сходятся во мнениях при ответах на эти вопросы, то с нашей стороны было бы самонадеянно утверждать, что мы можем на них ответить. Однако мы можем обсудить некоторые средства для их разрешения, а затем оставить эти проблемы исследователям моделей и тем, кто их использует.

Несмотря на обширность литературы по вопросам обоснования и исследования точности моделей, эти вопросы остаются почти столь же трудными, как и на первых порах их разработки. При построении моделей реальных систем одним из решающих является вопрос о соответствии (в некотором разумном смысле) выхода модели ожидаемому выходу реальной системы. Далее, мы уверены, что процессы построения, обоснования и реализации модели неразделимы. Черчмен [7] также считает, что теории построения модели и ее проверки являются неотъемлемыми аспектами любой теории научного исследования. Если это так, то будет, вероятно, полезно кратко рассмотреть некоторые теории научных исследований.

6.2. Субъективные и объективные методы

При построении и обосновании имитационных моделей часто возникает конфликт между стремлением к объективности и необходимостью использовать наши субъективные представления. Под

субъективными представлениями здесь понимаются взгляды, интуиция, мнения, ощущения, предположения и впечатления, которые мы имеем относительно того, как работает интересующая нас система. Под объективным понимается рассмотрение, основанное только на экспериментальных данных. Как отмечает Блит [5], «общая и хорошо известная дилемма научного метода состоит в том, что ученый должен быть объективным, хотя он и продвигается вперед, следуя субъективным соображениям».

Этот конфликт можно разрешить, если процесс построения модели рассматривать как непрерывные взаимообогащающие переходы от субъективных соображений к объективным фактам и наоборот. Блит [5] считает, что любой научный метод состоит из процессов созидания и проверки. Созидание есть процесс построения модели как средства отображения работы реальной системы, основанный на интуиции, представлениях, наблюдениях, мнениях и т. п. Так как число возможных моделей почти бесконечно, этот процесс в значительной степени субъективен. Проверка же почти полностью объективна. Ее цель состоит в определении того, насколько наша модель удовлетворяет объективным критериям сравнения с реальностью.

Таким образом, процесс построения модели состоит из созидания — проверки — созидания — проверки и т. п., где созидание есть процесс построения модели, а проверка осуществляется для определения соответствия модели реальной системе.

6.3. Рационализм против эмпиризма

На протяжении всей истории науки идет борьба между рационализмом и эмпиризмом в подходе к вопросу о правильных методах научного познания. Представители этих направлений согласны с тем, что наука начинается с наблюдений над некоторой частью природы (или, в нашем случае, наблюдений над моделируемой системой), но на этом их согласие и кончается. Должен ли ученый после получения наблюдений постулировать способ взаимодействия элементов системы, а затем проверить эти постулаты с помощью наблюдений, или он должен рассматривать только те взаимодействия, которые проверены эмпирически? Следует ли идти от общего к частному или от частного к общему?

Рационалисты тесно связаны с математикой и логикой. Их усилия обычно направлены на разработку математически выражаемых гипотез относительно взаимодействий системы, причем таких, которые отвечают имеющимся наблюдениям, а затем и к применению методов формальной логики для получения различных следствий. Приверженцы рационализма считают, что модель есть совокупность правил логической дедукции, которые ведут от предпосылок, поддающихся (или не поддающихся) эмпирической

проверке, к объективным выводам. В чистом виде рационализм основан на том, что Кант называл *синтетическими априорными предпосылками,* и о чем пишет Роббинс [24]: «Нет необходимости проверять предпосылки, чтобы установить их правильность; они настолько вошли в наш повседневный опыт, что достаточно их сформулировать, чтобы они стали очевидными».

Например, модель города, предложенная Форрестером, основана на некоторых предпосылках, которые, как он считает, содержат свое обоснование в самой формулировке [12]:

1. Если условия в данном городе более благоприятны, чем вне его, то люди и промышленность будут стремиться в него; естественно, правильно и обратное.
2. Изменения в жилищных условиях, в численности и составе населения и в промышленности — основные процессы, определяющие рост или застой в развитии города.
3. Чем больше расходы на душу населения, тем выше уровень обслуживания в городе.
4. Чем больше число ежегодно строящихся в городе домов, тем больше привлекательность города.
5. Чем больше процент не полностью занятых работников, которые ежегодно переходят в ряды рабочего класса, тем более привлекателен город для тех, кто находится за его пределами.

Имитационные модели города и мира, разработанные Форрестером, являют собой хороший пример моделей, основанных на философии рационализма [12, 13]. *Согласиться с правильностью такой модели — значит согласиться с основными предпосылками (необоснованными) и логикой, которой они между собой связаны.* Форрестер объясняет отсутствие обоснования предпосылок и отсутствие экспериментальных измерений параметров следующим образом:

«Значительная часть поведения системы основана на соотношениях и взаимодействиях, которые, по-видимому, важны, но не измеримы количественно. Если мы не оцениваем эти соотношения, чтобы затем включить их в модель системы, мы тем самым считаем, что они несущественны и могут быть опущены. Считается, что гораздо опаснее вообще не включить важное соотношение в модель, чем включить его с низкой степенью точности оценивания, которая, однако, находится в правдоподобном диапазоне вероятностей.

Если исследователь считает данное соотношение важным, то он соответственно старается наилучшим образом использовать имеющуюся информацию. Он хочет, чтобы его репутация покоилась на признании остроты его проницательности и правильности интерпретации явлений» [12].

К сожалению, любая попытка четко сформулировать все основные рационалистические допущения и предпосылки, лежащие

в основе конкретной модели, очень скоро выявляет сомнительность их очевидности. Так, например, предположение, что если на душу населения город тратит больше собранных в виде налогов средств, то качество обслуживания повышается, не очевидно, поскольку здесь игнорируется вопрос об эффективности. Подобные факты приводят к тому, что некоторые авторы, например Райхенбах [23, стр. 136], отрицают самое существование синтетических априорных предпосылок, а другие авторы объявляют исследователей-рационалистов последователями средневековых алхимиков.

Эмпиризм находится на другом конце философского спектра. Эмпирик отказывается принимать любые предпосылки или допущения, которые не могут быть проверены или с помощью эксперимента, или на основе анализа эмпирических данных. Так, Райхенбах [23, стр. 256] пишет: «Возможность проверки является составной частью любой имеющей смысл теории. Понятие истины, которую нельзя проверить с помощью возможных наблюдений, бессмысленно». Касаясь рационалистских моделей систем управления, Спроул говорит: «Я готов смотреть на каждую из них как на интересный изолированный случай, который может быть описан, но из которого я не будут делать никаких выводов» [28, стр. 148]. Нейлор и Фингер отмечают: «Хотя построение и анализ имитационной модели, точность которой не подтверждается эмпирическими наблюдениями, могут представлять интерес для демонстрации и педагогических целей (например, для иллюстрации конкретного метода моделирования), такие модели ничего не прибавляют к пониманию моделируемой системы» [21]. Итак, эмпиризм в чистом его выражении требует опоры на доказанные или проверяемые факты и отказа от всяких непроверенных предположений.

6.4. Абсолютный прагматизм

Мы можем рассматривать имитационную модель как черный ящик, преобразующий входные переменные в выходные. Рационалист и эмпирик занимаются выявлением структуры этого черного ящика. Третий философский подход — философия абсолютного прагматизма — заключается в следующем. Абсолютный прагматик в принципе утверждает: «Я строю модель для достижения конкретной цели. Если цель достигнута, то соответствующая модель точна». Его совершенно не интересует внутренняя структура «черного ящика», он занят лишь соотношениями между входами и выходами.

Шранк и Хольт [25] предполагают, что «для обоснования точности данной модели следует применять критерий ее полезности, тем самым перемещая основное внимание с вопроса о ее абстрактной истинности или ложности на вопрос о том, дает ли модель достаточно малую ошибку с точки зрения целей моделирования». При таком подходе гипотетическая экономическая модель Элмагреби [10], основанная на связи экономических циклов с пятнами на Солнце, должна быть принята, если она предсказывает экономические циклы лучше, чем другие модели. Митроф [19] приводит интересное обсуждение возможных расхождений между эмпириком и прагматиком при изложении исследования по имитационному моделированию инженерных процессов: «Для меня «обосновать модель» означает привести достаточные абстрактные основания, например, выбрав одну из процедур испытаний, приведенных в конце статьи Нейлора и Фингера [21]. Для инженера «обосновать» значит показать, что машинная имитационная модель имеет непосредственное отношение к его работе, т. е. он должен убедиться, что может верить модели». Далее Митроф делает вывод, что каждый имеет различные намерения и различные цели. Его исследование было ориентировано на академические круги и нужно было ему для завершения докторской диссертации, тогда как инженер старается улучшить характеристики своего изделия или организации. Итак, мы имеем дело с двумя различными подходами к обоснованию одной и той же модели.

6.5. Утилитарный подход

Чистые рационалисты, эмпирики и абсолютные прагматики встречаются очень редко. Большинство экспериментаторов оказываются в таком положении, что они используют в какой-то мере все эти три подхода. Поэтому, как отмечают Нейлор и Фингер [21], обычно процесс обоснования имеет ряд стадий. Подход к обоснованию модели, включающий в какой-то мере точки зрения рационалистов, эмпириков и абсолютных прагматиков, можно назвать утилитарным подходом.

На первой стадии решение задач моделирования сводится к построению внутренней структуры модели на основе априорной информации, прошлых исследований и существующих теорий. Любая сложная имитационная модель состоит из большого числа простых моделей. Имитируемые этими простыми моделями процессы обычно хорошо определены и понятны. Однако при объединении их в сложную совокупность большое число вариантов возможных взаимодействий делает понимание поведения всей системы затруднительным.

Итак, первая стадия построения обоснованной модели состоит в рассмотрении и в некотором смысле наилучшем моделировании простых составляющих сложного процесса. Любая гипотеза, которая отвергается с помощью априорной информации, должна отвергаться до тех пор, пока дополнительные исследования или

опыты не изменят нашего отношения к ней. Нет смысла включать в рассмотрение гипотезу, которую мы считаем ошибочной. Некоторые представления или гипотезы хорошо известны из предыдущих их применений, а другие покоятся на строгой теоретической основе, выведенной из предыдущих исследований. Когда процесс легко наблюдаем и измеряем, уровень доверия к представлениям о нем довольно высок. В противном случае мы чувствуем себя менее уверенно. Мы не настаиваем на эмпирической проверке каждой гипотезы, мы лишь требуем, чтобы каждая используемая гипотеза была разумна и основана на наиболее полных знаниях об изучаемой системе. Таким образом, первая стадия представляет собой модифицированный рационалистический подход. Мы не настаиваем на синтетических априорных допущениях Канта, а требуем лишь, чтобы допущения имели смысл.

Вторая стадия также связана с обоснованием внутренней структуры модели и состоит в эмпирической проверке (когда это возможно) используемой гипотезы. Идея проверки наших предположений о структуре системы, ее параметрах и их распределениях представляется весьма разумной. Основой для такой оценки и проверки гипотез может служить теория статистики.

Третьей стадией является всесторонняя проверка пригодности модели для предсказания поведения моделируемой реальной системы. На этой стадии мы должны убедиться сами и убедить того, кто будет использовать нашу модель, в том, что она работает так, как должна работать, т. е. что она полезна. Вообще говоря, эта стадия включает сравнение соотношений входов и выходов реальной системы и модели. На этой стадии одной из основных целей является достижение согласия пользователя принять нашу модель. Полезные на этой стадии средства простираются от прикладных математических методов, таких, как спектральный анализ и другие способы проверки близости систем, до испытаний поведения системы, подобных «тесту Тьюринга», и проведения практических демонстраций. На этой третьей стадии более точной считается модель, которая успешнее предсказывает поведение системы.

Рассмотренные три стадии процесса конструирования модели осуществляются итеративно. Даже если модель или одна из используемых при ее построении гипотез не согласуется с эмпирическими данными, она обычно не отвергается до тех пор, пока не появится лучшая модель. Если модель или гипотеза разумным образом соответствует эмпирическим фактам или теории, то появление не согласующихся с ней данных приводит обычно не к отбрасыванию, а к уточнению или переопределению гипотезы. Поэтому в процессе построения и проверки модели происходят постоянные переходы между точками зрения рационализма, эмпиризма и прагматизма.

При использовании имитационного моделирования для изучения сложных систем возникают различного рода ошибки, которые могут привести к неверным выводам. Ошибки возникают:

— при построении модели;
— при программировании;
— в используемых данных;
— в использовании модели;
— в интерпретации результатов.

В процессе построения и применения модели мы должны помнить о возможности появления таких ошибок и делать все возможное, чтобы избегать их. Так как в процесс построения сложной модели вносят вклад многие специалисты различных профилей, а сам процесс продолжается более или менее длительное время, то существует также вероятность, что окончательный результат будет не совсем тот, который мы хотели получить первоначально.

Итак, процесс построения и проверки модели состоит из трех перемежающихся стадий:

— построения ряда гипотез о способах взаимодействия элементов сложной системы, основанного на имеющейся информации, которая включает наблюдения, результаты предыдущих исследований, соответствующие теории и интуитивные представления;
— попытки проверить (когда это возможно) принятые допущения и гипотезы с помощью статистических тестов;
— сравнения соотношений входов и выходов модели и моделируемой реальной системы.

6.6. Испытания внутренней структуры и принятых гипотез

Как отмечалось в гл. 2, даже весьма простые на первый взгляд реальные системы слишком сложны, чтобы их можно было изучать во всех деталях. Следовательно, мы должны отвлечься от большинства свойств реальной системы и выделить среди них лишь некоторые, которые в совокупности позволяют построить упрощенный и идеализированный вариант реальной системы. В случае успеха столь простые абстрактные варианты дают полезные приближения к реальным системам. Обычно удобно разбить процесс идеализации на ряд независимых процессов анализа отдельных частей системы. Возможность такого подхода основана на том, что в системе существуют элементы, которые почти независимы или взаимодействуют простейшим образом.

После разбиения системы на элементы мы строим гипотезы относительно природы и вида взаимодействий. Во многих случаях гипотезы о том, как работает элемент, или о взаимодействии двух и более элементов столь просты и следствия из них столь

очевидны, что мы можем проверить их непосредственно с помощью статистического анализа или других видов эмпирического анализа. Например, если мы предполагаем, что время обслуживания в системе распределено по экспоненциальному закону, а время между приходом заявок на обслуживание распределено по закону Пуассона, то можно проверить эти гипотезы по имеющимся прошлым данным, т. е. по наблюдениям над работой системы обслуживания.

Как мы уже несколько раз отмечали, задача проверки правильности модели возникает на протяжении всего процесса моделирования. Модель может обладать рядом недостатков. Некоторые из них перечислены Акофом и Сасиени [1]:

— модель может содержать несущественные переменные;
— модель может не содержать существенных переменных;
— одна или более существенная переменная может быть оценена или представлена неточно;
— ее структура (т. е. зависимость, связывающая отклик с управляемыми или неуправляемыми переменными) может быть ошибочной.

Для эмпирической проверки правильности принятых допущений можно использовать методы статистической теории оценивания и проверки гипотез. Полное описание таких методов выходит за рамки данной книги. Ниже мы кратко рассмотрим наиболее важные и полезные из них и приведем ссылки на литературу, в которой они описаны более подробно.

Статистические испытания, используемые для проверки принятых при построении модели допущений, а также выводов, которые делаются на основе результатов эксперимента, решают главным образом следующие задачи:

А. Проверка гипотез:

1. Оценка параметров совокупности в предположении о виде функции распределения вероятностей (на основе таких параметрических критериев, как F, t и Z).
2. Оценка параметров совокупности независимо от вида функции распределения (посредством непараметрических критериев, таких, как критерий Манны — Уитни для средних значений).
3. Установление закона распределения для совокупности, из которой получена выборка (на основе критериев согласия, таких, как хи-квадрат или критерий Колмогорова — Смирнова).
4. Определение тесноты связи между двумя или более переменными (корреляционный анализ).

Б. Оценивание:

1. Вычисление точечных и интервальных оценок параметров совокупности.

2. Определение количественных уравнений, связывающих две или более переменные (регрессионный анализ).

Итак, основные статистические методы, используемые для оценивания и проверки гипотез:

1. Проверка средних значений.
2. Анализ дисперсий и ковариаций.
3. Проверка по критериям согласия.
4. Регрессионный и корреляционный анализ.

6.7. Проверка средних значений

С помощью проверки средних значений решается вопрос о том, принадлежат ли две различные выборки одной генеральной совокупности. Например, нам может потребоваться проверить, одинаково ли среднее время обслуживания на станциях А и Б. Возможны два вида гипотез о средних значениях. Первый вид — гипотеза о равенстве средних значений. Эта гипотеза называется двусторонней и отвергается, если любая из совокупностей имеет большее среднее. Второй вид — гипотеза о том, что совокупность А имеет большее среднее, чем совокупность Б. Эта гипотеза называется односторонней и отвергается в случае, если среднее значение А меньше или равно среднему значению Б. Чтобы выбрать вид гипотезы, следует тщательно рассмотреть конкретную задачу. Выбор подходящего критерия зависит от имеющейся априорной информации и возможности сделать разумные предположения о виде рассматриваемых совокупностей. Если мы можем сделать предположение о нормальности совокупности, основанное на центральной предельной теореме, результатах предыдущих проверок нормальности совокупности или имеющейся информации о природе процесса, то можем воспользоваться одним из параметрических критериев. На рис. 6.2 показано, что выбор критерия зависит от конкретной ситуации и определяется ответами на следующие вопросы:

1. Имеют ли обе совокупности одинаковую дисперсию σ^2?
2. Известны ли дисперсии совокупностей, или же они оцениваются?
3. Проводится ли сравнение среднего значения выборки с известным средним значением второй совокупности?
4. Имеют ли обе выборки одинаковую величину?
5. Каковы размеры двух выборок?

Рассмотрим сначала задачу проверки гипотезы H_0 о том, что две совокупности имеют одинаковую дисперсию σ^2. Пусть мы хотим проверить гипотезу $\sigma_1^2 = \sigma_j^2$ против альтернативы $\sigma_i^2 > \sigma_j^2$. Для этого вычислим выборочные дисперсии s_1^2 и s_2^2. Пусть оказалось, что $s_1^2 > s_2^2$. Образуем статистику

$$F = s_1^2/s_2^2.$$

Сравниваем F со значениями, приведенными в табл. П. В. 6, где в верхней части указано число степеней свободы (размер выборки минус единица) для большего из значений s_1^2 и s_2^2, а сбоку в колонке — число степеней свободы для меньшего из этих значений. Если статистика F превосходит соответствующее табличное значение F_α, то наша гипотеза H_0 должна быть отвергнута.

Вероятно, читатель имеет некоторый опыт в части проверки гипотез о средних значениях, однако для понимания рис. 6.2 такого опыта даже не требуется. Следует помнить, что все приведенные в этой книге таблицы построены для односторонних критериев и что значения соответствующих вероятностей и доверительных интервалов для двусторонних критериев следует удвоить. Кроме того, следует помнить, что нулевая гипотеза H_0 отвергается в том случае, когда вычисленное значение статистики больше табличного значения.

Читателю может показаться неясным и новым лишь блок № 8 на рис. 6.2. Этот блок относится к использованию t' или взвешенного t-критерия. Для определения уровня значимости t' при заданном общем уровне значимости мы используем аппроксимацию Кокрена и Кокса [8]. Значение t', такое, что большие по сравнению с ним значения должны считаться значимыми, вычисляется по формуле

$$t' = \frac{w_1 t_1 + w_2 t_2}{w_1 + w_2},$$

где $w_1 = s_1^2/N_1$, $w_2 = s_2^2/N_2$ и t_1 и t_2 — соответствующие значения критерия Стьюдента t соответственно для $N_1 - 1$ и $N_2 - 1$ степеней свободы при заданном уровне значимости.

Пример 6.7.1

При исследовании работы химического завода мы получили данные измерений некоторой характеристики функционирования одной из подсистем в течение прошедших 5 недель. Модель этой подсистемы использовалась ранее для предсказания той же характеристики в течение 7 недель. Измеренные значения этой характеристики (тонны в неделю) имеют следующие значения:

для подсистемы: 22,0; 22,5; 22,5; 24,0; 23,5;

для модели: 24,5; 19,5; 25,5; 20,0; 18,0; 21,5; 21,5.

При $\alpha = 0{,}05$ требуется проверить, есть ли значимая разница между средними значениями характеристик подсистемы и модели:

$$N_1 = 5, \quad \bar{X}_1 = 22{,}9, \quad s_1^2 = 0{,}68;$$
$$N_2 = 7, \quad \bar{X}_2 = 21{,}5, \quad s_2^2 = 7{,}25.$$

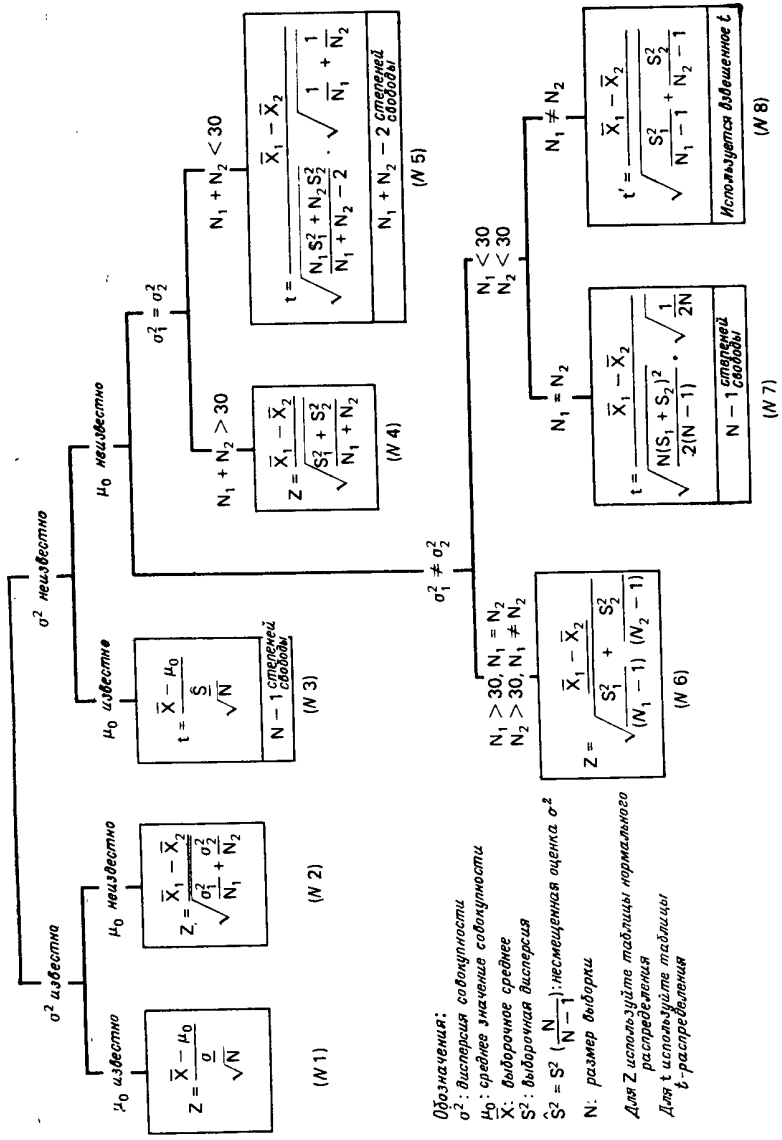


Рис. 6.2. Критерии для проверки гипотез о средних значениях.

Для решения этой задачи проверим гипотезу H_0: $\sigma_1^2=\sigma_2^2$. Имеем

$$F=\frac{7,25}{0,68}=10,66.$$

Табличное значение (табл. П.В.6) для $\alpha=0,05$ с (7—1) и (5—1) степенями свободы равно $F_{таб}=6,16$. Так как $F_{выч}>F_{таб}$, гипотеза H_0 отвергается. Следовательно, необходимо использовать взвешенный t-критерий (блок № 8 на рис. 6.2):

$$t'_{выч}=\frac{\bar{X}_1-\bar{X}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{N_1-1}+\frac{s_2^2}{N_2-1}}}=\frac{22,9-21,5}{\sqrt{\frac{0,68}{4}+\frac{7,25}{6}}}=1,2,$$

$$w_1=\frac{0,68}{5}=0,14,\qquad w_2=\frac{7,25}{7}=1,04,$$

$$t_1=2,78,\quad t_2=2,45,$$

$$t_{крит}=\frac{w_1t_1+w_2t_2}{w_1+w_2}=\frac{0,14\cdot 2,78+1,04\cdot 2,45}{0,14+1,04}=2,49.$$

Так как вычисленное значение t' меньше соответствующего критического значения, то гипотеза $\bar{X}_1=\bar{X}_2$ не отвергается. Однако тот факт, что дисперсия характеристики модели статистически значимо отличается от дисперсии характеристики подсистемы, должен заставить нас пересмотреть нашу модель. Хотя модель и дает правильное среднее значение, большая дисперсия может привести к нежелательным последствиям при включении этой модели в более общую модель.

6.8. Парные наблюдения

Как отмечено в разд. 5.16, иногда возможно и желательно использовать метод коррелированных выборок, т. е. использовать одну и ту же случайную последовательность для каждой из оцениваемых альтернатив[1]. Использование этого метода приводит к парным коррелированным наблюдениям, что позволяет увеличить точность различения при фиксированной величине выборки или сократить объем при заданной точности. При этом устраняется источник дополнительных флуктуаций от пары к паре. Рассмотрим проверку нулевой гипотезы совпадения средних значений сравниваемых совокупностей. Число степеней свободы равно числу пар наблюдений минус единица. Статистика t принимает вид

$$t=\frac{\bar{X}_1-\bar{X}_2}{\sqrt{\frac{\sum_j D_j^2-\left(\sum_j D_j\right)^2/N}{N(N-1)}}},$$

[1] Здесь было бы полезно прочитать разд. 5.16.

где D_j — разность $(X_{1j}—X_{2j})$ между составляющими j-й пары, а N — число пар.

Пример 6.8.1

Было выполнено по 10 прогонов имитационной модели в двух режимах с применением метода коррелированных выборок (т. е. для каждого режима в данном прогоне использовалась одна и та же случайная последовательность). Результаты приведены в табл. 6.1. Требуется проверить гипотезу H_0 равенства средних

Таблица 6.1

Результаты моделирования

Номер прогона	Режим А	Режим Б	Разность D	D^2
1	4,0	4,4	—0,4	0,16
2	5,2	3,7	1,5	2,25
3	5,7	4,7	1,0	1,00
4	4,2	2,8	1,4	1,96
5	4,8	4,2	0,6	0,36
6	3,9	4,3	—0,4	0,16
7	4,1	3,5	0,6	0,36
8	3,0	3,7	—0,7	0,49
9	4,6	3,1	1,5	2,25
10	6,8	1,9	4,9	24,01
Всего	46,3	36,3	10,0	33,00
$\bar{X}$	4,63	3,63		

значений в режимах А и Б против альтернативы, что среднее значение режима А больше, при $\alpha=0,05$. Используя приведенную выше формулу, получаем

$$t_{выч}=\frac{\bar{X}_1-\bar{X}_2}{\sqrt{\frac{\Sigma D^2-(\Sigma D)^2/N}{N(N-1)}}}=\frac{4,63-3,63}{\sqrt{\frac{33-10^2/10}{10(10-1)}}}\approx 2,$$

$$t_{таб}=1,83.$$

Так как $t_{выч}>t_{таб}$, то гипотезу H_0 следует отвергнуть.

6.9. Критерий Манны — Уитни

Если предположение о нормальности соответствующих распределений является сомнительным (а именно при этом предположении работают приведенные выше критерии), то мы можем воспользоваться непараметрическим критерием Манны — Уитни [26, 34], который является одним из наиболее мощных непараметрических критериев. Мод [20] показал, что эффективность этого критерия (по мощности) относительно критерия t в случае нормального распределения близка к 95%. Мы не будем здесь описывать этот критерий, а приведем лишь краткое его обсуждение. Этот критерий применим к проверке гипотезы о том, что две независимые выборки принадлежат к одной совокупности. Он может применяться вместо критерия t в случае, когда исследователь не уверен в выполнимости тех предположений, которые необходимы для применения последнего.

Пусть имеются две выборки размеров M и N, где $M \leqslant N$. Упорядочим выборочные значения обеих выборок в одну последовательность длины $P=M+N$. Припишем наименьшему наблюдению в этой упорядоченной последовательности ранг 1, а следующим — ранги в возрастающем порядке. Пусть R — сумма рангов, приписанных наблюдениям из выборки размера M. Образуем статистику Манны — Уитни:

$$U=MN+\frac{M(M+1)}{2}-R.$$

Способ определения значимости статистики U зависит от значения размера N. При этом существуют три возможности:

1. Если N не превосходит 8, следует вычислить $U'=MN-U$ и выбрать минимальное из значений U и U'. Эта величина используется для отыскания точной вероятности ее появления, которую можно найти по таблицам [26, 34].

2. Если $8<N<21$, снова необходимо вычислить U и U', но теперь в таблицах следует искать критическое значение для наименьшей из этих двух величин при заданном уровне α [26, 34], и если $U_{\text{выч}}>U_{\text{таб}}$, то гипотеза H_0 о том, что две рассматриваемые выборки принадлежат одной совокупности, отвергается.

3. Если $N \geqslant 21$, то мы можем определить вероятность появления вычисленного значения U с помощью вычисления величины Z и подстановки ее в табл. П.В.6:

$$Z=\frac{U-MN/2}{\sqrt{\frac{MN(M+N+1)}{12}}}.$$

Пример 6.9.1

Предположим, что мы имеем данные по 18 неделям работы реальной системы и данные по 22 неделям работы ее модели. Эти данные приведены в табл. 6.2. Требуется с помощью критерия Манны — Уитни проверить значимость отличия работы системы и ее модели при $\alpha=0{,}01$. Имеем

$$M=18,$$
$$N=22,$$
$$R=251{,}5,$$
$$U=MN+\frac{M(M+1)}{2}-R=$$
$$=18\cdot 22+\frac{18(18+1)}{2}-251{,}5=315{,}5,$$
$$Z=\frac{U-MN/2}{\sqrt{\frac{MN(M+N+1)}{12}}}=3{,}19.$$

Соответствующее значение из табл. П.В.6 равно $Z=2{,}33$ (для одностороннего критерия). Так как вычисленное значение F больше этого критического значения, то гипотеза H_0 об отсутствии значимого отличия должна быть отвергнута.

В случае применения критерия Манны — Уитни предполагается, что совокупность имеет непрерывное распределение. При очень точных измерениях непрерывной переменной вероятность совпадения двух измерений равна нулю. При обычных же условиях такие совпадения могут иметь место. Если два измерения совпадают, то им приписывается среднее значение тех рангов, которые они имели бы, если бы не совпадали. Совпадение двух или более измерений из одной выборки не влияет на величину статистики U, а при совпадении измерений из различных выборок она изменяется, хотя обычно незначительно. Для учета совпадений измерений можно ввести коррекцию

$$Z=\frac{U-\frac{MN}{2}}{\sqrt{\frac{MN}{P(P-1)}\left(\frac{P^3-P}{12}-\Sigma T\right)}},$$

где $T=t^3-t/12$, t — число совпадающих данных с данным рангом; ΣT — сумма T по всем группам совпадающих измерений; $P=M+N$.

Таблица 6.2

Недельные показатели работы реальной системы и ее модели

Неделя	Реальная система		Имитационная модель	
	показатель	ранг	показатель	ранг
1	80	19	90	29,5
2	70	1	91	31
3	79	17,5	95	35,5
4	74	5	90	29,5
5	85	24	93	33
6	89	28	83	22
7	76	9	97	38
8	82	21	72	3
9	76	9	95	35,5
10	77	13,5	84	23
11	76	9	76	9
12	71	2	77	13,5
13	73	4	79	17,5
14	94	34	92	32
15	75	6	96	37
16	77	13,5	87	26
17	78	16	98	39
18	81	20	86	25
19			99	40
20			76	9
21			88	27
22			77	13,5
Всего	1413	251,5	1921	568,5
$\overline{X}$	78,5		87,3	

В нашем примере имеем:
5 измерений по 76,
4 измерения по 77,
2 измерения по 79,
2 измерения по 90,
2 измерения по 95.

Для отыскания ΣT просуммируем значения $(t^3-t)/12$ для каждой из этих групп измерений:

$$\Sigma T=\frac{5^3-5}{12}+\frac{4^3-4}{12}+\frac{2^3-2}{12}+\frac{2^3-2}{12}+\frac{2^3-2}{12}=$$

$$=10+5+0{,}5+0{,}5+0{,}5=16{,}5.$$

Нетрудно видеть, что коррекция на такую величину практически не ощутима. Коррекция всегда несколько увеличивает значение Z. Сигель [26] рекомендует производить коррекцию лишь тогда, когда доля совпадающих измерений велика, некоторые из t велики или величина Z, полученная без коррекции, очень близка к критическому значению.

6.10. Сравнение соотношений входа и выхода

Имитационная модель в простейшем смысле является преобразователем входных переменных в выходные. Один из наиболее очевидных подходов к проверке точности модели состоит в сравнении выходов модели и реальной системы при одинаковых (если это возможно) входах. Используя соответствующий критерий для двух выборок, мы можем проверить статистически гипотезы о том, что выборки выходов системы и модели являются выборками из различных совокупностей или что они «практически» принадлежат одной совокупности.

Если мерой эффективности работы системы и модели служит одна переменная, то мы имеем дело с одномерной двухвыборочной задачей. Выше мы показали, что для решения этой задачи можно применить различные критерии проверки. Мы можем проверять гипотезы о средних значениях с помощью относительно надежного критерия t или непараметрического критерия Манны — Уитни. Мы можем сравнивать дисперсии с помощью критерия F или проверять гипотезы о согласованности с помощью критерия согласия хи-квадрат, критерия Колмогорова — Смирнова или критерия Крамера — фон Мизеса (разд. 2.12 и 2.13).

Так как выходом большинства моделей служат временны́е ряды и эти ряды автокоррелированы, для сравнения близости временны́х рядов системы и модели можно применить спектральный анализ. Процедуры проверки эквивалентности двух спектров рассмотрены, в частности, в работах Дженкинса [16], Фишмана и Кивиа [11]. Сравнение временны́х рядов с помощью спектрального анализа имеет свои преимущества и недостатки. Фишман и Кивиа [11] выделяют следующие достоинства этого метода:

1. Автоматически принимается во внимание проблема автокорреляции.

2. Спектральный анализ рассматривает средний уровень работы системы, отклонения от этого уровня, а также и то, как долго сохраняются отклонения после их появления.

3. Спектральный анализ позволяет объективно сравнивать два временных ряда и строить доверительные границы.

Ван Горн [32] отмечает следующие недостатки этого метода:

1. Если критерий сравнения спектров выходов системы и модели показал их совпадение, то уровень доверия исследователя к такой модели повышается. Однако интерпретация несовпадения спектров становится менее ясной.

2. Сравнение спектров предполагает наличие весьма большого количества наблюдений.

3. Спектральный анализ предполагает стационарность соответствующих временных рядов, тогда как многие исследуемые системы нестационарны и никогда не достигают стационарного состояния.

Несмотря на полезность спектрального анализа в ряде задач, его недостатки сильно ограничивают возможности его применения для построения имитационных моделей. Обсуждение связанных с этим вопросов можно найти в работах Уиттса [35], Хови и Келеджана [14].

В идеале было бы желательно иметь такой критерий проверки гипотез, который работал бы при малых выборках, многомерных откликах (разд. 6.11) и нестационарных или неустановившихся условиях. Если понимать слово «критерий» в некотором широком смысле, то интересно рассмотреть так называемый критерий Тьюринга. Тьюринг [31] рассматривал задачу построения способа сравнения сообразительности человека и машины. Основой разработанного им критерия является понятие имитационной игры. Для ее проведения нужен человек, который хорошо знаком с работой изучаемой системы. Представим этому человеку входные и выходные данные реальной системы и входные и выходные данные нашей модели и попросим его различить их. Если он сделал это успешно, спросим его о том, как он это сделал. Его ответ может указать нам на то, что в нашей модели неверно. Трудно что-либо сказать о мощности такого критерия, но он интуитивно привлекателен и может дать много больше, чем если мы будем полагаться только на интуицию человека, строящего модель. Миттроф [19] приводит очень интересное обсуждение практических и философских проблем, связанных с использованием критерия типа теста Тьюринга.

Существуют также другие критерии, например связанные с коэффициентом неравенства Тейла и с использованием регрессионного анализа [9]. Айгнер [2] поднял весьма сложные вопросы относительно обоснованности предположений, лежащих в основе использования регрессионного анализа для сравнения соотношений входов и выходов, предложенного Коеном и Кертом [9]. Неясным остается вопрос о возможности использования коэффициента неравенства Тейла для построения моделей, отличных от

специфических экономических моделей. Хант [15] продемонстрировал его полезность для выяснения того, какая из моделей лучше предсказывает поведение систем, в которых неотъемлемой составной частью является человек.

6.11. Проблема многомерных откликов

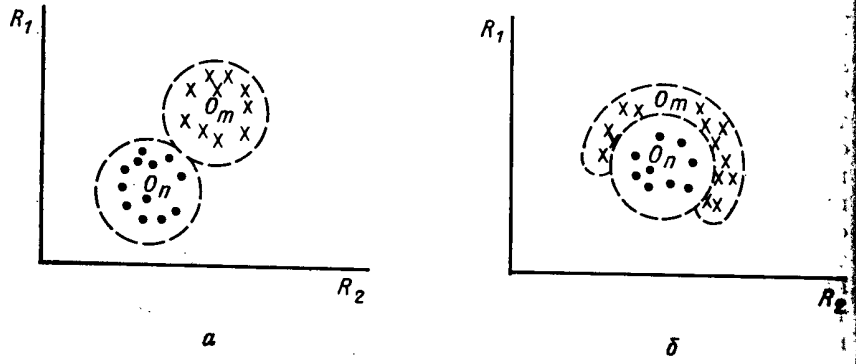
Как мы уже видели, обычный подход к проверке точности модели реальной системы в основе своей прост. Прежде всего получают две независимые выборки: одна из них — последовательность выходов модели, другая — реальной системы. Затем применяют соответствующий двухвыборочный критерий, чтобы проверить статистическую гипотезу о том, что эти две выборки принадлежат одной совокупности. Если нас интересует только одна выходная переменная, то мы можем использовать целый ряд статистических проверок. Если же интересующих нас выходных переменных несколько, то проблема проверки точности модели становится значительно более сложной. Часто мы можем рассматривать многомерные отклики как набор одномерных и решать задачу проверки точности модели отдельно по каждой переменной. Однако такой подход может привести к трудноразрешимой ситуации, если по одним переменным модель удовлетворительна, а по другим нет.

Другой обычный подход к проблеме многомерных откликов состоит в том, что с помощью преобразования откликов (например, их взвешенным суммированием) формируется некоторый интегральный отклик в качестве меры «эффективности» работы системы. Затем проверка точности модели производится по этому одному отклику. Однако такую интегральную меру эффективности часто трудно разумным образом построить и интерпретировать. Кроме того, проверка точности модели по этому интегральному отклику, вообще говоря, не эквивалентна проверке точности модели по всем ее откликам. Единственный случай, когда мы можем доверять результатам применения такого подхода, — это случай, когда по интегральному отклику модель признается недостаточно точной. Отказ от модели на основе ее интегрального отклика должен быть принят исследователем во внимание. Однако если модель не отвергается, то это просто может означать, что истинные характеристики системы и модели смазываются этой интегральной мерой (например, большой отклик может подавлять проявления малого отклика).

Пусть $O_n=[X_1, X_2, \ldots, X_p]$ и $O_m=[Y_1, Y_2, \ldots, Y_p]$ — два множества p-мерных случайных векторов, определенных на выборочном пространстве, где p компонентов представляют собой различные отклики. Пусть O_n — выходы имитационной модели, O_m — выходы реальной системы при тех же входах. Требуется проверить гипотезу о том, что O_n и O_m принадлежат одной совокупности.

Некоторые трудности, возникающие при решении таких многомерных задач, в простейшем двумерном случае иллюстрируются рис. 6.3.

Если в ситуации рис. 6,3, *а* мы применим любой одномерный двухвыборочный тест, то будем вынуждены отвергнуть гипотезу о том, что изображенные выборки принадлежат одной совокупности. Однако в случае рис. 6.3, *б* эта гипотеза не будет отвергнута.



а *б*

Рис. 6.3.

В обоих случаях области выборок специально сделаны не пересекающимися. Теперь представьте себе сложность ситуации, когда размерность p равна 3 или 6 и выборочные пространства пересекаются.

Итак, необходимо иметь достаточно эффективные и широко применимые многомерные двухвыборочные критерии проверки гипотез (предпочтительно непараметрического характера). Существует довольно мало параметрических критериев такого рода. Если компоненты отклика непрерывны и выполнено предположение многомерной нормальности, то можно воспользоваться критерием Хотеллинга, а в двумерном случае — применять корреляционные критерии. Этим параметрические критерии практически исчерпываются.

В настоящее время наиболее многообещающим является класс непараметрических критериев, использующих концепцию толерантных областей. Их идея состоит в том, что по одной из двух выборок строится множество взаимно не пересекающихся и заполняющих все пространство толерантных областей. Эти области составляют разбиение многомерного пространства выборок. Затем подсчитывается число наблюдений из обеих выборок, лежащих в каждой из этих областей. Полученные значения используются для построения критерия сравнения двух рассматриваемых выборок.

Наиболее перспективными методами построения толерантных областей являются, по-видимому, методы, близкие к предложенным Уилксом [36—38], Вальдом [33], Тьюки [30] и Бозе [6]. Эти методы обладают следующими преимуществами: 1) сравниваемые выборки не обязательно должны быть случайными или независимыми (вместо этого накладывается более общее требование симметричности совместного распределения относительно нуля); 2) данные должны быть лишь частично непрерывными (по меньшей мере должен быть непрерывным один компонент); 3) после построения толерантных областей и вычисления соответствующих частот попадания в них можно применить один из хорошо известных непараметрических критериев; 4) процесс разбиения пространства на области может быть прекращен в любой момент, как только будет получена достаточная для применения критерия статистика. По-видимому, перспективными для применений являются также процедуры Андерсона [3] и Пьюри и Сена [22].

6.12. Полевые испытания

Наиболее строгому и суровому контролю модель подвергается тогда, когда проверяется ее способность предсказывать будущее (еще неизвестное) поведение реальной системы. Даже если построена модель, которая весьма удовлетворительным образом описывает прошлое поведение реальной системы, всегда остается вопрос, насколько хорошо она способна предсказывать будущее поведение системы, поскольку в большинстве исследований нас интересует именно этот аспект. Наша модель должна дать ответы на вопросы типа «Что произойдет, если изменить вот это?» В случае достаточно важных исследований мы иногда можем позволить себе проведение полевых испытаний для проверки способности модели предсказывать будущее поведение реальной системы. Примером такого подхода могут служить исследования по имитационному моделированию Действий Небольшими Независимыми Силами (ДННС), проведенное Управлением перспективными исследованиями Армии США в начале 1970 г. [18].

В результате опыта военных действий против партизан во Вьетнаме Армия США перешла на систему ДННС, которая определяется как действия небольшими военными патрулями в 5—10 человек независимо от действий других таких же групп, но при наличии возможности получать от них поддержку огнем и снабжением благодаря имеющимся средствам связи. Функции ДННС заключаются в разведке и боевом патрулировании в условиях партизанского окружения. В 1968 г. в США были проведены исследования с целью повышения эффективности действия таких пехотных подразделений. При исследовании рассматривались два

основных аспекта: 1) разработка и проверка нового оборудования, включающего чувствительные датчики, средства определения местонахождения патруля, средства вооружения и средства связи; 2) исследование критических возможностей патруля, включая возможности связи, передвижений, засылки и возврата патруля, возможностей обнаружения целей. При проведении такого исследования имитационная модель могла оказать неоценимую помощь как с точки зрения моделирования действий патруля, так и с точки зрения моделирования обстановки, в которой он действует. Такая модель была разработана, причем было использовано оригинальное моделирование местности и передвижений по ней. Однако нас сейчас интересует не сама модель, а ее проверка.

Модель была построена модульным способом (разд. 7.9), при котором подсистемы модели представляли собой различные процессы и требуемые логические решения. Для проверки различных частей модели ее разработчики в 1970 г. провели ряд экспериментов на военном полигоне в Калифорнии, где местность и природные условия были аналогичны условиям во Вьетнаме. Модель предсказывала результаты действий патруля в различных искусственно создаваемых на полигоне ситуациях. Искусственное патрулирование осуществлялось под руководством опытных руководителей по патрулированию, прибывших из Вьетнама. Эти полевые испытания позволили исследователям проверить ряд предпосылок, закладываемых в основу построения модели, и существенно повысить способность модели предсказывать исходы реальных действий.

Использование полевых испытаний, когда они возможны, помогает исследователю и будущему пользователю убедиться в применимости модели на практике. К сожалению, обычно такие испытания дороги и сложны, а иногда для сложных систем трудно организовать разумные полевые испытания их моделей. Однако часто есть возможность проведения полевых испытаний отдельных составляющих сложных моделей. Например, при разработке модели процесса патрулирования полиции в городских условиях с целью исследования систем распределения и организации полицейских сил мы можем выбрать для полевых испытаний небольшой район города. Этот способ часто используется в военной практике при проведении маневров и военных игр. Мне кажется, что полевые испытания могут и должны более широко использоваться в промышленности и в социальных системах.

6.13. Доверительные интервалы

Мы часто используем результаты имитационного моделирования для получения оценок параметров совокупности, к которой принадлежит переменная отклика. Для определения точности этих

оценок мы используем доверительные интервалы. Например, если мы имеем оценку $\overline{X}$ истинного среднего μ, мы хотим обычно определить верхнюю и нижнюю границы (ВГ и НГ) так, чтобы вероятность попадания истинного среднего в интервал, заключенный между этими границами, равнялась заданной величине:

$$P(\text{ВГ} \leqslant \mu \leqslant \text{НГ}) = 1 - \alpha.$$

Определить НГ и ВГ в случае нормальной совокупности сравнительно просто. Рассмотрим статистику t

$$t = \frac{\overline{X} - \mu}{s_{\overline{x}}},$$

где неизвестно только μ, $s_{\overline{x}} = s/\sqrt{N-1}$, s — выборочное среднеквадратическое отклонение, N — размер выборки. При небольшом размере выборки ($N<30$) доверительный интервал можно записать в виде

$$\overline{X} \pm t_{\text{крит}} \frac{s}{\sqrt{N-1}},$$

где значения $\pm t_{\text{крит}}$ есть критические значения t из табл. П. В. 5 при $N-1$ степенях свободы и заданном уровне α. Если мы знаем истинное среднеквадратическое отклонение или размер выборки достаточно велик ($N \geqslant 30$), то доверительный интервал можно записать в виде

$$\overline{X} \pm Z_c \frac{\sigma}{\sqrt{N}}.$$

Здесь Z_c — нормальная статистика из табл. П. В. 4, а для оценивания σ^2 используется несмещенная оценка $s^2[N/(N-1)]$.

Пример 6.13.1

По 10 измерениям времени оборота информации на модели среднее значение оказалось равным $\overline{X}=43{,}8$ мин, а среднеквадратическое отклонение — 6 мин. Найти а) 95%-ный и б) 99%-ный доверительные интервалы для истинного времени оборота.

а) Имеем 95%-ный доверительный интервал

$$\overline{X} \pm t_{0{,}975} \frac{s}{\sqrt{N-1}}.$$

Так как число степеней свободы $10-1=9$, то $t_{0{,}975}=2{,}26$ и

$$43{,}8 \pm 2{,}26 \frac{6}{\sqrt{9}} = 43{,}8 \pm 4{,}52.$$

Итак, среднее значение с вероятностью 0,95 лежит в пределах $43{,}8-4{,}52=39{,}28$ и $43{,}8+4{,}52=48{,}32$.

б) Для вероятности 99% $t_{крит}=t_{0,995}=3,25$. Тогда доверительный интервал равен $43,8\pm3,25\cdot6/\sqrt{9}=43,8\pm6,5$, т. е. интервалу от 37,3 до 50,3.

Пример 6.13.2

По выборке, равной 100 значениям времени обработки информации, среднее, согласно модели, оказалось равным 82,4 с, а среднеквадратическое отклонение 4 с. Найти а) 95%-ный и б) 99%-ный доверительные интервалы для среднего времени обработки.

а) Для нашей задачи $\overline{X}=82,4$ с и несмещенная оценка $\sigma^2=s^2[N/(N-1)]=16,6$ и $\sigma=4,02$. Так как $Z_{\alpha/2}=1,96$, то доверительный интервал равен $82,4\pm1,96\ \sigma/\sqrt{N}=82,4\pm0,79$.

б) Для 99%-ного интервала меняется лишь значение $Z=2,58$. Доверительный интервал имеет вид $82,4\pm2,58\ \sigma/\sqrt{N}=82,4\pm1,04$.

Учитывая центральную предельную теорему, можно надеяться, что описанные выше процедуры построения доверительных интервалов будут более или менее хорошо работать и в случае отказа от предположения нормальности (разд. 5.3). При весьма больших выборках случайная величина $\overline{X}$ распределена приблизительно нормально. Кроме того, есть некоторая надежда, что в сложных моделях одновременное действие большого числа мелких факторов может порождать близкие к нормальному распределения откликов этих моделей. Напомним теперь интерпретацию доверительных интервалов. Неправильно говорить, что истинное среднее μ лежит в заданных пределах с вероятностью 0,95. Правильно говорить, что процедура, которая приводит нас к утверждению, что μ лежит между некоторыми двумя пределами, в 95 случаях из 100 дает верный результат. Мы отмечаем это различие, чтобы выделить тот факт, что случайным является доверительный интервал, а не параметр совокупности.

Если нас интересует доля успехов в выборке размера N из совокупности с биномиальным распределением (разд. 5.6), то процедура построения доверительного интервала остается аналогичной. Если обозначить через P долю успехов в выборке длины N и p — истинную вероятность успешного исхода единичного испытания, то $\mu=p$ и $\sigma^2=pq=p(1-p)$. Для больших выборок ($N\geqslant30$) хорошая аппроксимация доверительного интервала имеет вид

$$P\pm Z_c\sqrt{\frac{p(1-p)}{N}}.$$

Другой приближенный критерий применимости этой аппроксимации имеет вид $Np>5$ и $Nq>5$. Более точные методы построения доверительных интервалов в такой задаче можно найти в большинстве книг по теории вероятностей и статистике [38].

Пример 6.13.3

Предположим, что в 100 испытаниях мы получили 60 успешных исходов и 40 неудачных. Находим 95%-ный доверительный интервал для вероятности успеха:

$$p=P=\frac{60}{100}=0,6,\quad Z_c=1,96,$$

$$P\pm Z_c\sqrt{\frac{P(1-P)}{N}}=0,6\pm0,096.$$

Итак, 95%-ным интервалом является область от 0,5 до 0,7.

6.14. Анализ чувствительности

Как отмечалось в разд. 1.16, одно из преимуществ имитационного моделирования заключается в простоте анализа чувствительности модели. Анализ чувствительности означает анализ влияния на выходную переменную небольших изменений различных параметров модели или ее входов. Исследование чувствительности модели может существенно помочь в определении степени доверия к ней.

Прежде всего такие исследования помогают выяснить чувствительность выходов модели или получаемых с ее помощью результатов к изменению значений параметров модели. Так как значительная часть (если не большинство) данных, на основе которых мы строим модель, часто бывают неточны, мы должны знать, при каком разбросе этих данных сохраняется справедливость наших основных выводов, сделанных по результатам моделирования. Если отклик модели сравнительно мало чувствителен к изменениям некоторых параметров в широких пределах, то нам и не нужно слишком заботиться об их точности. В то же время, если выход модели оказывается высокочувствительным по отношению к некоторым ее параметрам, то стоит потратить время и средства, чтобы получить более точные измерения и оценки этих параметров.

Анализ чувствительности отклика к вариациям входных величин в широких пределах позволяет также проверить справедливость принимаемых нами решений при изменениях среды, в которой работает модель. В случае, когда получаемые с помощью модели результаты нечувствительны к большим изменениям входных переменных, мы находимся в более удобных для реализации модели условиях. Если же небольшие изменения входного сигнала приводят к существенному изменению принимаемых с помощью модели решений, то при реализации модели мы должны предусмотреть некоторые меры предосторожности. Например, мы можем работать поэтапно, стараясь выбирать на каждом этапе наиболее жизнеспособную альтернативу, или построить систему контроля, которая быстро сообщает об изменениях условий работы.

Кроме того, анализ чувствительности может помочь нам в определении возможных корректив, которые следует внести в модель. На практике модель, которая полезна для принятия решений, обычно непрерывно корректируется и модифицируется. При этом, если не принять соответствующих мер предосторожности, модель разрастается и усложняется с каждой такой модификацией. Анализ чувствительности может подсказать нам пути упрощения модели. Например, где-то можно перейти от методов Монте-Карло просто к использованию среднего значения переменной, а некоторые подсистемы модели можно вообще отбросить. Анализ чувствительности может также подсказать нам, какие части модели было бы полезно разработать более детально.

При рассмотрении вопроса о применимости модели на практике результаты анализа чувствительности модели могут оказаться весьма убедительными для будущего пользователя. Уже сам факт проведения исследования чувствительности модели к различным изменениям, ошибкам и т. п. помогает убедить будущего пользователя в тщательности проделанной работы и справедливости наших выводов.

6.15. Заключение

Последним и, пожалуй, наиболее важным испытанием для нашей модели и полученных результатов будет ответ на вопрос: имеют ли они смысл? Лично я убежден в том, что профессиональная оценка модели специалистом, который хорошо знает моделируемую систему, значит больше, чем оценка по любому из существующих статистических критериев. Конечно, мы надеемся, что наша модель поможет выработать новое, более глубокое понимание сущности работы изучаемой системы, понимание, которого трудно достичь другими методами. Однако правильность этого понимания должна быть тщательно проверена с помощью привлечения всего имеющегося арсенала знаний.

Это не было бы столь необходимым в случае, если бы пользователь сказал: «С моей точки зрения, ваши результаты не имеют смысла, но раз ваша модель говорит, что делать надо так, то так мы и будем делать». В действительности же возникает следующая ситуация. Если результаты исследования разумны и согласуются с имеющимся у пользователя опытом, то его не особенно волнуют детали модели или способ ее построения. Если же получаемые результаты и рекомендации не являются разумными, то все статистические испытания, вместе взятые, не смогут убедить пользователя принять эти рекомендации.

Суммируя содержание этой главы, можно сказать, что в процессе исследования системы с помощью имитационного моделирования обоснование и анализ представляют собой непрерывный процесс, начинающийся с началом исследования. Уровень доверия не есть нечто такое, что можно выяснить отдельно, в конце исследования. Доверие вводится в модель в процессе ее построения. Наибольшая обоснованность модели достигается:

1) использованием здравого смысла и логики;

2) максимальным использованием опыта тех, кто хорошо знает исследуемую систему;

3) эмпирической проверкой с помощью соответствующих статистических испытаний всех используемых допущений, гипотез и т. п.;

4) максимальным вниманием к всевозможным деталям с проверкой и перепроверкой каждого шага процесса построения модели;

5) применением на стадии доводки модели контрольных данных для проверки того, что модель работает должным образом;

6) сравнением соотношений входа и выхода модели и реальной моделируемой системы (если это возможно) с использованием статистических критериев и испытаний типа теста Тьюринга;

7) проведением, когда это возможно, полевых испытаний модели и ее подсистем;

8) проведением анализа чувствительности выхода модели по отношению к изменениям входных переменных и т. п.;

9) тщательным сравнением результатов, предсказываемых моделью и получаемых в процессе работы реальной системы, которая подвергается исследованию.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ackoff R. L., Sasieni M. W., Fundamentals of Operations Research, Wiley Inc., New York, 1968; есть русский перевод: Акоф Р., Сасиени М., Основы исследования операций, изд-во «Мир», М., 1971.
2. Aigner D. J., A Note on Verification of Computer Simulation Models, Management Science, v. 18, № 11, Jul. 1972.
3. Anderson T. W., An Introduction to Multivariate Statistical Analysis, Wiley, Inc., New York, 1958.
4. Anshoff H. I., Hayes R. L., Role of Models in Corporate Decision Making, Proceedings of IFORS Sixth International Conference, Dublin, Ireland, Aug. 1972.
5. Blyth C. R., Subjective vs. Objective Methods in Statistics, The American Statistican, 26, № 3, Jun. 1973.
6. Boase R. L., Walsh J. E., Sequential Multivariate Quality Control Tests Using Tolerance Regions, Southern Methodist University THEMSIS Report № 110, Dallas, Tex., 1971.
7. Churchman C. W., Challenge to Reason, McGraw-Hill Book Company, New York, 1968.
8. Cochran W. G., Cox G. M., Experimental Designs, 2nd Ed., Wiley, Inc., New York, 1957.
9. Cohen K., Cyert R., Computer Models in Dynamic Economics, Quarterly Journal of Economics, v. 75, № 1, Feb. 1961.
10. Elmaghraby S. E., The Role of Modeling in I. E. Design, The Journal of Industrial Engineering, v. XIX, № 6, 1968.

11. Fishman G. S., Kiviat P. J., The Analysis of Simulation-Generated Time Series, Management Science, v. 13, № 7, Mar. 1967.
12. Forrester J. W., Urban Dynamics, The Massachusetts Institute of Technology Press, Cambridge, Mass, 1969; есть русский перевод: Форрестер Д., Динамика развития города, изд-во «Прогресс», М., 1974.
13. Forrester J. W., World Dynamics, Wright-Allen, Press, Cambridge Mass., 1971.
14. Howrey P., Kelejian H. H., Simulation versus Analytical Solutions, The Design of Computer Simulation Experiments, Naylor T. H. (ed.), Duke University Press, Durham, N. C., 1969.
15. Hunt E. B., The Evaluation of Somewhat Parallel Models, Mathematical Explorations in Behavioral Science, Massauch F., Ratoosh P. (eds.), Richard D. Irwin, Inc., and The Dorsey Press, Homewood, Ill., 1965.
16. Jenkins G. M., General Considerations in the Analysis of Spectra, Technometrics, v. 3, May 1961.
17. Koopman B. O., Berger H. N., Use and Misuse of Simulation, in O. R. Hamburg, Germany, Sept. 1965.
18. Miles R. H., Historical Background of the SIAF Model, Transactions of the Seventeenth Conference of Army Mathematicians, ARO-D Report 72-1, Army Research Office, Durham, N. C., Mar 1972.
19. Mitroff I. I., Fundamental Issues in the Simulation of Human Behavior: A Case in the Strategy of Behavioral Science, Management Science, v. 15, № 12, Aug. 1969.
20. Mood A. M., On the Asymptotic Efficiency of Certain Non-parametric Two-Sample Tests, Annals of Mathematical Statistics, v. 25, 1954.
21. Naylor T. H., Finger J. M., Verification of Computer Simulation Models, Management Science, v. 14, № 2, Oct. 1967.
22. Puri M. L., Sen P. K., Nonparametric Methods in Multivariate Analysis, Wiley, Inc., New York, 1971.
23. Reichenbach H., The Rise of Scientific Philosophy, University of California Press, Berkeley, Calif., 1951.
24. Robbins L., An Essay on the Nature and Significance of Economic Science, Macmillan and Co., Ltd., London, 1935.
25. Schrank W. E., Holt C. C., Critique of: Verification of Computer Simulation Models, Management Science, v. 14, № 2, Oct. 1967.
26. Siegel S., Nonparametric Statistics for the Behavioral Sciences, McGraw-Hill Book Co., New York, 1956.
27. Spiegel M. R., Theory and Problems of Statistics, Schaum Publishing Co., New York, 1961.
28. Sprowls C., Simulation and Management Control, Management Controls: New Directions in Basic Research, C. P. Bonini et al. (eds.), McGraw-Hill Book Co., New York, 1963.
29. Theil H., Economic Forecasts and Policy, North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1961; есть русский перевод: Тейл Г., Экономические прогнозы и принятие решений, изд-во «Статистика», М., 1971.
30. Tukey J. W., Nonparametric Estimation II, Statistically Equivalent Blocks and Tolerance Regions — The Continuous Case, Annals of Mathematical Statistics, v. 18, № 4, 1947, p. 529—539.
31. Turing A. M., Computing Machinery and Intelligence, Mind, v. LIX, Oct. 1950, p. 433—460; есть русский перевод: Тьюринг А., Может ли машина мыслить? Физматгиз, М., 1960.
32. Van Horn R. L., Validation of Simulation Results, Management Science, v. 17, № 5, Jan. 1971.
33. Wald A., An Extension of Wilk's Method for Setting Tolerance Limits, Annals of Mathematical Statistics, v. 14, № 1, 1943, p. 45—55.
34. Walsh J. E., Handbook of Non-Parametric Statistics I and II, D. Van Nostrand Co., Inc., Princeton, N. J., 1962, 1965.

35. Watts D., Time Series Analysis, The Design of Computer Simulation Experiments, Naylor T. H. (ed.), Duke University Press, Durham, N. C., 1969.
36. Wilks S. S., On the Determination of Sample Sizes for Setting Tolerance Limits, Annals of Mathematical Statistics, v. 12, 1941.
37. Wilks S. S., Statistical Prediction with Speical Reference to the Problem of Tolerance Limits, Annals of Mathematical Statistics, v. 13, № 3, 1942, p. 400—409.
38. Wilks S. S. Mathematical Statistics, Wiley, Inc., New York, 1962; есть русский перевод: Уилкс С. С., Математическая статистика, изд-во «Наука», М., 1967.

ЗАДАЧИ

1. Рассмотрите пример из приложения А.

а) Каким другим способом автор мог бы обосновать свою модель?

б) Какой из концептуальных точек зрения автор придерживался в процессе обоснования модели?

2. Исследователь проделал два прогона при двух различных значениях одного из множителей в уравнении для оценки. При уровне $\alpha=0{,}01$ определите, есть ли значимое различие между результатами прогонов:

Прогон 1: 3, 4, 8, 7, 4, 3, 2, 0, 5, 5, 5, 7, 7, 1, 4, 4.

Прогон 2: 1, 4, 5, 4, 5, 2, 1, 5, 8, 4, 9, 8, 8, 0, 3, 3.

3. Требования американских технических условий на ракетные снаряды, запускаемые человеком с плеча, определяют радиус действия 915 м с дисперсией 91,5 м^2. По выборке из 50 запусков имитационной модели среднее оказалось равным 870. При $\alpha=0{,}05$ проверьте гипотезу о том, что истинное среднее значение выходной переменной модели равно 915 м.

4. Два прогона имитационной модели при различных условиях привели к следующим результатам:

$$N_1=31, \qquad \overline{X}_2=4,$$
$$N_2=35, \qquad s_1^2=0{,}05,$$
$$\overline{X}_1=3, \qquad s_2^2=0{,}07.$$

Проверьте значимость отличия средних значений при $\alpha=0{,}05$.

5. С помощью имитационной модели сравниваются две стратегии полицейского патрулирования при одинаковых условиях. Мерой эффективности работы смены является средиее число вызовов, время ответа на которые не превысило 5 мин. Для обоих стратегий генерировалась одинаковая последовательность ситуаций в течение 12 смен. Проверьте гипотезу об отсутствии различия между стратегиями при $\alpha=0{,}05$. Стратегии

А	31,	34,	29,	26,	32,	35,	38,	34,	30,	29,	32,	31.
Б	26,	24,	28,	29,	30,	29,	32,	26,	31,	29,	32,	28.

6. Были сделаны два предварительных прогона имитационной модели большого вычислительного центра при двух стратегиях работы *А* и *Б*. Выходом модели служило число вычислительных работ, не законченных за 8-часовую смену. Ожидалось, что стратегия *А* должна дать меньшее число незаконченных работ. Для приведенных ниже данных проверьте с помощью критерия Манны — Уитни при $\alpha=0{,}05$, превосходит ли стратегия *А* стратегию *Б*.

Стратегии	
А	7, 29, 15, 5, 31, 35, 24, 19, 31, 26, 39, 12, 41, 3, 1, 4, 8, 44, 14, 36, 37, 25,
Б	36, 40, 8, 13, 37, 37, 34, 16, 18, 30, 17, 38, 31, 27, 9, 42.

7. Используя данные задачи 6, предположите, что исследователь считает оправданным допущение о нормальности закона распределения незаконченных работ. При этом предположении проверьте еще раз, превосходит ли стратегия *А* стратегию *Б* при $\alpha=0{,}01$.

8. Рассмотрим задачу сравнения двух авиалиний по среднему времени ожидания пассажиром его багажа, отсчитывая это время с момента приземления самолета до момента получения багажа. По приведенным ниже данным проверьте значимость различия средних значений времени ожидания при $\alpha=0{,}05$.

Авиалиния «Золотой ковер»: Число полетов = 20, Среднее время ожидания = 5,5 мин, Дисперсия времени ожидания = 6,2 мин^2.

Региональная авиалиния: Число полетов = 25, Среднее время ожидания = 10,9 мин, Дисперсия времени ожидания = 40,1 мин^2.

9. Вычислите 95%- и 99%-ные доверительные интервалы для двух средних значений в задаче 4.

10. Вычислите 95%-ные доверительные интервалы для средних значений при двух стратегиях задачи 6.

11. Пусть из 1000 запусков ракеты класса «земля — воздух» системой ПВО цель была поражена 485 раз. Найдите 99%-ный доверительный интервал для истинной вероятности поражения цели.

12. Вычислите 95%-ные доверительные интервалы для среднего времени ожидания на двух авиалиниях задачи 8.

13[1]. Рассмотрим задачу 3 гл. 1. Предположим, что мистер Шанс играет до тех пор, пока не наступает одно из трех событий: 1) у него кончаются деньги; 2) после каждой игры он проверяет длину очереди, ожидающей автобус, и если она превышает 10 человек, то он теряет надежду сесть в автобус; 3) наступает момент прихода автобуса. Пусть время между подходами желающих сесть в автобус распределено экспоненциально со средним значением 0,5 чел./мин. Время, которым мистер Шанс располагает после окончания завтрака, распределено равномерно в интервале между 5 и 15 мин. Ему требуется 0,5 мин на подбрасывание монеты. Он рассматривает две стратегии: начинать каждый день с 10 или с 30 долл. Постройте, запрограммируйте и проведите эксперимент с имитационной моделью этой ситуации для определения среднего дневного выигрыша или проигрыша при двух рассматриваемых стратегиях. Используйте для обеих стратегий выборку в 100 дней. Постройте 95%-ные доверительные интервалы для средних значений при каждой стратегии. Проверьте, имеется ли значимое отличие средних значений при $\alpha=0{,}05$.

[1] Эта и следующие задачи для решения требуют построения на вычислительной машине имитационной модели. В приложении Б для этой цели приведены генераторы случайных чисел.

14. Рассмотрим небольшую клинику с двумя врачами и двумя медицинскими сестрами. Поступление больных происходит в случайном порядке в среднем каждые полчаса. Больные обслуживаются в порядке их поступления, причем не учитывается их желание, кто из докторов и сестер должен их обслуживать. Существуют три типа больных, каждый из которых характеризуется специфическим видом и временем обслуживания. Имеются следующие данные:

Тип больного	Требуемое обслуживание	Вероятность	Время обслуживания
А	Только доктор	0,45	$\mu=10$ мин, $\sigma=2$
Б	Только сестра	0,20	$\mu=5$ мин, $\sigma=1$
В	Доктор и сестра	0,35	$\mu=12$ мин, $\sigma=3$

Время обслуживания для всех трех типов больных распределено нормально с указанными средними значениями и стандартными отклонениями. Если для обслуживания больного требуются одновременно и доктор, и сестра, а в этот момент обе сестры заняты, то доктор вызывает одну из сестер, занятых обслуживанием больных, которым требуется только сестра. Время обслуживания больного одинаково как при непрерывном обслуживании, так и при обслуживании с перерывами. Имеются 4 кабинета для обслуживания. Клиника открыта с 8 ч утра до 5 ч вечера. После 5 ч ни один новый больной не принимается, но все больные, стоящие в момент закрытия в очереди, обслуживаются. Разработайте, запрограммируйте и проведите эксперимент с имитационной моделью клиники для выяснения следующих вопросов:

а) Каково среднее время пребывания в клинике больных каждого из трех типов? Постройте 95%-ный доверительный интервал для полученной оценки.

б) Оцените процент загруженности докторов и сестер.

ГЛАВА 7

ОРГАНИЗАЦИОННЫЕ АСПЕКТЫ ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Самой большой проблемой моделей управления является то, что в самом управлении их практически не используют.

Джон Д. К. Литтл

7.1. Предыдущий опыт

Для того чтобы получить представление о процессе, которым мы должны управлять, необходимо изучить опыт, накопленный другими. Мне до сих пор не известны какие-либо работы, непосредственно и целиком посвященные имитационному моделированию, однако в целом ряде работ [7, 15, 20] отражены системные исследования. Они показали, что от 25 до 50% работ по системному анализу и исследованию операций (СА/ИСО) связано с имитационным моделированием, поэтому их результаты должны представлять для нас несомненный интерес.

В работе Тербана [20] приведены результаты опроса 500 крупнейших корпораций США, взятых из списка, опубликованного журналом «Форчун»; 107 из них вернули опросные листы с интересными ответами. В этих ответах, квалифицировавших наиболее распространенные методы, оценку, превышающую оценку имитационного моделирования, получил лишь статистический анализ; линейное программирование стояло на третьем месте. Эти три метода использовались в 73% работ специалистов по СА/ИСО. Средняя продолжительность выполнения проектов ИСО составляла 10,1 месяца. Продолжительность индивидуальных работ варьировала от 1 до 80 месяцев (табл. 7.1).

Как и следовало ожидать, проекты ИСО чаще всего выполняются не индивидуально, а группой специалистов. Однако в противовес рекомендациям многих книг по СА/ИСО размеры групп, разрабатывающих отдельные проекты, относительно малы. В среднем проект выполняется группой из 2,5 специалиста. Для разработки машинной модели-имитатора сложной системы требуются

Таблица 7.1

Продолжительность выполнения проектов ИСО [20]

Время работы над проектом, месяц	Процент проектов
Менее 3	9
4—6	25
7—12	30
13—18	24
19 и более	12
	Всего: 100

специалисты самых различных профилей, например в области исследования операций, статистики, программирования, системного анализа, а также в данной отрасли экономики. Однако не все они нужны одновременно; каждый специалист может подключаться к работе по мере необходимости в нем и переключаться на другие проекты по завершении своей части работы. На ранних стадиях разработки необходимы лишь специалисты по исследованию операций и специалисты-отраслевики. Экспертные оценки могут потребоваться на различных стадиях выполнения проекта, тогда как программисты и аналитики включаются в число разработчиков лишь после завершения создания программного обеспечения для первых грубых моделей системы. В табл. 7.2 приведены данные Тербана по среднему числу специалистов на один проект. Отметим, что при средней продолжительности выполнения проекта 10,1 месяца и среднем числе разработчиков, равном 2,5 человека, средние затраты труда на создание одного проекта типа имитаци-

Таблица 7.2

Число разработчиков на каждый проект [20]

Число разработчиков на проект	Процент проектов
1	7
2—5	60
6—10	20
11 и более	13
	Всего: 100

Таблица 7.3

Степень внедрения проектов [20]

Степень внедрения	Данные, полученные из ответов на общий вопрос, %	Результат, вычисленный путем анализа состояния дел по отдельным проектам, %
Полностью внедрены	48,1	35,4
В основном внедрены	18,1	21,5
Внедрены частично	13,7	20,3
Внедрены совсем незначительно	6,6	4,4
Не внедрены	13,6	11,4
Положение неясное		7,0
	Всего: 100	100

онной модели составляют 25,25 человеко-месяца, причем здесь не учитывается участие вспомогательного персонала.

Последним по порядку, но не по важности является вопрос о том, сколько же проектов оказывается фактически внедренным. Для того чтобы определить процент успешных внедрений, Тербан в своем вопроснике применил перекрестную проверку. Сначала был поставлен общий вопрос о проценте внедренных проектов, а затем — о дальнейшей судьбе этих проектов. В табл. 7.3 обобщены полученные результаты. Они довольно хорошо согласуются с результатами, приведенными в других работах [13, 17], в которых показано, что от 35 до 45% проектов оказались не совсем успешными — не очень хороший показатель! Однако эти и другие исследования содержат некоторые рекомендации относительно того, как можно исправить положение.

7.2. Процесс принятия решений

Как уже неоднократно отмечалось в этой книге, главная цель построения любой имитационной модели — помочь руководителям повысить качество управления. Для того чтобы предоставлять им нужные данные в нужной форме и в нужное время — что поможет правильно принимать нужные решения, — необходимо глубоко вникнуть как в сам процесс принятия решений, так и в функции лиц, принимающих решения.

Знакомство с литературой в области теории и практики принятия решений сразу же показывает, что существуют два различных направления таких работ. Моррис [11] называл их нормативной теорией принятия решений, описывающей, как *нужно* принимать оптимальные решения, и дискриптивной теорией принятия решений, пытающейся описать, как *в действительности* они принимаются.

В этой главе предпринимается попытка отразить некоторые организационные аспекты планирования, проведения и использования результатов имитационного моделирования. При этом применяются как нормативная, так и дискриптивная теории принятия решений и учитывается их влияние на успех разработки имитационной модели.

Мы полагаем, что рассматриваемые нами типы решений вытекают из организационной структуры управления, являясь ее неотъемлемой частью. Поэтому нас интересует принятие решений в рамках всей организации в целом, а не просто процесс индивидуального принятия решения некоторым лицом внутри этой организации.

Если, таким образом, взять лишь саму сущность процесса принятия решений, он оказывается простым и прямым. Согласно Черчмену, Акофу и Арнофу [5], минимальные необходимые и достаточные условия существования ситуации принятия решения требуют наличия:

1) лица, принимающего решения (ЛПР), которое отдает себе отчет в том, что проблема существует, и требует принятия решения;

2) выхода или цели, которых стремится достичь ЛПР;

3) по крайней мере двух альтернативных вариантов решения, которые направлены на достижение поставленной цели;

4) сомнений ЛПР относительно того, какую из альтернатив следует предпочесть;

5) среды или условий, в которых существует проблема.

В этих условиях ЛПР:

1) осознает необходимость принять решение;

2) проводит поиск и оценку альтернативных действий;

3) выбирает одну или несколько альтернатив, которые, по его мнению, ведут к достижению цели.

Хотя все это звучит достаточно просто, наше понимание динамики этого процесса, особенно в организационном контексте, еще очень неглубоко, что, возможно, и является одной из причин неудач при внедрении проектов исследования операций, построения систем управления и информационных систем. Нельзя успешно создавать модели или системы, не разобравшись детально в том процессе, который мы моделируем или которым хотим управлять. Вниманию читателя предлагается одна из моделей такого процесса, удобно вписывающаяся в реальный мир. Рис. 7.1 раскрывает алгоритм такого процесса принятия решений в сфере организационного управления, который мы будем использовать в последующем обсуждении.

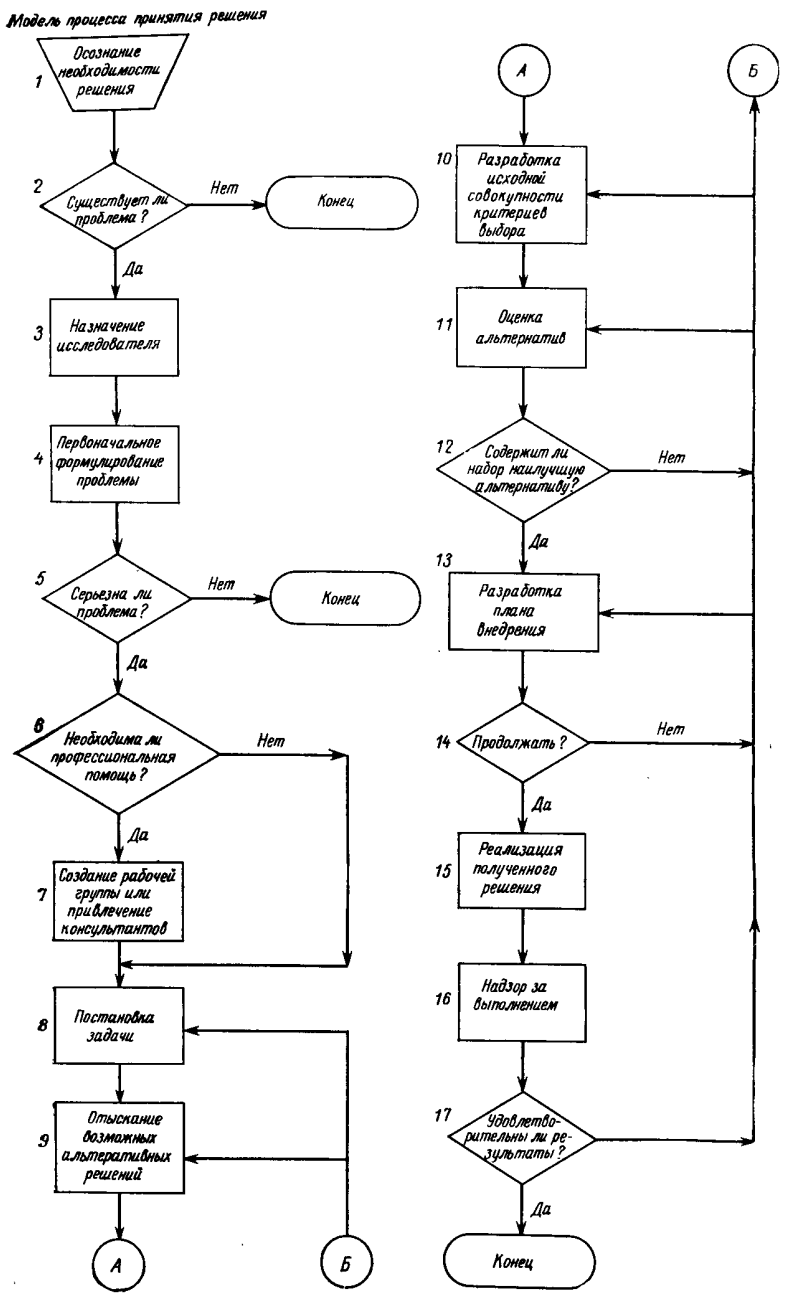


Рис. 7.1. Блок-схема процесса принятия решений.

Результатом принятия решения может быть выполнение некоторого действия или принятие идеи. Легко предположить, что руководитель знает о существовании нерешенной проблемы, знает, какова эта проблема, и имеет намерение решить ее. Однако обычно осознание наличия проблемы приходит постепенно, в процессе длительного наблюдения руководителя за управляемой им системой и обсуждения возникающих вопросов с коллегами и подчиненными. Представив себе наконец, что есть некая проблема, руководитель поручает кому-либо тщательно рассмотреть ее. Таким лицом может быть кто-либо из администрации или из сотрудников. Это является отправным моментом принятия решения.

Первый исследователь проблемы действует осмотрительно, постепенно уясняя ее и формулируя. Сначала он выявляет ее симптомы, такие, как нарушения графика, сбои в снабжении, недостаточная прибыль, многочисленные рекламации заказчиков и т. д. По мере изучения проблемы ее природа и сущность становятся все яснее и яснее. После проведения неформальных обсуждений принимается совместное решение о целесообразности развертывания более строгого и углубленного исследования.

Этот момент является второй поворотной точкой в принятии решения. Если решение (принимаемое обычно на совещании группы руководителей и лица, которому поручено изучение проблемы) состоит в том, чтобы выделить средства для более формального изучения проблемы, то на следующем шаге нужно установить, как это сделать. На этом этапе необходимо решить, следует ли создать группу СА/ИСО, привлечь консультантов со стороны или поручить разработку проекта одному из линейных подразделений. Решение, принятое на этой ранней стадии, может оказаться весьма критичным для всей последующей работы над решением возникшей проблемы.

Когда группа проектирования создана, начинается исполнение этапов 7—12. Если группа исследователей решает построить имитационную модель, то используется алгоритм, изображенный на рис. 1.3. Важно хорошо представить себе, что решение, принимаемое на шаге 12, является обычно коллективным решением всех заинтересованных сторон. Администратор, ответственный за разработку проекта, очень редко пойдет на то, чтобы дать оценку результатам исследования и провести полученные рекомендации в жизнь без такого коллективного их обсуждения. Обычно этот процесс носит итеративный характер. Заметим, что каждый из руководителей, так или иначе участвующий в решении проблемы, попытается сохранить и укрепить свой престиж, власть и привилегии и минимизировать любую угрозу собственному положению. Очень редко удается достичь единогласного мнения всех участвующих сторон, однако умный руководитель хорошо понимает, что без общего обсуждения проблемы ее решение не будет успешным.

7.3. Характеристики решения

У администраторов вырабатывается скептический взгляд на необходимость проводить в жизнь рекомендуемые им решения, и поэтому они склонны не принимать во внимание проблемы, которые формулируются в недостаточно ясной и четкой форме. Помимо риска, есть и другие факторы, которые способствуют отклонению предлагаемых решений. Один из таких факторов — обучение. Администраторов учат либо они сами приходят к такой мысли, что следует избегать принятия решений, в которых нет необходимости. Поскольку решения (особенно принятые на верхних ступенях иерархии руководства) обычно прерывают нормальный ход работы и создают дополнительную работу, администраторы избегают их принимать по мелочам. Бернард [3] дает совет, типичный для советов, которые получают управляющие: «Тонкое искусство принятия управленческих решений заключается в том, чтобы не решать вопросы, которые еще не встали со всей остротой, не решать их преждевременно и не решать их за других».

Нам всем присуще избегать решений самостоятельно поставленных вопросов. По классификации Бернарда [3], принятие решения побуждается:

сверху — вышестоящим руководством;
снизу — подчиненными;
собственной инициативой.

В первом случае руководителем практически всегда принимается решение; во втором также принимается решение, хотя оно иногда может заключаться и в том, чтобы не принимать никакого решения, т. е. сохранить статус-кво; в третьем же случае нет подталкивающего механизма, и такие решения могут долго не приниматься без опасения каких-либо наказаний. Если принимаемое на ходу решение вызывает противоречивые последствия, руководитель может отложить детальное изучение проблемы. Он рассуждает так, что со временем положение само собой исправится и это избавит его от «управленческих мук». Олберс [1] говорит об этом так: «Боязнь принять неверное решение часто сильнее опасения возможных неблагоприятных последствий непринятия никакого решения».

Налицо также и сильная тенденция придерживаться установленного образа действия. Программы развития и организации имеют некий встроенный инерционный механизм. Инерция программы развития большой системы может быть довольно значительной. Когда уже построены планы, выделены средства, размещено оборудование, подписаны контакты, внести изменения оказывается весьма непросто. Это лишь увеличивает необходимость проведения хорошего анализа и планирования на ранних стадиях программы развития. Ввиду трудностей переориентации такой программы

нет ничего удивительного в нежелании руководителей нарушать равновесие.

Практически всегда, даже сознавая потребность в принятии решения, руководители склонны искать удовлетворительные, но не оптимальные средства решения проблемы. Марч и Саймон [9] констатируют, что «большинство решений, как индивидуальных, так и коллективных, направлено на поиск и выбор удовлетворительных альтернатив». Во многих приводятся многословные описания «оптимальных решений», но самые детальные модели отражают всего лишь небольшую долю реального мира. Часто забывают и такой довольно очевидный факт, что выбранная альтернатива «оптимальна» лишь в сравнении с другими альтернативами. Весьма вероятно, что всегда существует некая лучшая альтернатива, которая вообще не была рассмотрена.

Наконец, следует обратить внимание еще на один аспект принятия решений, указанный Саймоном [19]. Каждое решение содержит элементы двух типов — *фактографические* и *ценностные*. Фактографические элементы — это данные о наблюдаемом мире и его закономерностях. Их необходимо проверять на истинность или ложность. Ценностные элементы — это этические или моральные характеристики, правомерность которых проверить нельзя. Такая же дихотомия характерна и для целей. Цели, такие, как вес, скорость, диапазон и т. д., являются фактографическими элементами. Цели типа устрашения противника, национального престижа, удовлетворения заказчика, морали и т. д. являются ценностными элементами. Большинство проблем, связанных с принятием решений, содержит как объективные, так и субъективные элементы.

К сожалению, мы способны оценивать субъективные аспекты проблемы значительно хуже, чем объективные. Для обработки фактографических, или объективных, показателей существует множество сложных математических средств, но субъективным, или ценностным, аспектам стали уделять внимание лишь в последние годы. Эти аспекты, без сомнения, должны быть учтены в принимаемом решении, и соответствующие суждения могут выносить лишь сами лица, принимающие решение. Иногда полезным оказывается тесное сотрудничество ЛПР с разработчиками модели, в результате которого эти ценностные элементы находят свое отражение в модели. В других случаях необходимо, чтобы модель по возможности точнее воспроизводила реальный объект по всем фактическим или объективным его характеристикам, а ЛПР накладывали бы на результаты моделирования свои ценностные предпочтения для получения окончательного решения. В любом случае, однако, необходима тесная связь между ЛПР и исследователем. Последний является как бы составной частью ЛПР, но не заменяет его. Поэтому важно осознать то, что хорошая имитационная модель системы не может быть построена в вакууме. Большинство

суждений, оценивающих успех или неудачу такой работы, должно исходить от самого ЛПР. Единственно, чем имитационное моделирование может ему помочь, это обеспечить соответствующее разделение труда.

Цель, которую мы ставим при обсуждении процесса принятия решений и характеристик ЛПР, двояка: 1) подтвердить мысль о том, что имитационные модели должны создаваться целенаправленно для конкретных ЛПР, и 2) показать, что окончательные результаты и рекомендации должны выдаваться в такой форме, в которой они будут целиком и полностью понятны и приемлемы для ЛПР. Если ЛПР не видит наличия проблемы, то маловероятно, что оно будет проводить в жизнь рекомендации, полученные в результате любого исследования. Поэтому, для того чтобы сохранить свое положение и добиться успеха, исследователи и разработчики имитационных моделей должны работать над проблемами, указанными ЛПР. Значение этого момента еще больше подчеркивает, например, тот факт, что по данным одного обследования, охватывавшего 217 проектов, ведущихся в 107 различных промышленных корпорациях, 51% был начат по инициативе самих сотрудников отдела СА/ИСО [20].

Такая естественная осторожность руководителей, естественно, составляет второй важный момент, который надо учитывать при проведении исследований. Если последствия изменений потенциально велики, то нельзя ожидать от руководителя, несущего всю полноту ответственности за эти последствия, что он может связать будущее своего дела со слепой верой в группу разработчиков проекта. Он должен полностью представить себе все стороны проделанной работы, включая и допущения, на которых основаны полученные результаты, и уровень достоверности исходных данных. К счастью, чем тщательнее сформулирована проблема, чем продуманнее планирование и проведение исследования, тем легче объяснить и внедрить полученные результаты.

7.4. Факторы, способствующие успеху

Начиная примерно с 1960 г. группа сотрудников Северо-Западного университета провела под руководством Рубенштейна ряд глубоких исследований деятельности групп по совершенствованию методов управления и исследованию операций в промышленных корпорациях. На основании полученных данных были определены 10 следующих факторов, влияющих на успех деятельности таких групп СА/ИСО [13]:

1) уровень руководства, поддерживающего их работу, включая степень понимания руководством необходимости проведения таких исследований;

2) организационный уровень проведения исследований или уровень, на котором рассматриваются полученные результаты;

3) соответствие между ресурсами, которыми располагает группа, и ее задачами;

4) степень свободы группы СА/ИСО в выборе проектов для исследований, в осуществлении сбора необходимой информации и внедрении полученных результатов;

5) уровень недоброжелательного отношения к деятельности группы СА/ИСО;

6) репутация, которой пользуется деятельность группы СА/ИСО внутри организации;

7) общая оценка успеха работы группы СА/ИСО внутри организации;

8) организационные или технические возможности, которыми обладает группа СА/ИСО;

9) соответствие проектов СА/ИСО действительным нуждам организации;

10) влияние, которым пользуется группа СА/ИСО или ее руководители среди сотрудников организации.

Таким образом, взаимоотношения между членами группы СА/ИСО, руководящим составом организации и заказчиком являются важнейшим фактором, влияющим на успех работы группы. В работе Рубенштейна и др. [13] проводится четкое различие между руководителями и заказчиками. Понятие «руководители» у этих авторов относится к высшему уровню иерархии руководства, недоступному для членов группы СА/ИСО; заказчиками же считаются те сотрудники или руководители организации, для удовлетворения непосредственных нужд которых выполняется работа группой СА/ИСО. Хотя Рубенштейн подчеркивает важность обсуждений работы с руководителями и личных контактов, он отмечает, что успех или неудача определяется результативностью работы группы. В связи с тем что разработка имитационных моделей и проектов ИСО обходится дорого, всякие предложения о проведении новых работ руководство будет встречать весьма сдержанно, если до этого были одни неудачи или достигались лишь скромные результаты. Вот почему умный руководитель группы исследователей выберет вначале лишь такие проекты ИСО, которые с высокой степенью вероятности можно успешно окончить за короткое время. Достаточно весомые, с точки зрения и руководства, и заказчика, результаты, полученные на самых ранних стадиях совершенствования организационного управления, укрепят репутацию группы исследователей и будут способствовать широкой поддержке ее деятельности.

7.5. Противоречивость критериев модели

Модели вообще и имитационные модели в частности используются в двух различных целях. Для исследователей, применяющих такой научный подход, моделирование является одним из

важнейших этапов в цепочке формулирования гипотез, построениях модели, предсказания будущего поведения системы и оценки результатов. По высказыванию Эншофа и Хейса [2], исследователи обычно судят о модели по ее качеству. Хорошей моделью считается *нетривиальная, мощная* и *изящная* модель. Нетривиальная модель, позволяющая проникнуть в сущность поведения системы, вскрывает детали, не видимые при непосредственном наблюдении; мощная позволяет получить много таких нетривиальных деталей; изящная имеет достаточно простую структуру и легко просчитывается на ЭВМ. С качеством создаваемых моделей обычно тесно связаны научная репутация и ответственность разработчиков и до некоторой степени их шансы на продвижение.

В то же время руководители используют модели для выявления ценности альтернативных решений. Их больше интересует прагматический аспект, и они оценивают модели по степени применимости. С их точки зрения, хорошая модель — модель *релевантная, точная, результативная, экономичная.* Модель считается релевантной, если она нацелена на решение важных для руководителя проблем; точной, если ее результаты обладают высокой степенью достоверности; результативной, если получаемые результаты могут найти успешное применение, и экономичной, если эффект от внедрения результатов превышает расходы на ее создание и использование [2].

Этими же авторами отмечалось, что в основе разногласий между разработчиками моделей и руководителями лежат различные критерии оценки моделей. Целью руководителя является решение организационных проблем, тогда как разработчик главным образом заинтересован в качестве создаваемой им модели. Разработчик не несет ответственности за то, что какой-либо особо важной проблеме вовремя не было уделено должного внимания. Руководитель же может фактически поплатиться за это своей карьерой. Его, однако, никто не похвалит за поиск наиболее изящного решения для второстепенной задачи. Это приводит к существованию двух областей потенциальных конфликтов: 1) области выбора проблем и 2) области синдрома 20%, суть которых поясняется ниже.

Те, кто создают модели, стараются выбирать задачи, которые принесут им наибольшее профессиональное признание и максимально расширят возможности применения их профессиональных навыков. Однако, с точки зрения руководителя, могут быть задачи, гораздо более неотложные и важные. Таким образом, исследователь стремится участвовать в тех проектах, где он видит возможность построить красивую модель и проявить свои способности. Критерием выбора становится не важность задачи, а профессиональное тщеславие исследователя, больше заинтересованного в методологическом и техническом совершенствовании используемых им методов, чем в решении насущных практических задач.

Вторая трудность вытекает из так называемого синдрома 20%. Любой, кто принимал участие в разработке проектов ИСО, знает, что наибольший выход дают первые 80% работы. В этот период отдача на вложенные средства может достичь соотношения 10:1 или даже больше. В то же время оставшиеся 20% усилий могут вообще не принести никакой отдачи. Большинство руководителей интересует получение прибыли или решение важнейших задач, а не поиски наиболее изящного метода решения; поэтому они часто думают, что вторая часть исследований, в пределах от 80 до 100% их полного объема, съедает ресурсы впустую и что соответствующие средства лучше пустить на проведение других работ. Исследователь же может настаивать на завершении этих оставшихся 20% работы, так как иначе будет нанесен ущерб его самолюбию и профессиональным интересам.

Многие руководители указывают, что в этом заключается одна из наиболее острых конфликтных ситуаций, возникающих между ними и членами группы исследователей. Во многих случаях ее пытались разрешить путем создания специального совета консультантов, решающего, над какими проблемами надо начать работать, когда эту работу следует прекратить и когда перейти на решение новых задач. В этот совет обычно включают высших администраторов, представляющих различные подразделения организации и способных выработать общий взгляд на то, что является наиболее важным для организации в целом.

7.6. Контакты

На пути к признанию успеха исследователей одной из самых серьезных трудностей оказывается их неспособность (или отсутствие желания) устанавливать эффективные контакты с кем-либо, помимо своих непосредственных коллег. Люди, получившие подготовку в области точных наук, математики, статистики, оказываются часто совершенно беспомощными, когда дело доходит до того, чтобы заинтересовать других своими идеями, результатами своей работы или своего опыта либо разъяснить все это непосвященным.

Частой причиной непонимания, возникающего между исследователем операций, с одной стороны, и непосвященными и администраторами — с другой, является язык исследователя. Называя процедуры, вероятностные системы или интуицию алгоритмами, стохастическими системами и эвристическим подходом, исследователь скорее не просвещает, а вносит путаницу. Использование непривычной терминологии нежелательно, даже если она и понятна. Причин появления такого словаря для непосвященных, похожего на иностранный язык, две. Первая — в междисциплинарном характере исследований; методы и идеи берут свое начало во многих академических отраслях науки — в математике, экономике,

технике, физике и т. д. Поэтому не удивительно, что словарь исследователя содержит понятия из многих областей.

Вторая причина появления подобного словаря имеет сегодня меньше оправданий; она кроется в некоторых эгоистических потребностях исследователей. Математик, экономист и т. д., которые стали интересоваться прикладными задачами, вскоре обнаружат, что их неохотно принимают коллеги по науке. Работая над поисками практических решений для практических задач, он становится жертвой академического или профессионального снобизма. Одно из неписаных правил определенной части научной общественности гласит, что если вы занимаетесь прикладными, выгодными и легко понимаемыми задачами, то они не могут быть одновременно достаточно глубокими. Очень часто, например, просто написанные статьи по прикладной тематике не принимают в научных журналах. Хотя, чтобы выжить, эта деятельность должна сохранять практическую направленность и ориентироваться на получение простых решений, есть и другая альтернатива добиться признания научной общественности: сделать свои работы непонятными для непосвященных. И вот уже говорят «эвристика», а не «интуиция», «алгоритм», а не «процедура». Хотя целью является получение научного признания, оно может сопровождаться и нежелательными побочными эффектами. Главным из них являются трудности общения с руководителями и заказчиками; кроме того, таким путем открываются двери для разных шарлатанов и проходимцев.

Мы неоднократно указывали на то, что задачу системного исследования нельзя считать успешно решенной, если не внедрены ее результаты, какими бы обещающими они ни были. Широко известен такой психологический факт: ни один администратор не пойдет на претворение в жизнь данных ему рекомендаций, даже если они обещают дать большой экономический эффект, опираясь лишь на одну слепую веру. Ему должно быть понятно, как получены эти рекомендации, какие использовались допущения и т. д. А для этого необходимо общение между заказчиком и исследователями на ясном, конкретном и понятном обеим сторонам языке. Отчет о работе, результаты которой не ясны ЛПР, так и останется на полке. Поэтому хороший аналитик должен уметь работать с двумя словарями: одним — для общения с коллегами и вторым — для работы с практиками.

Необходимость общения с пользователями и заказчиками ставит в имитационных исследованиях еще одну проблему. Большинство администраторов (даже с техническим образованием) имеет невысокий уровень математической подготовки. Поэтому, объясняя ЛПР сложный математический или статистический метод или машинную программу, аналитик может столкнуться с определенными трудностями. В особо щекотливом положении он оказывается в том случае, если его собеседник имеет техническое образование:

когда-то изучая математику, он уже порядком все забыл, но не хочет признаваться в этом даже самому себе. Общей ошибкой исследователей является приписывание ЛПР более высокого уровня математической подготовки, чем они на самом деле имеют.

В равной степени справедливо и то, что пользователь или заказчик также пользуется в своей деятельности неким особым словарем, часто столь же непонятным для исследователей. Таким образом, для успешной работы над проектом этим двум группам, говорящим на разных языках, необходимо найти способ передачи друг другу широкого круга сложных понятий.

Рубенштейн и др. [13] отмечали очень тесную связь между успешной работой группы исследователей и наличием в ней энергичного выделяющегося лидера. Часто с уходом такого лидера влияние группы начинает падать, и она в итоге распадается. Легко себе представить, что ключевым фактором успеха, достигнутого лидером, является его способность преодолеть понятийный барьер. В очень хорошей работе Бина [4] показано положительное влияние, которое оказывают промежуточные звенья на преодоление такого барьера между исследователями и заказчиками. Автор отмечает, что непосредственное общение между ними часто приводит к неудовлетворенности, натянутым отношениям, недостаточной оценке результатов работы. Он показывает, что таким промежуточным звеном лучше всего быть специалисту в исследуемой области. Подобные работы подтверждают мысль о том, что успех работы группы аналитиков во многом зависит от формы их общения с пользователем.

7.7. Конгломерат специальностей

В специальной литературе часто обсуждается вопрос о целесообразности привлечения в группу ИСО специалистов разных профилей. На практике, однако, типичный отдел ИСО весьма мал и в среднем насчитывает пять аналитиков и одного-двух технических сотрудников и секретарей [20]. Поэтому нет особого смысла говорить о междисциплинарном характере группы и перечислять 10 или 12 специальностей.

Как показывает сложившаяся практика, из пяти членов обычного отдела СА/ИСО двое являются математиками, статистиками или физиками, двое — инженерами (в основном инженерами-механиками, электриками или специалистами в какой-либо иной отрасли промышленности) и последний, пятый член группы — специалистом в области делового администрирования или экономики. Обычно хотя бы у одного есть степень доктора наук и еще у двоих — магистрские дипломы[1]. По крайней мере несколько членов

[1] Это приблизительно отвечает нашей степени кандидата наук и университетскому диплому соответственно. — *Прим. ред.*

группы (или даже все они) знакомы с работой на ЭВМ и программированием.

Говоря о желательности иметь в группе специалистов разного профиля, мы не имеем в виду междисциплинарный подход в его традиционном смысле. Здесь скорее подразумевается различие уровней опыта и подготовки в такой смешанной группе аналитиков, операционистов и специалистов в данной области. У Шайкона [18] приводится описание идеальной группы, в состав которой входят:

1. *Один или несколько специалистов по СА/ИСО.* Это должны быть люди, имеющие достаточные знания и опыт для применения методов СА/ИСО к решению конкретных задач по принятию управленческих решений. По полученному образованию специальности этих людей могут быть различными; например, они могут быть специалистами в различных областях физики, а недавние выпускники университетов могут быть специалистами непосредственно по СА/ИСО. В любом случае все они должны хорошо владеть количественными методами и уметь абстрагировать проблему, строить модель, учитывать, где это нужно, неопределенности и пользоваться наиболее подходящими в каждом конкретном случае методами анализа.

2. *Один или несколько специалистов по вычислительной технике.* Такой специалист, по моему мнению, — это не просто программист ЭВМ. Он сам должен быть аналитиком, должен уметь строить модели, но его основные усилия должны быть направлены на использование ЭВМ для обработки данных и получение результатов на основе применения математических методов.

В некоторых случаях специалист по вычислительной технике может заменить одного из специалистов по СА/ИСО либо обе эти специальности может представлять одно лицо. Они достаточно близки, хотя первая имеет большее отношение к ЭВМ, а вторая — к постановке задач и моделированию.

3. *Одно или несколько эрудированных лиц (не обязательно с технической подготовкой),* хорошо знающих организацию, ее людей и особенно ее проблемы. Такие люди, возможно, лучше других понимают операционную сущность задач, в решении которых требуется помощь аналитиков, и могли бы помочь в их постановке, интерпретации и формулировании алгоритма их решения. Они могли бы, далее, перевести этот алгоритм и полученные результаты на язык, понятный сотрудникам организации; они, по-видимому, могли бы открыть аналитикам те двери, которые обычно закрыты для них, и найти нужную им информацию по теме исследования.

Такие специалисты принесут группе аналитиков неоценимую помощь. Они лучше аналитиков могут понять цели и задачи организации, знают, где взять необходимые данные, способны помочь в установлении контактов с сотрудниками и, скорее всего, способны наилучшим образом «продать» полученные результаты.

4. *Один или несколько сотрудников организации, представляющих отдел, который заинтересован в решении проблемы.* Таким лицам лучше, чем кому-либо другому, известны функции отдела и проблемы, стоящие перед аналитиками. Работая в тесном контакте с другими членами группы, такие лица могли бы внести наибольший вклад в успешную разработку проекта просто в силу своего опыта работы в той узкой области, которая рассматривается в поставленной проблеме.

Рис. 1.3 и 1.7 дают ясное представление о том, что для разработки имитационных моделей нужны знания в разных областях. Один человек не может обладать всеми необходимыми знаниями для создания и применения моделей. Специалист по проблемам управления или вычислительной технике в состоянии создать внутренне непротиворечивую модель; она, однако, может и не отражать реального мира, так как у ее разработчика, скорее всего, не будет информации о целях и предпочтениях организации. Проведение системного исследования не только требует участия специалистов разных профилей, но должно и объединять их усилия в единое целое, быть результатом работы их коллективного разума. Схема проведения такого исследования должна для этого предусматривать:

— объединение усилий специалистов разных профилей;
— перевод на общепонятный язык специализированных знаний, которыми располагают различные подразделения организации;
— контроль над распределением ресурсов.

7.8. Различные схемы организации исследовательской группы

Определяя необходимые принципиальные формы проведения исследования, нужно рассмотреть следующие особенности, характерные для всех работ по имитационному моделированию, на которые указывали Олсен и Сассер [12]:

1. Должна быть решена конкретная задача.
2. Задание должно быть выполнено к твердо установленному или желательному сроку.
3. Направление исследования и его конечные результаты характеризуются высокой степенью неопределенности.
4. На ресурсы наложены жесткие ограничения.
5. Исследование охватывает множество разнородных видов деятельности, или заданий.
6. Природа этих заданий требует привлечения различных специалистов, представляющих различные участки организационного управления.

7. Требуется высокий уровень координации работ.
8. Необходим высокий уровень заинтересованности участников.
9. На некотором этапе проведения исследования и построения модели полученные результаты и (или) сама модель передаются группе специалистов организации-заказчика, а исследовательская группа распускается либо переходит к новой работе.

Эти характеристики являются общими для большей части научно-исследовательских и конструкторских работ независимо от их направленности, и это позволяет считать, что многие разработанные для них концепции и методы в равной степени применимы и к имитационному моделированию.

Для организации группы аналитиков-разработчиков и обеспечения эффективного взаимодействия между членами такой группы существуют по крайней мере три подхода [16]:

1. Создание автономной самостоятельной группы СА/ИСО, состоящей исключительно из специалистов по СА/ИСО, вычислительной технике и статистике.

2. Создание полуавтономной самостоятельной группы, работающей под контролем и при участии руководства организации. Эта группа включает тех же специалистов, что и в первом случае, однако теснее связана с руководителями высшего и среднего звена управления, использует их советы и помощь.

3. Создание интегрированной группы, включающей аналитиков-разработчиков, специалистов организации-заказчика и представителей администрации этой организации.

Такие типы рабочих групп уже показали свою эффективность и будут применяться и в будущем. У каждой из них есть свои преимущества и свои недостатки, оценить которые можно лишь в контексте конкретного исследовательского проекта. Все они подразумевают коллективный подход к решению проблем организации и различаются лишь по степени участия в них специалистов и руководства организации. Преимущества и недостатки каждой из них были описаны Шайконом [16] следующим образом:

«В первой группе, состоящей только из аналитиков-разработчиков, преимущества заключаются в свободном владении методами исследования, свободном понимании членами группы друг друга, минимальной необходимости в формальных обсуждениях и объяснениях позиции одних членов группы другим. Такая группа аналитиков может быстро поставить проблему так, как она мгновенно ее схватывает, и дать эффективное решение. Недостатком же ее является то, что при отличном внутреннем взаимопонимании такая группа может просмотреть какие-либо аспекты задачи, важные с точки зрения организации-заказчика, но не очевидные со стороны.

При втором методе организации исследовательская группа, имея выход на руководителей среднего уровня, обладает преимуществом более тесной связи с заказчиком. Заказчиком является тот, для кого решается проблема, и, следовательно, она знакома ему лучше, чем кому бы то ни было. При такой организации группы, как правило, не возникает проблем, связанных с необходимостью широкого внутреннего информационного обмена между членами группы. Недостатки метода проистекают из необходимости постоянно держать большое число людей в курсе дела по всем аспектам разработки. Поскольку администраторы обычно не владеют методологией и аппаратом СА/ИСО, ознакомление их с проведенным анализом и причинами выбора тех или иных методов часто требуют пространных объяснений. Общие затраты на проведение исследования поэтому могут быть несколько выше, чем при организации группы по первому методу.

Третий метод организации рабочей группы основан на сотрудничестве между аналитиками и работниками управленческого аппарата. Он подразумевает частые встречи на среднем и высшем уровне руководства. Такую рабочую группу мы назовем коллегиальной. Преимущества ее ясны — это контакты на всех уровнях организационной иерархии и прямой доступ ко всей информации в рамках задачи исследования и к людям, наиболее близко знакомым с ней. Методы проведения исследования и получаемые результаты широко распространяются среди сотрудников организации, в результате достигается эффективное участие в исследовании управленческого персонала. Признание и внедрение результатов чаще всего проходит легко и безболезненно. Недостатки этого метода — в более сложном характере межличностных отношений, в необходимости поддерживать большое число рабочих контактов. При такой организации группы в исследовании принимает участие больше людей и на эти контакты затрачивается больше времени».

Мы уже говорили, что каждая из таких форм организации рабочей группы может быть эффективной при соответствующих условиях. В некоторых случаях выбора нет. Например, если организация-заказчик для разработки модели привлекает другую организацию, которая географически удалена от нее, то ничего другого не остается, как поручить эту работу автономной группе аналитиков. В то же время, если процесс принятия решений соответствует алгоритму, изображенному на рис. 7.1, то можно предположить, что третий тип группы окажется более эффективным, т. е. обеспечит более полную оценку и использование полученных результатов. Это подтверждается личным опытом и рядом исследований. В одной из своих работ Шайкон [17] проводит мысль о том, что успех внедрения результатов исследования прямо пропорционален уровню участия в нем представителей и руководства организации-заказчика. Это же подтверждает и тщательное рассмотрение отчетов группы Рубенштейна [13]. К сожалению, данные Шайкона показывают и то, что общие затраты на проведение

исследования группой второго типа на 100% выше, чем первого, а третьего типа — на 70% выше, чем второго. Таким образом, за повышение шансов на успешное внедрение результатов исследования приходится немало платить; с другой стороны, нужно помнить, что успех рождает успех, и коллегиальный подход дает больше оснований рассчитывать на длительную результативную работу группы СА/ИСО.

7.9. Модульное построение и документирование модели

Весьма важным фактором в разработке, программировании и применении имитационной модели является способ построения машинной программы — не просто выбор языка, а скорее метод ее конструирования. Любой исследователь, когда-либо сталкивавшийся с программированием, расскажет вам множество связанных с ним жутких историй, относящихся по большей части к способу написания, кодирования и проверки программы.

На заре вычислительной техники один и тот же программист строил логику или алгоритм программы и сам расписывал ее в машинных командах. Только потом начинался этап отладки и проверки программы. В результате получались модели или программы, называемые *монолитными* или *интегральными*. В те времена при небольших и относительно несложных программах такой подход был вполне приемлемым, но сейчас он крайне нежелателен, особенно в имитационном моделировании. Наиболее разумная ему альтернатива — модульное программирование, являющееся, по определению Мейнарда [10], «системой построения программ из набора отдельных взаимосвязанных блоков (называемых модулями), с помощью различных сочетаний которых можно получить конкретную программу».

Перед тем как говорить о преимуществах модульного подхода к программированию или проектированию, рассмотрим проблемы, связанные с построением монолитных, или интегральных, моделей. Во-первых, практически невозможна полная проверка таких программ, что объясняется большим числом общих логических построений, сложными взаимосвязями и невозможностью выделить ключевые участки программы для испытаний. Во-вторых, в алгоритм невозможно внести какие-либо изменения без серьезной переделки программы. В-третьих, работа всей исследовательской группы зависит от постоянного участия в ней программиста-составителя такой монолитной программы.

У каждого программиста есть в работе свой индивидуальный почерк, и все они особенно любят показывать это при написании программ в машинных кодах или на ассемблере, которые позволяют проявить больше индивидуальности. Эта черта сразу обнаруживается на таком простом примере: возьмите 10 программистов и попросите их написать простую программу на Фортране, генерирующую и складывающую числа от 1 до 25. В результате вы получите 10 различных программ. Программистам, как, впрочем, кому угодно, может иногда наскучить однообразная работа, и они будут выдумывать множество различных способов написания какой-нибудь простой подпрограммы только для того, чтобы развлечься. Нередко они, например, называют переменные каким-нибудь именем — своим собственным, своего ребенка или знакомой девушки. Когда программист работает над большой программой, его индивидуальность может принести ему лишние заботы — к началу проверки программы он может забыть первоначальный замысел построения какой-либо ее части. Это означает еще и то, что, скорее всего, никто, кроме автора программы, не сможет впоследствии изменить ее.

Гораздо более серьезная проблема встает иногда, когда автор программы уходит с работы или заболевает до того, как он успевает закончить и отладить программу. Его преемник, перед тем как завершить работу, должен выяснить, какие функции выполняет программа, какие части ее уже отлажены и какими необычными или нестандартными словами в качестве переменных пользовался автор программы. Во многих случаях, если не в подавляющем их большинстве, для такого преемника будет ясно, что быстрее и проще начать работу заново и переписать всю программу. Это признает любой программист, когда-либо пытавшийся разобраться в чужой программе, и любой администратор, поручавший программисту внести изменения в чужую программу.

В то же время модульный подход позволяет разбить всю работу на небольшие обозримые части; при этом каждая такая часть, или модуль, может быть разработана индивидуально. Мы не можем дать здесь полного описания процесса создания модульной программы; читатель сможет найти его в книге Мейнарда [10], целиком посвященной этому вопросу. Отметим лишь, что каждым модулем реализуется определенная логическая функция или несколько взаимосвязанных логических функций. Для того чтобы определить, какие подсистемы и логические функции понадобятся в программе, проводится анализ модели. После того как выявлены логические функции, каждый модуль кодируется и отлаживается по отдельности.

Важнейшим этапом при таком подходе является построение схемы соединения базовых модулей в программу. Объединенные в общий алгоритм, отдельные модули начинают работать вместе, передавая данные один другому. Таким образом, после составления и проверки каждого модуля для построения работающей модели необходимо обеспечить лишь правильное их объединение и вызов в правильной последовательности.

Одним из огромных преимуществ модульного программирования является использование небольших участков программы, которые можно легко заменять и (или) повторно использовать. Какой-либо модуль можно просто «вынуть» из уже составленной программы и заменить другим либо использовать в другой программе. Если, например, одной из целей нашей модели является оценка различных стратегий, то можно взять модуль, описывающий логику одной стратегии, и заменить его готовым модулем, описывающим логику другой. В монолитной же программе стратегии так сильно увязаны, что для рассмотрения иной стратегии приходится переписывать бóльшую часть программы.

С этим преимуществом тесно связана и возможность по мере необходимости упрощать, усложнять или модифицировать модель. Модуль программы, генерирующий стохастические переменные по методу Монте-Карло, можно заменить некоторой постоянной величиной, например средним (или наоборот). Вместо модуля, генерирующего значения нормально распределенной величины, в программу можно вставить модуль, генерирующий значения этой величины, распределенные по закону Пуассона. Модуль с режимом обслуживания «первый пришел — первым обслуживаешься» можно заменить модулем с приоритетным обслуживанием. Никакая интегральная, или монолитная, программа не сравнится с модульной по гибкости и возможностям быстро вносить изменения.

Еще один фактор, который следует обсудить, — документирование. Большинство программистов не желает тратить время на тщательное документирование каждого модуля и всего алгоритма модели. Полное документирование охватывает:

— блок-схемы алгоритмов каждого модуля и всей модели;
— описание входных данных, необходимых для работы программы, т. е. номер входной перфокарты, характер данных (цифровые или буквенные) и требуемое поле записи;
— описание переменных программы, не используемых в качестве входных;
— словесное описание задач и функций всех модулей;
— пусковые характеристики, необходимые для выполнения программы на нужной ЭВМ;
— листинг программы.

Я пришел к эмпирическому правилу строить модули, содержащие не более 50 программируемых шагов, и широко использовать в программах карты с комментариями, представляющими собой описания, или определения, вставленные непосредственно в программу.

Руководство, таким образом, окажет большую помощь при построении, программировании, отладке, проверке и использовании машинных имитационных моделей, если оно будет следовать следующим правилам:

— применять модульный подход;
— использовать короткие (не более 50 строк) основные программы и подпрограммы;
— начинать каждую основную и вспомогательную программу сообщением о ее назначении и словарем имен переменных (для чего необходимо дополнить программу перфокартой с комментариями);
— включать перфокарты с комментариями, объясняющими работу программы, перед каждым ответственным прогоном;
— составлять полную документацию, в том числе касающуюся способов ввода данных.

Хотя эти правила звучат весьма просто и разумно, я сам убедился в том, что большинством администраторов и аналитиков они усваиваются лишь после того, как уже сделано несколько дорогостоящих ошибок. Здравый смысл, таким образом, оказывается не не таким уж очевидным делом. Пусть кто-нибудь из опытных разработчиков имитационных моделей расскажет вам одну из своих «жутких» историй, и я уверен, что вы обнаружите в ней нарушение одного или нескольких из этих совершенно очевидных правил. Я могу гарантировать, что, проработав над моделью месяцев шесть и обнаружив, что ваши усилия пошли прахом из-за недостаточного документирования или трудностей внесения изменений в полученную модель, вы станете ярым приверженцем этих процедур, в основе которых лежит просто здравый смысл.

7.10. Использование результатов

Самая лучшая в мире имитационная модель ничего не стоит до тех пор, пока она не использована или не одобрена теми, для кого она была разработана. Все наши усилия окажутся тщетными, если полученные результаты не найдут применения. Для большинства администраторов и руководителей производства интерес представляют не изящная машинная модель или красивое использование статистики и математических методов получения и интерпретации результатов, а реальные проблемы и способы их решения. Едва ли можно с бóльшим безразличием, чем они, относиться к объемам выборки, доверительным уровням или любым другим деталям, столь важным для аналитиков, которые подготавливают доклад для научно-технического семинара или статью в журнал.

Информация, получаемая с помощью имитационной модели, должна быть приемлемой для заказчика-пользователя. Критерии приемлемости включают в себя надежность и полезность информации. Естественно, выходные данные модели должны быть разумными, т. е. модель не должна давать абсурдных ответов, даже если в качестве входных переменных берутся совершенно абсурдные цифры. Если выходные данные модели кажутся невероятны-

ми при данных условиях, то к ним будут относиться с подозрением и при внешне правдоподобных результатах.

Второй аспект приемлемости и применимости результатов заключается в том, что заказчик-пользователь должен понимать, как необходимо поступить или как можно использовать собранные данные. Если ему не ясно, как эти данные могут помочь ему или кому-либо другому принимать решения, то он их будет просто игнорировать, и вся работа по созданию модели окажется безрезультатной. Успех такой работы и полезность результатов, таким образом, тесно связаны с целью имитационного исследования — в этом и заключается причина, почему мы так настойчиво подчеркиваем важность понимания, для чего строится модель. Можно представить себе, что читателю уже надоело слышать все время: «Как или что вы должны делать, зависит от цели, которую вы себе поставили». Однако нельзя не признать того, что исследователь, который хочет, чтобы его модель была кому-то нужна или результаты могли быть использованы, должен хорошо представлять себе цель всей работы в целом.

С достижением конечной цели тесно связано и требование реалистичности данных, необходимых для использования модели. Реалистичные данные должны быть 1) достаточно надежными, 2) доступными и 3) получаемыми за разумную плату. Какими бы очевидными ни казались эти требования, на удивление часто приходится сталкиваться с моделями, для которых входные данные получить попросту нельзя. Мне, например, известна очень интересная имитационная модель больницы, на разработку которой ушел почти год. К сожалению, она, скорее всего, никогда не найдет применения по той простой причине, что модель требует проверки и приведения к единой классификации всех историй болезни, а для этого больнице пришлось бы держать квалифицированного врача и вообще пересмотреть всю свою систему ведения историй болезни.

Наконец, любая имитационная модель должна позволять администратору оценивать и решения, которые удовлетворяют его собственным понятиям рациональности, и возможные результаты применения сформулированных им стратегий. Ключевым моментом здесь является степень его личного участия. Именно на нем, а не на аналитике лежит вся полнота ответственности за результаты использования любой модели принятия решений. Администратор полагает (и, скорее всего, не без оснований), что именно он, по-видимому, может наилучшим образом получать удовлетворительные решения. Аналитик нужен для помощи в этом, а не для его замены. Читателю следует прочесть статью Эйлона «Что такое решение?» [6], где обсуждаются различные аспекты рационализма при принятии решений и соотношение между личным и коллективным при выборе.

Таким образом, чтобы иметь максимальные шансы успешного применения результатов имитационного исследования, наша модель должна быть

— понятной заказчику-пользователю;
— способной давать разумные ответы;
— способной давать информацию, которая может быть в дальнейшем использована;
— реалистичной в требованиях к данным;
— способной отвечать на вопросы типа «А что будет, если...?»;
— легко модифицируемой;
— недорогой при ее применении.

7.11. Представление результатов

Надо надеяться, что группа исследователей будет иметь возможность постоянно держать в курсе дела администратора или заказчика-пользователя. Нет сомнения, что, чем больше эти лица осведомлены о самом исследовании и его деталях, тем скорее они примут и станут использовать его результаты. Такой подход предоставляет им потенциальную возможность оказывать в любое время влияние на развитие процесса и тем самым чувствовать, что и они причастны к процессу получения результатов.

Чрезвычайно важно, чтобы конечные результаты представлялись в понятной и четкой форме на пригодном для восприятия уровне. Само собой разумеется, представление данных в такой форме должно тщательно и творчески продумываться и планироваться. Идея правильной «подачи» результатов столь же важна, сколь и само проведение работы, и ей следует уделить столь же серьезное внимание.

Подготавливая результаты исследования для представления администрации или заказчику-пользователю, исследователь должен придерживаться следующих правил:

1. Письменным отчетам всегда следует предпочесть устные сообщения с одновременным использованием хорошо продуманных демонстрационных средств. Опыт множества людей говорит о том, что письменные отчеты читаются редко. Кроме того, обратная связь, устанавливаемая с помощью вопросов и ответов, позволяет определить, что ваши усилия не пропали даром. Подготовьте для участников письменное описание, с тем чтобы они могли им пользоваться в ходе сообщения, а затем оставить себе.

2. Одному большому формальному изложению результатов работы лучше предпочесть серию небольших неформальных обсуждений. То, о чем вы хотите рассказать, для вас просто и понятно, так как вы принимали участие и в проведении исследования, и в принятии всех решений по нему, но для слушателя все может ока-

заться неизвестным. Новые сложные идеи усваиваются не сразу, и их лучше подавать небольшими дозами.

3. Не надо думать, что ваши слушатели — сплошь эксперты в области электронной вычислительной техники, имитационного моделирования, статистики и математики. Может оказаться, что это совсем не так. Понятия «среднеквадратическое отклонение» или «доверительный уровень» входят в число основных понятий аналитика, но могут быть совершенно незнакомыми администратору.

4. Делайте упор на логику вашего подхода к решению задачи. Длинные объяснения достоинств и методов моделирования, возникших в ходе работы задач, методов решения и т. д. обычно никто не слушает. Слушателю же надо знать лишь, понимаете ли вы проблему, логичен ли ваш анализ и сам подход, разумны ли предлагаемые вами решения.

5. В первом докладе четко и ясно опишите все принятые допущения и ограничения. Это дает слушателям возможность высказать свои возражения уже на начальном этапе обсуждения; такие замечания могут оказаться полезными при дальнейшем анализе или представлении результатов.

6. Тщательно опишите целевую функцию или выходные переменные модели. Важно, чтобы слушатели поняли, что собирается аналитик оптимизировать на базе сравнения различных альтернатив.

7. Тщательно и с минимальной технической терминологией опишите ваш концептуальный подход, основные взаимосвязи, переменные и обоснования выбранного способа интерпретации результатов.

8. В случае изложения результатов работы руководству или заказчику-пользователю на вас будет давить груз доказательств. Однако результаты следует представлять в такой форме, которая соответствует их ожиданиям и понятна им.

9. Дайте общую оценку, а также перечислите все достоинства и недостатки рассмотренных альтернатив и результатов, полученных с их помощью. Укажите также, каким из них вы сами склонны больше доверять.

10. Наконец, не произносите хвалебных речей по поводу методов или профессиональных способностей группы разработчиков. Помните, что тому, кто покупает дом, вовсе не интересно знать, какой фирмой выпущен молоток плотника или сколько гвоздей он вбил не согнув. Вообще говоря, руководители обычно рассчитывают на лучшее, иначе они бы вас не пригласили.

7.12. Надзор за освоением

Само собой разумеется, что группа исследователей должна принимать максимально возможное участие на стадии внедрения результатов, следить за применением модели в течение всего времени ее использования. Для большинства организаций недостаточно просто создать модель, испытать ее, провести с ее помощью исследование и, получив результаты и включив их в отчет, сидеть и ждать, когда они будут оценены и использованы. Печальной истиной является то, что успех или неудача всего проекта может зависеть и от этапа внедрения, поэтому его также следует планировать и проводить самым тщательным образом.

Характер использования результатов зависит от того, нацелен ли проект на получение какого-либо одноразового решения, или же его результаты будут использоваться многократно. В любом случае группе исследователей нужно не только хорошо «подать» свою модель и ее результаты, но сохранять активность и на последующих этапах их внедрения и использования. Необходимость эта диктуется следующими соображениями:

1. Сколь бы аккуратны и предусмотрительны ни были исследователи при создании, проверке и рабочем прогоне модели, ее недостатки могут выявиться только на стадии внедрения результатов.

2. Способы использования полученного решения или повторных прогонов модели могут быть совсем не столь очевидными, как это может показаться разработчикам.

3. Попытки заказчика-пользователя самостоятельно вносить в модель изменения без всестороннего ее понимания могут закончиться печально.

4. Реальная система может изменяться во времени, и модель в этом случае больше не будет ее адекватным отображением.

Естественно, что интерес исследователей к модели пропадает, как только они закончат ее разработку, проверку и прогон. Им не терпится взять какое-либо новое сложное задание, а наблюдение за использованием модели и внедрением результатов переложить на других. Это является еще одной из причин, почему результаты стольких проектов, которые выглядят столь внушительными на бумаге, никогда не внедряются либо внедряются с весьма удручающими последствиями. В армии ходит поговорка, которую постоянно повторяют при подготовке солдат: «Если ученик не выучил, то, значит, учитель плохо учил». Мы могли бы переделать эту поговорку на свой лад: «Если пользователь не применяет результат, то это означает, что исследователь не закончил свое исследование».

7.13. Памятка для руководителя исследований и аналитика

Говоря о факторах, способствующих успеху проведения имитационного исследования, удобно представить их в виде некоторого списка обязательных действий для самоконтроля. Вот как выглядит такая памятка для руководителя исследований:

1. Убедитесь, что проблема действительно важна для заказчика-пользователя.

2. Вместе с заказчиком-пользователем тщательно опишите проблему, включая и предполагаемые масштабы исследования (т. е. что оно включает и что нет).

3. Разработайте план действий, который должен содержать информацию о необходимом персонале, способах привлечения заказчика-пользователя к разработке проекта и использованию полученных результатов, необходимых ресурсах и графике проведения работы с четко выделенными узловыми моментами.

4. Разработайте организационную схему выполнения работ, которая будет включать регулярные обсуждения проекта с администрацией и заказчиком-пользователем.

5. Добейтесь совпадения взглядов администрации и заказчика-пользователя на планы, графики, выделяемые средства и общий диапазон исследований.

6. Установите тесный контакт с руководством, заказчиком-пользователем и группой исследователей и поддерживайте с ними взаимное доверие.

7. Регулярно соразмеряйте запланированные ресурсы и бюджет с фактически израсходованными ресурсами и достигнутым прогрессом в исследовании.

8. Убедитесь, что разработчики модели строго придерживаются пунктов памятки, предназначенной для них.

9. Настоятельно требуйте использования модульного подхода к программированию и составлению полной документации на построенную и проверенную модель.

10. Завершая работу над проектом, серьезно продумайте методы и подходы к представлению и использованию результатов.

11. Пусть вас не страшит то, что могут обнаружиться слабые места и недостатки в модели, результатах или плане их использования; своевременное выявление всех этих недочетов поможет вам быстрее их преодолеть.

12. Следите за работой модели на стадии внедрения полученных результатов и сохраняйте ваши связи с заказчиком-пользователем.

13. Постарайтесь объективно оценить весь проект — его достоинства, недостатки, ошибки, — с тем чтобы это помогло вам в будущих исследованиях.

14. Составьте итоговый документ с общей оценкой и критикой созданной модели, с тем чтобы отразить все ее аспекты.

Подобным же образом, составив список контрольных действий для аналитиков-разработчиков, можно обобщить и другие моменты, подробно освещенные в этой книге:

1. Убедитесь, что вы поняли существо проблемы и механизм работы системы. Еще и еще раз проверьте себя в разговоре с теми, кому эти вопросы ближе всего.

2. Аккуратно опишите задачи и диапазон исследования. Каковы его конкретные цели? Если вы не можете описать их несколькими четкими фразами, значит, вы не до конца осознали их.

3. Опишите границы изучаемой системы. Что в вашем исследовании будет принадлежать системе, а что нет?

4. Разработайте конкретный план действий. Является ли имитационное моделирование наиболее правильным подходом к решению проблемы? Если да, то каковы необходимые ресурсы, сколько и каких нужно специалистов? Разработайте план-график, составьте смету и другие документы, необходимые для проведения исследования.

5. Добейтесь совпадения взглядов администрации и заказчика-пользователя на цели, задачи, подход к их решению, планы и смету.

6. Опишите все подсистемы, взаимосвязи и другие необходимые свойства вашей системы. Определите, какие полезные данные можно получить на модели.

7. Разработайте логическую схему модели в том виде, в каком вы ее задумали.

8. Там, где это возможно, проведите эмпирические испытания (по подбору зависимостей и др.) для определения параметров и характеристик взаимосвязей, входных показателей и т. д.

9. Примите решение о выборе языка программирования и механизма учета временных характеристик для вашей модели.

10. Постройте и запрограммируйте модель, используя модульный подход, карты с комментариями и осуществляя четкое документирование и проверку на каждой стадии проекта.

11. Проверьте все подпрограммы и саму модель, чтобы убедиться, что она работает так, как было задумано.

12. Проверьте все подпрограммы генерирования случайных чисел, чтобы убедиться, что они действительно случайные и обеспечивают требуемое статистическое распределение.

13. Тщательно продумайте, как должна использоваться ваша модель. Для этого могут потребоваться ее предварительные прогоны и учет таких моментов, как

а) выбор и описание переменных, участвующих в эксперименте, и уровней значений входных переменных;

б) наличие или отсутствие автокорреляции;

в) схема проведения эксперимента;

г) начальные условия и точки начала замеров;

д) возможность использовать методы уменьшения дисперсии;

е) объемы выборок;

ж) способы проверки модели.

14. Выполните прогон и проверку вашей модели. Постоянно оценивайте разумность получаемых результатов, обсуждая их с заказчиком-пользователем.

15. Проведите анализ полученных результатов с проверкой чувствительности, построением доверительных интервалов и т. д.
16. Тщательно разработайте процедуру и методы представления результатов и рекомендаций администрации и заказчику-пользователю. Убедитесь, что они охватывают и конкретный план использования полученных результатов. При всех демонстрациях модели старайтесь шире пользоваться визуальными средствами.
17. Представляйте, популяризируйте, распространяйте результаты и рекомендации.
18. Постоянно следите за использованием результатов моделирования и по возможности сами участвуйте в этом процессе.
19. Убедитесь в том, что все этапы разработки модели и проведения исследования тщательно задокументированы.
20. Учитесь на своих ошибках!

7.14. Что же дальше?

Даже при поверхностном взгляде на имитационное моделирование оно не может не поразить нас широким размахом применений и важной ролью, которую оно играет и будет играть в нашей жизни. Едва ли можно найти какую-либо область человеческой деятельности, совсем не затронутую имитационным моделированием. Поэтому было бы интересно вкратце обсудить, каково было положение в этой области прежде, где мы находимся сейчас и куда мы, по всей вероятности, идем.

В своем приветствии летней конференции по машинному моделированию, проводившейся в 1972 г. в Сан-Диего (Калифорния), Карплюс [8] говорил о «четырех возрастах» техники и моделирования. Его основная идея опирается на предположение, что развитие любой отрасли техники проходит по единой и неизменной схеме, охватывающей четыре стадии, которые определяются типами доминирующих в них специалистов. Этими людьми являются:

— изобретатель;
— инженер;
— теоретик;
— пользователь,

которые и накладывают соответственно свой отпечаток на каждую из этих стадий.

Для всех этих стадий характерны развитие и исследования, но давайте посмотрим, куда на разных стадиях смещался «центр тяжести». Мы, кроме того, далее увидим, что моделирование теснейшим образом связано с развитием вычислительной техники.

На ранних стадиях развития любой отрасли науки и техники главную роль играл изобретатель. Для машинного моделирования стадия изобретателя, можно считать, занимала период с 1938 г., когда впервые был предложен операционный усилитель (впоследствии приведший к аналоговым моделирующим устройствам), примерно до 1953 г., когда на рынке появились первые аналоговые вычислительные машины. В это же время появилась работа фон Неймана и Улана, где было дано первое описание метода Монте-Карло, и приняли широкий размах работы по созданию ЭВМ, увенчавшиеся выпуском первых машин типа UNIVAC. Появление в 1953 г. вычислительной машины IBM 650 открыло период бурной конкуренции в области проектирования ЭВМ.

На инженерной стадии происходит сдвиг в область практического использования. Все так же делаются открытия и изобретения, но с гораздо более выраженным практическим уклоном. Для машинного моделирования этот период продолжался с 1953 г. примерно до 1962 г. В это время развитие цифровых, аналоговых и гибридных машин далеко обогнало все возможности пользователей эффективно использовать громадный потенциал вычислительной техники. В конце 50-х и начале 60-х годов мы наблюдали бурное развитие языков моделирования, целью которых было помочь аналитику быстро перевести свои идеи в форму, понятную машине. Профессии программистов и аналитиков стали дефицитными. Появились фирмы, специализирующиеся на разработке математического обеспечения, и фирмы, занимающиеся обслуживанием вычислительных машин, а в литературе стали публиковаться описания имитационных моделей простых систем.

Позже происходит новый сдвиг — в сторону теоретика. В имитационном моделировании эта стадия продолжалась с 1962 по 1970 г. Тогда аналитики и математики начали развивать саму идею моделирования и разрабатывать более формализованный, научный подход к нему. Стали появляться статьи, посвященные довольно тонким вопросам моделирования, таким, как теория выборки, начальные условия, статистический анализ выходных данных и т. д. Этот упор на теорию возвел имитационное моделирование в ранг академической науки, что сопровождалось появлением формальной теоретической школы и образованием научных обществ (например, советов по имитационному моделированию), деятельность которых была посвящена этой области.

Состояние имитационного моделирования в конце стадии теоретика можно охарактеризовать следующим образом. К 1970 г. было опубликовано уже много отличных статей по моделированию систем массового обслуживания, систем обработки материалов, транспортных систем, оборудования авиакосмических систем, систем управления запасами, систем снабжения и т. п. Мы легко могли создавать модели автоматических систем, не включающих человека. Мы справлялись и с решением средствами моделирования задач организационного управления, которые обладали следующими свойствами:

— были направлены на решение производственных задач организации;
— возникали на среднем уровне административной иерархии;
— имели количественные характеристики;
— касались в основном улучшения экономических параметров;
— имели скалярные целевые функции.

Интересно сравнить типы сообщений на конференции по машинному моделированию летом 1970 г. с сообщениями на аналогичной конференции, состоявшейся зимой 1973 г. На конференции 1973 г. основное внимание уделялось проблемам развития городов, национальной экономической политике, глобальному моделированию, политике взаимоотношений с общественностью, охране окружающей среды и другим проблемам, к которым приковано общественное внимание. Было бы правильным сказать, что в 1973 г. большинство докладов было посвящено поискам научного подхода к решению социальных и политических проблем, а это сильное доказательство того, что в моделировании наступила новая стадия — стадия пользователя.

Эта конечная стадия характеризуется значительно большим вниманием к результатам и последствиям работы, чем к ее техническим деталям. Конечным пользователем может быть экономист, политик, адвокат, врач или гуманитарий. С ростом веры пользователя в силу вычислительных машин и языков имитационного моделирования работы все меньше и меньше перегружаются математическими рассуждениями и деталями вычислений. В то же время уделяется все более серьезное внимание конечному использованию моделей, учету всех социальных, экономических и политических факторов. Один из результатов этого состоит в том, что основной упор делается уже не на «оптимизацию решения», а на более тщательное рассмотрение вероятных исходов и учет всех возможных альтернатив. Результаты, полученные во многих исследованиях с построением имитационных моделей, фактически используются не на практике, а как дополнительное оружие в политической борьбе вокруг важных социальных вопросов.

Что же дальше? Мы ничем не рискуем, утверждая, что и дальше будем пользоваться плодами творчества изобретателей и инженеров, работающих над созданием технической базы, математического обеспечения и мощных языковых средств. В имитационном моделировании будет неуклонно возрастать, например, роль машинной графики и методов работы на ЭВМ в оперативном режиме (онлайн).

Точно так же можно утверждать, что теоретическая и научная база имитационного моделирования будет укрепляться и дальше по мере решения математиками и исследователями задач проектирования многомерных поверхностей отклика, проверки адекватности моделей, автокорреляции и т. п. Но настоящее поле деятельности всегда будет содержать задачи, которые

— возникают на высших уровнях иерархии управления;
— являются интегрированными и стратегическими по своей природе;
— имеют многокритериальные целевые функции;
— содержат переменные, не выражаемые количественно;
— требуют учета суждений и предпочтений лиц, принимающих решения.

Моделирование является столь мощным и гибким средством решения задач, возникающих в сложных системах, что нет сомнения в том, что оно и дальше будет усиленно развиваться. Мне кажется, уже сегодня можно указать свыше трех сотен примеров успешного его применения. Этот список будет насчитывать тысячи применений, когда моделирование глубже проникнет в социальную, политическую и экономическую области. Однажды я слышал докладчика, который утверждал, что нет ни одной проблемы, которую нельзя было бы решить с помощью имитационного моделирования. Хотя в этом заявлении содержится некоторое преувеличение, я глубоко уверен в том, что имитационное моделирование оказывает и еще долго будет оказывать растущее влияние на жизнь каждого из нас.

ЛИТЕРАТУРА

1. Albers H. H., Organized Executive Action, Wiley, Inc., New York, 1961, p. 229.
2. Anshoff H. I., Hayes R. L., Role of Models in Corporate Decision Making, Proceedings of IFORS Sixth International Conference, Dublin, Ireland, 1972.
3. Barnard C. I., The Functions of the Executive, Harvard University Press, Cambridge, Mass., 1938, p. 194.
4. Bean A. S., Client Receptivity and the Structure of the MS-Client Interface, Presented at Joint National Meeting of TIMS, ORSA and AIIE, Atlantic City, N. J., Nov. 1972.
5. Churchman C. W., Ackoff R. L., Arnoff E. L., Introduction to Operations Research, Wiley, Inc., New York, 1957, p. 132; есть русский перевод: Черчмен У., Акоф Р., Арноф Л., Введение в исследование операций, изд-во «Наука», М., 1968.
6. Eilon S., What is a Decision? Management Science, v. 16, № 4, Dec. 1969.
7. Hovey R. W., Wagner H. M., A Sample Survey of Industrial Operations Research Activities, Operations Research, v. 6, 1958, p. 878—881.
8. Karplus W. J., The Four Ages of Technology — and Simulation, Simulation, v. 19, № 3, Sept. 1972.
9. March J. S., Simon H., Organizations, Wiley, Inc., New York, 1958.
10. Maynard J., Modular Programming, Auerbach Publishers, Princeton, N. J., 1972.
11. Morris W. T., The Analysis of Management Decisions, Richard D. Irwin, Inc., Homewood, Ill., 1964, p. 502.
12. Olsen R. P., Sasser W. E., Managing the Development of a Large-Scale Simulation, Harvard Business School Working Paper 71—77, Presented at 39th National ORSA Meeting, Operations Research, v. 19, Suppl. 1, Spring, 1971.

13. Rubernstein A. H. et al., Some Organization Factors Related to the Effectiveness of Management Science Groups, Management Science, v. 13, № 8, Apr. 1967.
14. Schumacher C. E., Smith B. E., A Sample Survey of Industrial Operations — Research Activities II, Operations Research, v. 13, № 6, Nov. — Dec. 1965.
15. Shannon R. E., Biles W. E., The Utility of Certain Curriculum. Topics to Operations Research Practitioners, Operations Research, v. 18, № 4, Jul. — Aug. 1970.
16. Shycon H. N., All Around the Model, Interfaces, v. 1, № 4, Jun. 1971.
17. Shycon H. N. All Around the Model, Interfaces, v. 1, № 6, Aug. 1971.
18. Shycon H. N., All Around the Model, Interfaces, v. 2, № 3, May 1972.
19. Simon H. A., Administrative Behavior, the MacMillian Co., New York, 1961, p. 203.
20. Turban E., A Sample Survey of Operations-Research Activities at the Corporate Level, Operations Research, v. 20, № 3, May — Jun. 1972.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

П.А.1. МОДЕЛИРОВАНИЕ АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ ИНФОРМАЦИОННО-ПОИСКОВОЙ СИСТЕМЫ[1)]

Шроер[2)]

Этот пример дает читателю представление о том, какого типа вопросы встают перед разработчиками модели. Особое внимание рекомендуется обратить на разделы, посвященные сбору данных и тактическому планированию работы информационно-поисковой системы (ИПС).

Введение

Информационный центр по техническому обеспечению программы «Аполлон» был созда для сбора, хранения и распространения информации по техническим характеристикам материалов, деталей, узлов и устройств, применяемых в отдельных проектах программы «Аполлон». В частности, информационная система центра содержит данные по их идентификации, предъявляемым техническим требованиям, испытаниям, надежности, сфере применений, нормальным и экстремальным условиям эксплуатации, а также профилактическому контролю.

На рис. П.А.1.1 в обобщенном виде представлена схема информационных потоков в системе. По различным входным документам, содержащим информацию для ввода в ИПС, составляются рефераты, которые записываются на магнитную ленту и образуют библиографический архив. После кодирования рефератов документы записываются на видеомагнитную ленту, образуя документальный архив. Оригиналы их хранятся в ручной картотеке на обычных библиотечных стеллажах.

Справочная служба информационного центра обслуживает пользователей в двух основных режимах: режиме рассылки указателей и режиме типа «запрос — ответ». Указателем по опреде-

---

[1)] Из неопубликованной диссертации на соискание ученой степени магистра наук «Имитационная модель для оценки проектируемого расширения справочной службы Информационного центра по техническому обеспечению программы «Аполлон», Университет шт. Алабама, г. Ханствил, шт. Алабама, 1967 г.

[2)] Научный сотрудник Центра по исследованию окружающей среды, Университет шт. Алабама, г. Хантсвил.

ленному виду материалов или изделий называется периодическое издание, содержащее краткую реферированную информацию о них. Главное назначение указателей — обеспечивать пользователей концентрированной информацией из документов, хранящихся в системе. Режим типа «запрос — ответ» является основным в ра-

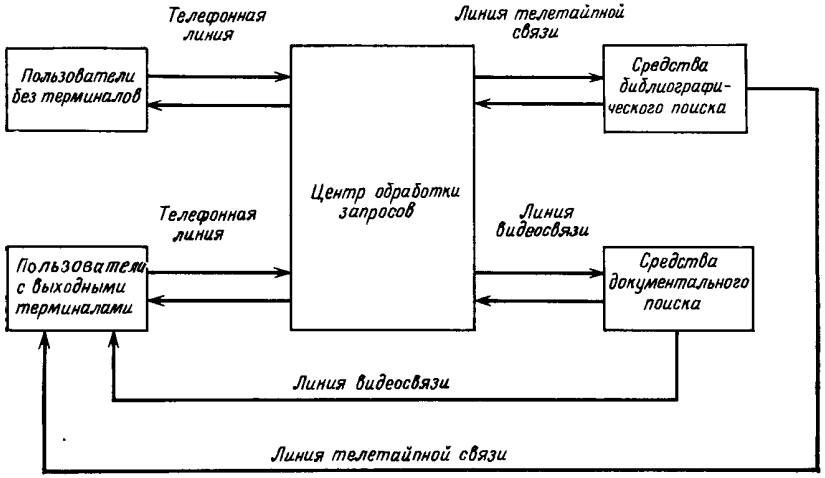


Рис. П.А.1.1. Обобщенная схема информационно-справочного обслуживания в режиме типа «запрос—ответ».

боте информационного центра; в нем пользователь передает свой запрос в центр по телефону и получает ответ также по телефону или по почте.

Процедуры обработки запросов

Информационные запросы от пользователей поступают по телефону в центр обработки запросов, который связан с другими частями системы двумя замкнутыми телефонными линиями, на каждой из которых стоят по два телефонных аппарата. Из-за сложности запросов информационный центр не может предоставить пользователям возможность непосредственного обращения к системе. Получение, стандартизация и кодирование запросов производятся сотрудниками центра. Запросы делятся на три класса, соответствующие трем схемам обработки: специальный ручной поиск, машинный поиск в библиографическом архиве и машинный поиск в документальном архиве.

Ручной поиск проводится по запросам, которые нельзя удовлетворить просмотром библиографического архива. Процедура обработки такого класса запросов показана на рис. П.А.1.2. После

получения запроса один из специалистов центра проводит по нему соответствующий поиск. Полученный ответ записывается; пользователя по телефону запрашивают, нужно ли изготовить для него

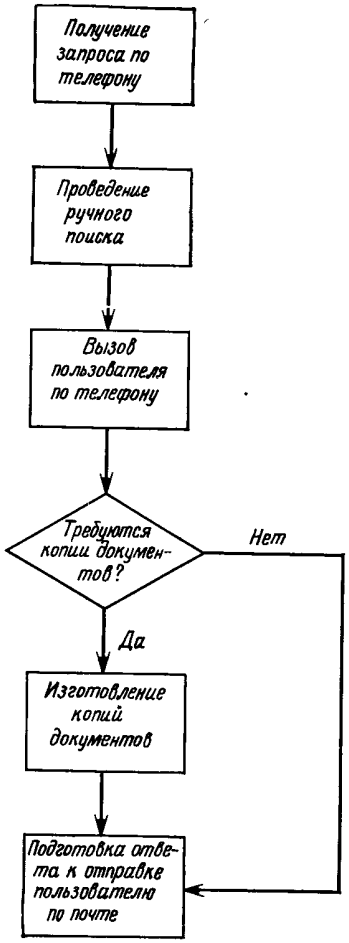


Рис. П.А.1.2. Алгоритм обработки запросов класса ручного поиска.

копии имеющихся по теме запроса документов. Если нет, то ответ на запрос высылается ему по почте, если да, то с нужных документов снимаются копии и подготавливаются для отправки пользователю по почте.

Поиск в библиографическом архиве представляет собой автоматизированную процедуру, которая позволяет получить в сжа-

том виде информацию о документах, хранящихся в ИПС. Общая схема обработки такого класса запросов отражена на рис. П.А.1.3.

После получения запроса ввод его осуществляется вручную через телетайп. Центр располагает одним телетайпом как для передачи, так и для получения информации. Если телетайп оказался занят, запрос набивается на перфокарты, которые вводятся в устройство чтения карт, сопряженное с телетайпом. Далее запрос поступает в коммутационный процессор, функции которого сходны с функциями телефонной подстанции, выполняющей переключения телефонных каналов. В этом коммутационном процессоре запросы накапливаются и передаются далее центральному процессору в режиме «первым пришел — первым обслуживаешься». Поскольку к центральному процессору системы могут одновременно подключаться много абонентов, запрос ставится в очередь, где он будет находиться до тех пор, пока процессор не освободится, чтобы его обслужить.

Ответ на запрос формируется в центральном процессоре, производящем соответствующий поиск. Данные ответа передаются коммутационному процессору и ставятся в очередь до освобождения приемного устройства. Если запрос получен от пользователя, имеющего доступ к внешнему терминалу системы и желающего получить ответ по телетайпу, ответ от коммутационного процессора направляется сразу же на этот терминал. Если пользователю требуются копии каких-либо документов, указанных в ответе, то для их получения он должен представить дополнительный запрос.

Ответы на запросы тех пользователей, которые не имеют доступа к выходным терминалам, передаются коммутационным процессором для печати на телетайпе в центре обработки запросов. Если пользователь по телефону сообщает, что ему требуются копии всех документов, рефераты которых найдены в ходе библиографического поиска, запрос направляется средствам документального поиска. Пользователя, который не указал, нужны ли ему копии документов, запрашивают об этом по телефону. В случае, когда эти копии не нужны, ответ готовится к отправке по почте. Если пользователь по телефону сообщит о том, что ему требуются копии документов, хранящихся в ИПС, его запрос передается средствам документального поиска.

Автоматизированный документальный поиск планируется как дальнейшее развитие информационно-справочной службы центра. Этот класс поисковых операций должен удовлетворять запросам на получение копий конкретных документов, хранящихся в массиве документов ИПС. Процедура получения ответов на запросы этого типа представлена на рис. П.А.1.4. По цифровому индексу, содержащему номер документа, вручную производится поиск его адреса хранения, который вводится в ИПС через терминал. Если терминал оказывается занят, адрес хранения документа набивает-

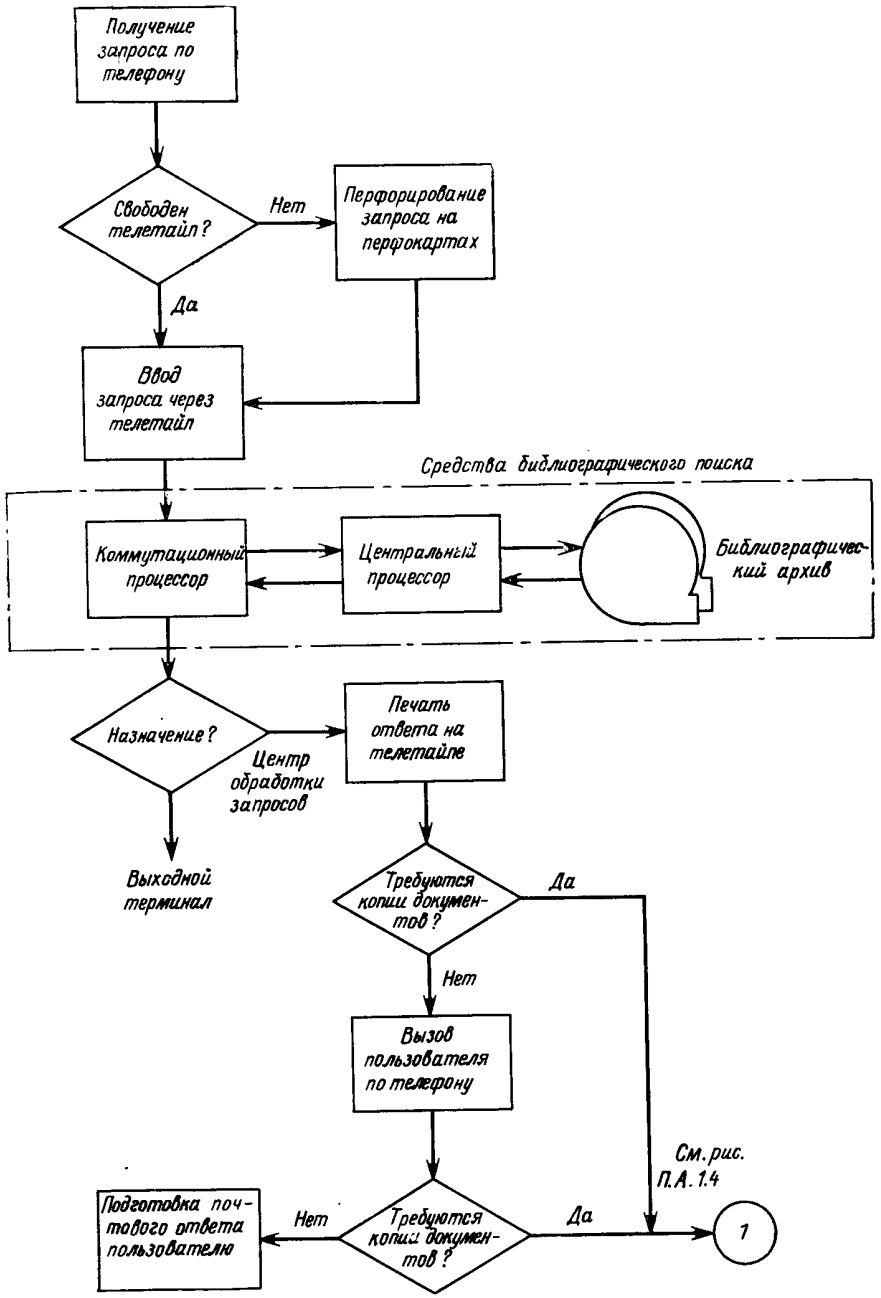


Рис. П.А.1.3. Алгоритм обработки запросов класса библиографического поиска.

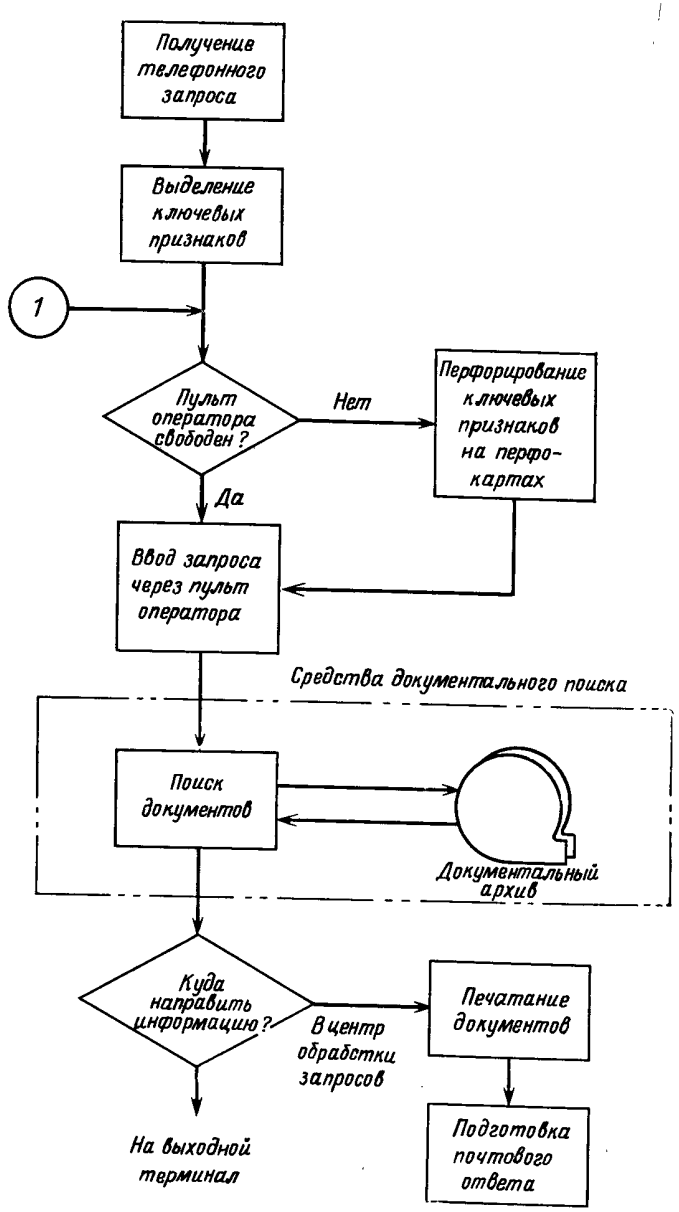


Рис. П.А.1.4. Алгоритм обработки запросов класса документального поиска.

ся на перфокарту, которая вводится в устройство чтения карт терминала. Если пользователь имеет доступ к внешнему терминалу, то при необходимости получения документов они вызываются прямо на этот терминал. При этом пользователь имеет выбор: он может ограничиться чтением изображения документа с экрана или получить его распечатку с алфавитно-цифрового печатающего устройства терминала. При отсутствии доступа пользователя к внешнему терминалу необходимые ему документы выдаются на быстродействующее печатающее устройство в центре обработки запросов.

Построение модели

Несмотря на то что информационный центр уже работал, важно было провести оценку его возможностей, чтобы убедиться, что он сможет удовлетворить запросы и при их ожидаемом увеличении. Кроме того, обширные исследования оборудования позволили получить рекомендации относительно типов оборудования, которые целесообразно использовать для расширения центра. Однако оставалось неясным, как встроить рекомендуемое оборудование в существующий центр и затем оценить его производительность.

Цель описываемого исследования заключалась в оценке существующей справочной службы с учетом предлагаемых изменений для выявления его потенциальных возможностей удовлетворения запросов пользователей. Критерием оценки служило время оборота запроса в справочной службе системы. Это время определялось как общее время полной обработки запроса с момента поступления его в центр обработки запросов до отсылки документа или выдачи ответа пользователю.

Для описания процедуры получения ответа на запрос использовался ряд простых взаимосвязей, выраженных в цифровой форме. Выражения для времени оборота запроса были получены выделением в этих взаимосвязях рабочих компонентов и компонентов ожидания и их суммированием. С помощью такой модели, построенной на математических выражениях для времени оборота запросов, производилось моделирование работы центра при различных условиях. Поскольку этими условиями можно было управлять, легко проверялось влияние изменения одного или сразу же нескольких параметров.

Модель опиралась на следующие классы запросов:

1. Обработка запроса требует использования определенного набора устройств аппаратной части системы ($F1$, $F2$, ..., FM).

2. Между устройствами этого набора могут возникать очереди ($Q1$, $Q2$, ..., QN).

3. Компонент ($C1$, $C2$, ..., CK) определяется в единицах времени. Время обработки запроса на некотором устройстве системы

есть рабочий компонент ($t_1(F1)$, $t_2(F2)$, ..., $t_i(FM)$). Время нахождения запроса в очереди есть компонент ожидания ($t_1(Q1)$, $t_2(Q2)$, ..., $t_j(QN)$).

4. Время оборота каждого типа запроса есть функция набора компонентов ($C1$, $C2$, ..., CK) и выражается в виде

$$T_q = f(C1, C2, ..., CK). \quad (1)$$

Набор рабочих компонентов и компонентов ожидания, связанный с каждым T_q, выражается как функция

$$T_q = f(t_1(F1), t_2(F2), ..., t_i(FM); t_1(Q1), t_2(Q2), ..., t_j(QN)) \quad (2)$$

Полагая, что оба вида компонентов являются независимыми друг от друга, выразим T_q следующим образом:

$$T_q = \sum_{i=1}^{M} t_i(FM) + \sum_{j=1}^{N} t_j(QN), \quad (3)$$

где T_q — время оборота каждого типа запроса ($q=1, 2, ..., 10$), $t_i(FM)$ — время, требуемое для обработки запроса устройством M и $t_j(QN)$ — время ожидания запроса в очереди N до того, как освободится следующее устройство для продолжения обработки запроса.

В качестве языка моделирования был использован Универсальный Системный Имитатор II (GPSS), разработанный фирмой UNIVAC [3]. Блочная структура этого языка и использование операций преобразования делают его идеальным для этих целей. В модель были включены 250 блоков, 38 функций, 12 устройств, 13 очередей и получены 24 выходные таблицы.

Сбор данных

Цель этого этапа — сбор данных по рабочим компонентам $t_i(FM)$ и по дополнительным входным параметрам, необходимым для моделирующей программы. Работа по сбору данных разделяется на две фазы: сбор имеющейся эмпирической информации и формирование данных, для которых такая эмпирическая информация отсутствует и которые связаны с перспективным развитием информационного центра.

Сбор эмпирических данных проводился с января по сентябрь 1966 г. Основными источниками служили записи из журнала запросов, магнитофонные записи заказов, сделанных по телефону, и внутренние еженедельные и ежемесячные отчеты. Судя по собранной статистике, распределение моментов поступления запросов подчинялось закону Пуассона. Следовательно, время между запро-

сами можно было описать отрицательным экспоненциальным распределением. Исходя из расчетного темпа роста запросов, строились соответствующие экспоненциальные распределения. Некоторые временные характеристики, например время связи с заказчиком по телефону и время проведения библиографического поиска, были описаны распределением Эрланга. Ряд видов распределений не удалось аппроксимировать ни одним из стандартных теоретических распределений. К ним относились, например, количество вопросов по одному запросу класса 1, количество документов на ответ, количество страниц на документ. В этих случаях в качестве входного параметра использовались данные реальных выборок.

Методика получения ответов на запросы классов 2 и 3 связана с планируемым развитием центра, поэтому какие-либо эмпирические данные по частоте запросов таких типов отсутствовали. Было предложено установить в радиусе 50 км от центра терминальные устройства для связи пользователей с системой. Соответствующие оценки для запросов этих типов были получены по записям из журналов запросов.

Не было статистики и по времени задержки, возникающей в том случае, когда сотрудник центра готов изложить по телефону полученный по запросу ответ, но телефон пользователя оказывается занятым. Поэтому было сделано допущение, что из-за занятости номеров телефонов пользователей может оказаться задержанным некоторый процент ответов, и попытки дозвониться до пользователя предпринимались через равные отрезки времени. Момент времени телефонного вызова зависит от типа переговоров (персональный, между станциями или вызов прямым набором), а также от расстояния. Распределения средней продолжительности телефонных вызовов по разным типам телефонных информационных запросов были получены в результате беседы с представителем фирмы Southern Bell Telephone.

В период сбора данных было обнаружено, что время печати ответа на телетайпе зависит от выходных форматов и объема распечатки ответа. Таким образом, точных эмпирических данных по времени печати получить нельзя. Другими рабочими компонентами, по которым отсутствовала статистика, были время проведения ручного поиска ответа на запрос, время подготовки полученного ответа к отправке заказчику по почте и время просмотра индекса для локализации поискового номера документа. Беседы с сотрудниками центра, занятыми обработкой запросов, помогли получить оценки среднего времени для каждого из этих компонентов.

Тактическое планирование

При оценке возможностей информационно-справочной службы центра можно рассмотреть комбинацию параметров (таких, например, как планируемый темп увеличения поступления запросов)

в качестве входных переменных моделирования. Тогда оце
устройств аппаратной части и возникающих при обработке за
сов очередей будет функцией темпа поступления запросов. Пе
непосредственной разработкой имитационной модели необход
определить начальные условия, положение равновесия, конеч
условия и размер выборки.

Поскольку в имитационной модели требуется, чтобы до мо
та достижения системой состояния *равновесия* или устойчиво
прошло определенное время, начальный неустойчивый уча
прогона модели не должен учитываться при получении ее вых
ных параметров. Длительность этого периода достижения си
мой состояния устойчивости является функцией количества за
сов, поступивших в центр, и количества запросов, прошедших ц
обработки. Согласно Конвею [1], для определения моментов
ведения измерений нет каких-либо объективных критериев; од
ко этот автор рекомендует выполнять сразу несколько измер
и брать среднее значение.

Время, необходимое для достижения системой состояния р
новесия, зависит от ее начальных условий. В начальный мом
прогона модели устройства не заняты и очередей нет, поэт
любые другие начальные условия только увеличат время дос
жения состояния равновесия. В идеальном случае выбирать
чальные условия нужно так, чтобы они соответствовали услови
при которых центр достигает состояния равновесия. Однако та
информация отсутствует, поэтому выбор начальных условий
новится субъективным делом. Первоначально в модели цен
были приняты такие начальные условия, при которых фор
вались 10 запросов в нулевой момент времени.

После того как сформированы эти первые 10 запросов, ре
зуется выбранный темп поступления запросов. Такой подход
пользовал Конвей при определении точки устойчивости. Все
просы были объединены в группы по 25 запросов в порядке
поступления из центра. Вычислялось среднее время оборота за
са для каждой группы, которое представлено на рис. П.А.1.5. З
учтены и ранее сформулированные начальные условия. Пер
пик, не являющийся ни максимумом, ни минимумом для всей се
запросов, соответствует четвертой группе. Поэтому данные по п
вым 100 запросам в модель не входят. Эта точка устойчиво
модели была принята постоянной для всех ее циклов.

Конечные условия модели предопределяют *останов* цикла
делирования после обработки в информационном центре за
ного числа запросов. На количество запросов, поступающих
вход модели, никаких ограничений сверху не наложено, поэт
после получения конечных условий могут оставаться необслуж
ными запросы, находящиеся на обработке в устройствах систе
или в очередях.

Для определения *размеров выборки* применяются различные методы. В одном из часто используемых методов устанавливается такой размер выборки, при котором достигается данный доверительный уровень нахождения определенного устройства или очереди в заданном состоянии или условиях. Поскольку ИПС включает в себя множество устройств и очередей и при этом некоторые из них используются не слишком часто, такой подход требует выборки очень большого размера. Поэтому для определения размера выборки удобнее было бы использовать время оборота запроса. Далее по результатам, полученным для различных устройств системы и очередей, проводилось сравнение альтернатив.

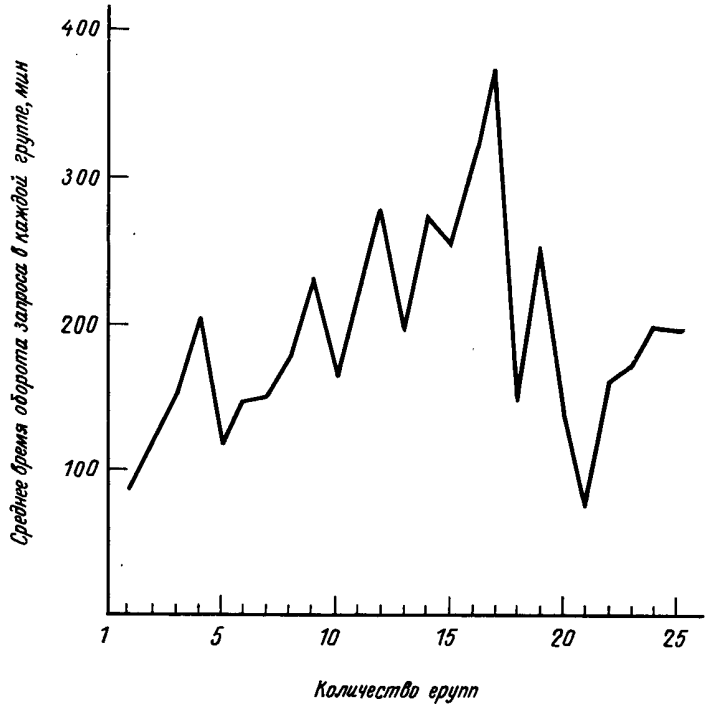


Рис. П.А.1.5. Среднее время оборота запроса для каждой группы по 25 запросов.

При нахождении размера выборки все запросы объединялись в группы по 25 запросов в порядке их поступления из центра. Подсчетом среднего времени оборота запроса в каждой группе была получена серия из n измерений $x_1, x_2, \ldots, x_n$. Центральная предельная теорема позволяет предположить нормальное распределение x в каждой группе. В соответствии с неравенством Чебышева вы-

бирается такая величина n_x, что при 95%-ном доверительн уровне

$$1{,}96\sigma_{\bar{x}} \leqslant \bar{x},$$

где $\bar{x}$ — оценка действительного среднего.

Полученные n измерений связаны со временем, т. е. после вательно проводимые измерения нельзя считать независимы Поэтому здесь использовалась дисперсия среднего для автокор лированных рядов [2]. Минимальный размер выборки, получ ный аналитически, равнялся 500.

Выходные параметры модели

Выходные параметры модели описывают следующие харак ристики ИПС: 1) среднее время ответа на запросы различн типов (т. е. среднее время оборота запросов); 2) усредненные д ные по загрузке устройств аппаратной части; 3) среднее вре ожидания в устройствах. Кроме этих данных, модель также поз ляет получить 1) распределение времени оборота запросов; 2) р пределение времени ожидания в очередях; 3) максимальные дли очередей; 4) средние длины очередей; 5) общее количество зап сов, прошедших все очереди с нулевым временем ожидания.

Анализ результатов работы имитационной модели показыва что при достижении планируемого темпа поступления информа онных запросов потребуется выполнить ряд небольших измене в конфигурации аппаратной части ИПС и в расстановке обслу вающего персонала. Большинство этих мер требует наращива мощности системы и увеличения штата информационного цен или перераспределения обязанностей между его сотрудниками.

ЛИТЕРАТУРА

1. Conway R. W., Some Tactical Problems in Simulation Methods, Memoran RM-3244-PR, The Rand Corporation, Santa Monica, Calif., 1962.
2. Geisler M. A., The Sizes of Simulation Samples Required to Compute Ce Inventory Characteristics with Stated Precision and Confidence, RM-3242- The Rand Corporation, Santa Monica, Calif., 1962.
3. General Purpose Systems Simulator II on the Univac 1107 Users Manual, vac Division of Sperry Rand Corporation, New York, 1965.
4. Operation Program Plan, Astrionics Laboratory, George C. Marshall Space Fl Center, Huntsville, Ala., 1965.
5. Specifications for Supplementary Hardware to a Mass Storage Device Sy Astronics Laboratory, George C., Marshall Space Flight Center, Huntsville, 1965.
6. The «Videofile System», Datamation, Jan. 1965.

П.А.2. МОДЕЛЬ ОТРАЖЕНИЯ АТАКИ РАКЕТНОЙ БАТАРЕЕЙ ПВО[1)]

Шеннон

Этот пример показывает, как можно использовать логику и знание простых физических и временных соотношений для структуризации моделируемых процессов. Многие из реальных систем и процессов настолько просты, что специалисты способны разобраться в них путем одного лишь их наблюдения и последующего обсуждения.

Введение

Целью этого приложения является описание простой имитационной модели, которую можно применить для анализа чувствительности параметров систем вооружений. Такой подход — использование игровых имитационных моделей для выбора и оценки оружия — хорошо известен системным аналитикам. Подробные имитационные модели, постоянно совершенствуемые в процессе работы с ними, позволяют изучать взаимодействие компонентов сложных систем оружия. Укрупнение и усложнение этих моделей объясняется желанием максимально приблизить модель к описываемой ситуации, но, к сожалению, это все более и более затрудняет оценку влияния какого-либо определенного параметра на общую эффективность работы системы. Поэтому ясно, что для адекватной оценки эффективности системы и оптимального выбора необходимо разработать не просто одну большую сложную модель, а скорее целое семейство моделей.

Создание любой модели преследует две основные цели. Модель, во-первых, должна быть достаточно простой, с тем чтобы обеспечивать быструю выдачу ответов на поставленные вопросы. Во-вторых, допущения, принятые в ней, не должны маскировать существенных факторов в описании работы системы. Таким образом, разработчик модели сразу же сталкивается с необходимостью пойти на некий компромисс: модель должна хорошо аппроксимировать

[1)] Из отчета «Отражение воздушной атаки — модель I», подготовленного Научно-исследовательским институтом при Университете шт. Алабама, г. Хантсвил, шт. Алабама, сентябрь 1968 г. Работа финансировалась командованием ракетных войск Армии США по контракту DA-AH01-67-01630.

важнейшие моменты в тех ситуациях, в которых будет действов разрабатываемая система оружия, но в то же время для быстр выдачи ответов ей надлежит быть достаточно простой.

Модель, которая описывается в этом приложении, всего ли одна из семейства моделей оценки ракетных систем ПВО. Эта м дель может быть применена для оценки некоторых параметр таких систем при отражении атаки низколетящего самолета пр тивника.

Системы поражения низколетящих самолетов предназначают для защиты гражданского населения, складов, артиллерийск позиций, скоплений транспорта, войск и т. п. Назначение же л бой системы наступательного оружия — разрушить заданные це с наименьшими для себя потерями. Обычно считается, что обор нительная система не может предотвратить мощный удар враж ского наступательного оружия, который выведет из строя вы ленное ему множество целей, если наступающая сторона гото пойти на определенные потери. Назначение защиты, таким об зом, состоит в том, чтобы заставить нападение понести эти поте По терминологии теории игр ее целью является максимизация трат нападения при минимизации собственных затрат. Систе оборонительного оружия сами по себе являются важными и до гими объектами, уничтожение которых входит в число целей падения. По существу, такие системы обычно сами являют наиважнейшими или первоочередными целями при любой в жеской атаке.

Нападение, в общем случае, стремится уничтожить компле ПВО как можно раньше, атакуя их ракетами с низколетящих молетов. В противоположность бомбовому удару ракетная ат может быть проведена со значительно большего расстояния, увеличивает вероятность выживания атакующего самолета. Ра ная атака с малой высоты, кроме того, значительно уменьша вероятность обнаружения самолета до появления его в зоне по жения зенитным огнем.

Принятые допущения и входные параметры модели

Основная цель построения этой модели — создать средство оценки влияния отдельных параметров наземной ракетной ба реи ПВО при отражении ею атаки вражеского самолета-рак носца. Каждая из противоборствующих сторон стремится уни жить другую. При этом возможны лишь четыре исхода:

— самолет гибнет, батарея ПВО выживает;
— самолет выживает, батарея ПВО гибнет;
— обе стороны гибнут;
— обе стороны выживают.

Кроме важнейших тактико-технических данных нападающе

обороняющейся сторон, модель должна содержать и определенные «правила игры», которые для данного случая можно записать так:

1. Частичные повреждения самолета или батареи ПВО в модели не рассматриваются. В любой момент атаки каждая из сторон может либо быть полностью уничтожена, либо сохранять полную боеспособность.

2. Целью для батареи ПВО может служить лишь самолет, а не выпущенные им ракеты.

3. И самолет, и батарея ПВО открывают огонь лишь тогда, когда противник попадает в соответствующую зону поражения.

4. Стороны продолжают вести огонь до тех пор, пока не наступит один из первых трех возможных исходов или пока не кончится боекомплект.

5. Атакующий самолет продолжает лететь с постоянной скоростью и выпускать ракеты класса «воздух — земля» на цель до наступления одного из первых трех возможных исходов или до исчерпания своего боекомплекта, после чего он сразу разворачивается и удаляется с той же скоростью.

Основные тактико-технические данные самолета и его ракетного вооружения:

V — скорость самолета;
D_1 — интервал между последовательными пусками ракет;
M — количество ракет в боекомплекте;
R_1 — пороговая, или максимальная, дальность полета ракеты;
$U_1(R)$ — средняя скорость авиационной ракеты класса «воздух — земля» как функция дальности цели;
$P_1(R)$ — вероятность поражения цели первой ракетой как функция дальности цели.

Основные тактико-технические данные наземной ракетной батареи ПВО:

D_2 — интервал между последовательными пусками ракет;
N — количество ракет в боекомплекте;
R_2 — пороговая, или максимальная, дальность полета ракеты;
$U_2(R)$ — средняя скорость ракеты класса «земля — воздух» как функция дальности цели;
$P_2(R)$ — вероятность поражения воздушной цели первой ракетой как функция дальности цели.

Как уже говорилось, в таком бою могут быть лишь четыре исхода. Использование метода Монте-Карло для подсчета вероятностей этих исходов для одного или даже нескольких вариантов боя не имеет смысла. Модель, работающая очень быстро, позволяет легко разыграть, например, 1000 ситуаций (80 с машинного времени на ЭВМ UNIVAC 1107) при любом наборе входных параметров. Это дает аналитику возможность определить с большой точностью вероятности всех исходов.

Кроме вероятности наступления каждого из четырех исходов

боя, нас интересует и ожидаемая цена достижения благоприят
исхода (количество выпущенных ракет). Программа вычисляет
по накопленной статистике предыдущих боевых ситуаций.

Один прогон машинной программы модели позволяет полу
следующее:

1. Хронологическую последовательность критических собы
предыдущих боев.

2. Последовательность событий каждого боя.

3. Вероятность появления каждого из исходов на большом
тервале времени.

4. Частотные распределения ракет, которые необходимо вы
стить, чтобы поразить цели, для наземной батареи ПВО и
самолета противника.

5. Ожидаемое число ракет класса «земля — воздух» и
дух — земля», необходимых для поражения цели соответстве
наземной батареей ПВО и атакующим самолетом противника.

Принцип работы модели

После того как параметры, характеризующие атакующу
обороняющуюся стороны, введены в модель, машинная програ

1) вычисляет количество ракет, выпущенных наземной ра
ной батареей ПВО;

2) определяет моменты времени, когда происходят пуски р
класса «воздух — земля» с борта атакующего самолета и р
класса «земля — воздух» с наземной батареи ПВО;

3) вычисляет соответствующий диапазон действия ракеты
каждом пуске;

4) вычисляет моменты времени, когда каждая из выпущен
наземной батареей и атакующим самолетом ракет достигнет
ветствующей цели;

5) дает временну́ю последовательность критических соб
боя;

6) на основе этой последовательности делает вероятност
выборку по методу Монте-Карло;

7) вычисляет вероятности исходов и другие выходные вели
модели.

Вывод уравнений

Эта модель является моделью последовательности критичес
событий, т. е. уравнения в ней даны в относительном врем
Если за начало боя (т. е. момент пуска первой ракеты любо

сторон) принять $t=0$, то все остальные события данного боя нужно отсчитывать от этого момента. Одним из допущений, использованных при построении этой модели, является допущение, что самолет и батарея ПВО открывают ракетный огонь лишь тогда, когда противник окажется у порога дальности действия ракеты, значения которых введены в модель в качестве входных параметров. Таким образом, все уравнения зависят от того, чья дальность больше зенитных или бортовых самолетных ракет, поскольку этим определяется, кто первым произведет пуск ракеты и тем самым задаст точку отсчета времени.

Если считать, что t_c есть момент относительного времени, когда самолет выпускает свою последнюю ракету, то

$$t_c=(M-1)D_1 \quad \text{при} \quad R_1>R_2, \tag{1}$$

$$t_c=\frac{R_2-R_1}{V}+(M-1)D_1 \quad \text{при} \quad R_2>R_1. \tag{2}$$

Как только самолет выпустит свою последнюю ракету, то в соответствии с правилами игры он тут же разворачивается и удаляется с той же скоростью. Поэтому можно подсчитать расстояние $R(t)$ между самолетом и батареей ПВО в любой момент времени t:

$$R(t)=R_1-Vt \quad \text{при} \quad t<t_c,\ R_1>R_2, \tag{3а}$$

или

$$R(t)=R_1-2Vt_c+Vt \quad \text{при} \quad t\geqslant t_c,\ R_1>R_2; \tag{3б}$$

$$R(t)=R_2-Vt \quad \text{при} \quad t<t_c,\ R_2>R_1, \tag{4а}$$

или

$$R(t)=R_2-2Vt_c+Vt \quad \text{при} \quad t\geqslant t_c,\ R_2>R_1. \tag{4б}$$

Максимальное число ракет, которое может использовать в бою самолет, равно M — его боекомплекту. С другой стороны, максимальное число ракет, которые может выпустить по самолету ракетная батарея ПВО, зависит от времени нахождения самолета в пределах зоны ракетного огня батареи и также может достигнуть числа ракет в боекомплекте батареи. Время нахождения самолета противника в зоне ракетного огня $T(R)$ определяется выражением

$$T(R)=2\left[\frac{R_2-R_1}{V}+(M-1)D_1\right]. \tag{5}$$

Теперь можно подсчитать L — максимальное число ракет, выпущенных ракетной батареей ПВО.

Поскольку

$$A=\frac{T(R)}{D_2}, \tag{6}$$

$$L=A+\Delta, \tag{7}$$

где Δ — дополнение к A до ближайшего целого числа в том случае, если A имеет дробную часть.

Очевидно, что при $L>N$ батарея израсходует весь свой боекомплект, поэтому L берется равным N.

Найдя t_c (критическое время) и L (максимальное число ракет, которые выпустит батарея ПВО), можно определить относительные моменты времени для критических событий боя, т. е. E_i — момент пуска самолетом i-й ракеты; F_i — момент достижения цели i-й ракетой класса «воздух — земля», где $i=1, 2, ..., M$; G_j — момент пуска батареей ПВО j-й ракеты; H_j — момент достижения цели j-й ракетой класса «земля — воздух», где $j=1, 2, ..., L$.

Вычисление значений E_i, F_i и G_j не представляет трудностей. При $R_1>R_2$

$$E_i=(i-1)D_1, \quad i=1, 2,..., M, \tag{8}$$

$$F_i=E_i+\frac{R(E_i)}{U_1[R(E_i)]+V}; \quad i=1, 2,..., M, \tag{9}$$

$$G_j=\frac{R_1-R_2}{V}+(j-1)D_2, \quad j=1, 2,..., L. \tag{10}$$

Заметим, что $R(E_i)$ вычисляется для каждого момента времени по уравнению (3). Средняя скорость ракеты класса «воздух — земля» как функция дальности полета ракеты записывается в форме $U_1[R(E_i)]$. Функция $U_1(R)$ служит одним из необходимых входных параметров модели.

Возвращаясь к вычислению критических моментов времени, мы видим, что при $R_2>R_1$

$$E_i=\frac{R_2-R_1}{V}+(i-1)D_1, \tag{11}$$

$$F_i=E_i+\frac{R(E_i)}{U_1[R(E_i)]+V}, \tag{12}$$

$$G_j=(j-1)D_2. \tag{13}$$

Расстояние $R(E_i)$ здесь вычисляется с помощью уравнения (4). Получить величину H_j (момент времени, когда j-я ракета класса «земля — воздух» достигнет цели) уже не так просто. Здесь возможны три случая:

I. В момент пуска j-й ракеты класса «земля — воздух» самолет противника направляется к цели, т. е. $G_j<t_c$ и $H_j<t_c$.

II. В момент пуска j-й ракеты класса «земля — воздух» самолет противника уходит от цели, т. е. $G_j>t_c$ и $H_j>t_c$.

III. В момент пуска j-й ракеты класса «земля — воздух» самолет противника приближается к цели, но успевает развернуться и уходит от цели в момент, когда ракета настигает его, т. е. $G_j<t_c$, но $H_j>t_c$.

Величина H_j при учете ограничения $H_j>G_j$ находится с помощью уравнений:

$$\text{Случай I:} \quad H_j-G_j-\frac{R(H_j)}{U_2[R(H_j)]+V}=0. \tag{14}$$

$$\text{Случай II:} \quad H_j-G_j-\frac{R(H_j)}{U_2[R(H_j)]-V}=0. \tag{15}$$

$$\text{Случай III:} \quad H_j-t_c-\frac{R(H_j)-[R_1-(N-1)]VD_1}{U_2[R(H_j)]-V}=0. \tag{16}$$

Выделить случай II этой задачи легко простой проверкой условия $G_j>t_c$. Однако при $G_j<t_c$ правильным решением будет наименьшая величина H_j, удовлетворяющая уравнению (14) или (16).

Покажем на примере, как можно использовать такую модель для оценки чувствительности. Пусть нас интересуют: 1) влияние изменения продолжительности интервала между пусками ракет класса «земля — воздух» и 2) влияние, оказываемое изменением пороговой дальности их полета. Выделим пять следующих модельных случаев:

Типичный случай

$N=6$,
$D_2=10$ с,
$R_2=6000$ м,
$U_2(R)=750+0{,}2R-0{,}00000833R^2$,
$P_2(R)=\begin{cases}1{,}1=0{,}00005R \text{ при } R>2700,\\ 0{,}7 \text{ при } R\leqslant 2700;\end{cases}$
$V=200$ м/с,
$M=10$,
$D_1=3$ с,
$R_1=6000$ м,
$U_1(R)=600+0{,}2R-0{,}00000833R^2$,
$P_1(R)=\begin{cases}0{,}764-0{,}0000033R \text{ при } R>1500,\\ 0{,}6 \text{ при } R\leqslant 1500.\end{cases}$

Случай I

То же, но $D_2=12$ с.

Случай II

То же, но $D_2=8$ с.

Случай III

То же, но $R_2=4500$ м.

Случай IV

То же, но $R_2=6500$ м.

Коэффициенты в уравнениях средних скоростей, взятых в функции дальности полета ракет $U_1(R)$ и $U_2(R)$, можно получить регрессионными методами с аппроксимацией кривой. Значения вероятностей поражения цели первой ракетой в функции дальности полета ракет $P_1(R)$ и $P_2(R)$ получают до некоторой минимальной дальности по линиям регрессии, после чего они принимаются постоянными, однако их можно представить любой кривой соответствующей формы.

По 1000 боевых ситуаций для каждого модельного случая были получены следующие результаты:

Исход	Типичный случай, %	Случаи			
		I	II	III	IV
Батарея ПВО гибнет — самолет выживает	51,5	49,5	42,3	62,8	46,2
Самолет гибнет — батарея ПВО выживает	26,5	27,1	29,0	20,8	35,2
Обе стороны гибнут	22,0	23,4	28,7	16,4	18,5
Обе стороны выживают	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1
Ожидаемое число ракет класса «воздух—земля» для поражения цели	3,47	3,50	3,45	3,50	3,3
Ожидаемое число ракет класса «земля—воздух» для поражения цели	1,37	1,38	1,51	1,17	1,4

Единственный неожиданный результат получен для случая I, в котором увеличение интервала времени между пусками ракет оказалось к выгоде батареи ПВО. Причина этого заключается в случайном характере разброса параметров, и статистическая проверка значимости показывает, что указанная разница не выходит за рамки статистического разброса. Общее время работы машинной программы для всех пяти случаев равнялось 166 с, включая время компиляции на ЭВМ UNIVAC 1108. Просчет модели до 10 000 боевым ситуациям увеличит это время до 5 мин.

Заключение

Очевидно, что машинное моделирование позволяет быстро проводить факторные эксперименты (т. е. такие, в которых все уровни данного фактора комбинируются со всеми уровнями любого другого фактора, учитываемого в эксперименте), с помощью которых можно получить ценную информацию о вероятном влиянии параметров системы на ее поведение. Увеличение точности наведения ракет будет сразу отражено в вероятностных кривых попадания в цель с первого запуска, а рост ускорения ракет увеличит крутизну кривых средней скорости.

Эта модель может легко использоваться и в сценариях более сложных боевых ситуаций, например со многими участниками как с атакующей, так и с обороняющейся сторон, с препятствиями на местности, затрудняющими обзор, и т. д. Однако очевидно, что для применения модели в более сложных ситуациях понадобится дополнительное время на ее переделку. Но даже в таком простом виде модель может быть весьма полезна при необходимости провести анализ чувствительности параметров системы оружия быстро и без больших затрат.

П.А.3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЕЙСТВУЮЩЕЙ СИСТЕМЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВОДНЫХ РЕСУРСОВ[1)]

Фредрич[2)]

В этом примере описывается система, которую можно представить в виде непрерывной модели. Создание таких моделей ставит перед разработчиками весьма сложные задачи представления и анализа данных. Рассматриваемая ситуация, кроме того, специфична и тем, что может быть описана с помощью как аналоговой, так и непрерывной цифровой моделей.

Введение

Необходимость учета влияния социологических факторов и окружающей среды в работах по оптимизации использования водных ресурсов привела к развитию методов анализа и оценки характеристик существующих систем. В результате возросшей заинтересованности общества и политиков в таких работах увеличилась необходимость в исследованиях, в которых ставятся следующие задачи: дать обзор использования существующих систем; предложить планы по их совершенствованию; разработать основные требования к планированию более полного использования земельных и водных ресурсов для бассейнов рек, где в настоящее время осуществляются программы развития; определить экономическое, юридическое, социальное и функциональное влияния изменений критериев или приоритетов использования водных ресурсов, а также влияние изменений этих приоритетов на окружающую среду.

Темпы, с которыми изменяется современное общество, и несовпадающие интересы различных его слоев заставляют по-иному взглянуть на текущие задачи и при принятии решений расширить диапазон рассматриваемых целей и критериев. Поэтому более глубоким должен быть и уровень проведения исследовательских работ, на основе которых будет определена степень взаимодействия между потребителями воды, получена информация о конкретных и взаимодополняющих аспектах такого взаимодействия и выделены проблемы, которым не уделялось должного внимания в более ранних исследованиях.

[1)] Сжатое изложение доклада, представленного Объединенной национальной конференции ИИЭР по большим системам в 1971 г., с разрешения автора и командования инженерных войск Армии США, Центр гидрологических исследований, Девис, Калифорния.

[2)] Руководитель научно-исследовательского отдела Центра гидрологических исследований инженерных войск Армии США, Девис, Калифорния.

В течение последних нескольких лет в литературе появилось много описаний различных методов оптимального планирования, но использование этих аналитических методов для оценки графиков эксплуатации больших и сложных систем не дает удовлетворительных результатов из-за необходимости вносить в описания этих систем упрощения и линеаризацию, а также идти на обобщения ради получения их математической модели. Чтобы избежать трудностей, связанных с количественным учетом некоторых ограничений, при анализе и оценке работы систем можно применять методы цифрового моделирования, основанные на представлении о том, что хороший график эксплуатации объекта может быть составлен путем последовательного улучшения самой стратегии его использования.

Разрабатывая некоторый вариант плана и имитационную модель, позволяющую определить результаты его внедрения, оценивая эти результаты по степени достижения поставленных целей функционирования системы, внося в первоначальный вариант плана изменения, устраняющие ошибки или несоответствия стратегии эксплуатации поставленным целям, обнаруженные с помощью модели, и повторяя этот цикл до тех пор, пока не будут полностью достигнуты цели, можно разработать оптимальный план. На примере одной технической системы покажем, как выявляются и формулируются цели функционирования системы и как производится оценка результатов работы модели.

Гидросистема рек Арканзас — Уайт-Ривер — Ред-Ривер

Пример анализа существующей гидросистемы бассейнов рек Арканзас, Уайт-Ривер и Ред-Ривер хорошо иллюстрирует все трудности, встречающиеся при изучении функционирования реальных систем. Как показано на рис. П. А.3.1, эта система состоит из 23 местных водохранилищ, расположенных в трех речных бассейнах. Будучи независимыми по своим гидроресурсам, они связаны в единую энергетическую систему так, что теоретически потребность в электроэнергии может обеспечиваться любой из 19 электростанций, находящихся в пределах этих трех бассейнов. Кроме выработки электроэнергии, эти станции должны обеспечивать предотвращение наводнений, поддержание рек в судоходном состоянии, водоснабжение, а также выполнять требования, способствующие надлежащему изменению и улучшению флоры и фауны речных бассейнов, очистке воды и обеспечению естественного круговорота воды. Не на каждой станции имеется возможность вы-

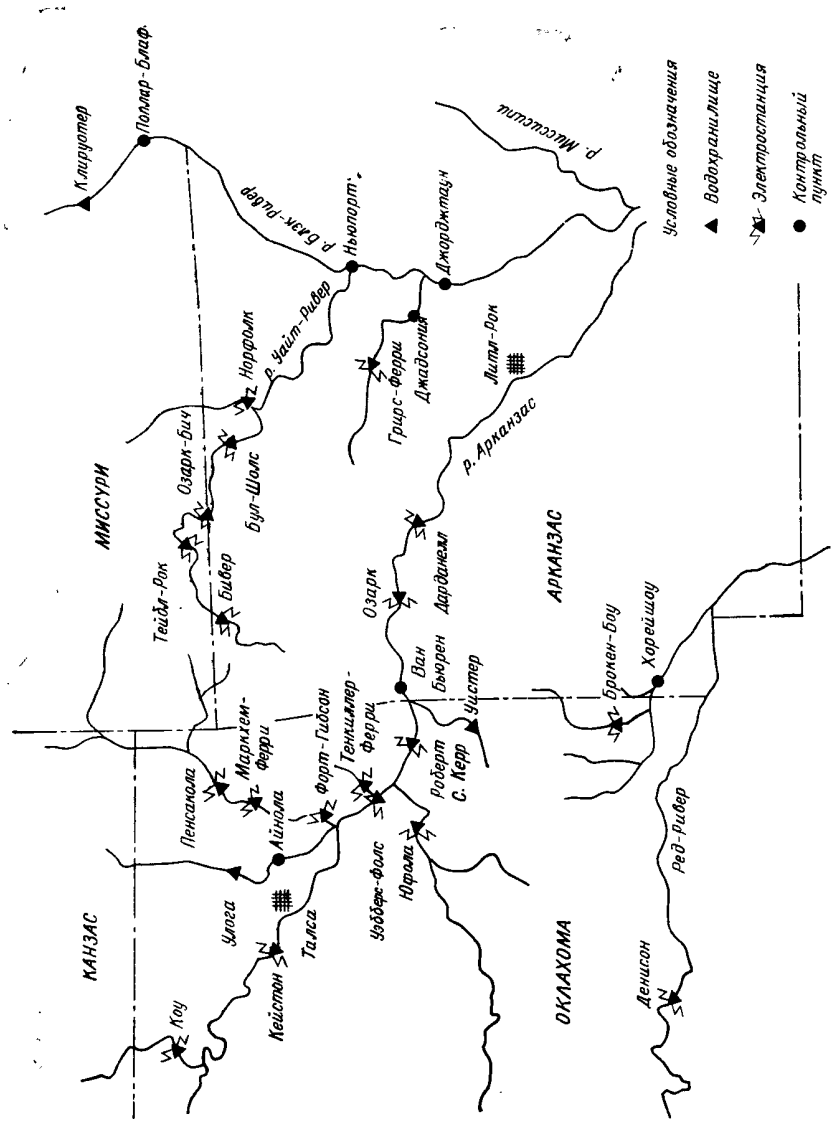


Рис. П.А.3.1. Гидроэнергетическая система бассейнов рек Арканзас, Уайт-Ривер и Ред-Ривер.

полнить все эти требования, но при эксплуатации почти всех станций ставится задача непосредственного достижения по крайней мере хотя бы двух из названных целей использования водных ресурсов.

Поскольку каких-либо физических средств обеспечения переброса воды из одного бассейна в другой не существует, потребности в воде на каждой станции должны удовлетворяться в пределах данного речного бассейна. Но из-за юридических и технических ограничений использования запасов воды станции не всегда могут получить требуемое им количество воды даже при наличии такой физической возможности.

Запасы воды в водохранилищах колеблются от 5,35 млрд. м^3 до 23,4 млн. м^3 воды технического и бытового назначения. Общая мощность 19 гидроэлектростанций, объединенных в одну энергосистему, составляет почти 2 млн. квт. Задачи водоснабжения, сохранения флоры и фауны и очистки воды считаются в настоящее время менее важными, чем задачи предотвращения наводнения, поддержания судоходности рек и производства электроэнергии. Однако под растущим давлением общественного мнения серьезное внимание стало уделяться всем этим проблемам, и при текущем планировании соответствующие требования учитываются в явном или неявном виде.

Водохранилища и электростанции находятся в руках трех независимых организаций; еще одна организация, связанная с распределением электроэнергии между потребителями, принимает непосредственное участие в текущем планировании. В ведении федерального правительства США (командования инженерных войск Армии США) находятся 20 из 23 водохранилищ; распределением энергии, поступающей от 16 федеральных гидроэлектростанций, ведает специальное агентство. В ведении агентства штата находятся два из 23 водохранилищ (оба с электростанциями), и еще одно водохранилище (также с электростанцией) находится в частном владении.

Трудности возникают при анализе любой системы, отдельные части которой находятся в руках разных владельцев, но сложность анализа работы крупной гидроэнергетической системы еще более усугубляется тем, что в дополнение к естественным физико-гидрологическим ограничениям необходим учет технических и юридических требований. При анализе работы гидроэнергетической системы будем полагать, что электростанции соединены между собой так, что вся вырабатываемая электроэнергия поступает потребителям через три энергетические подсистемы, которые нужно рассматривать независимо друг от друга, но считать, что они работают совместно. Как показано на рис. П.А.3.2, электростанции в Булл-Шолс и Тейбл-Рок связаны между собой линией электропередачи. Вырабатываемая ими электроэнергия реализуется феде-

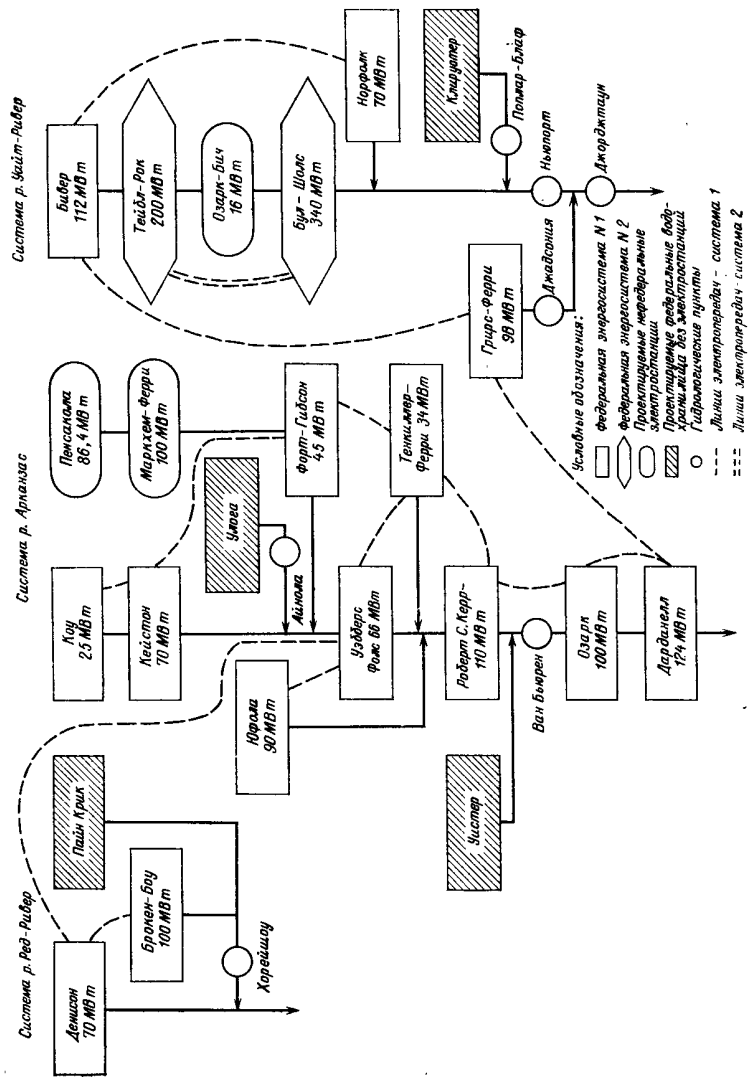


Рис. П.А.3.2. Схема гидроэнергетической системы бассейнов рек Арканзас, Уайт-Ривер и Ред-Ривер.

ральным агентством и распределяется в районе с сезонными колебаниями расхода электроэнергии при значительном пике, приходящемся на зимний период. Частные электростанции (в Озарк-Бич, Маркхем-Ферри и Пенсакола) эксплуатируются самими владельцами, и федеральное агентство не участвует в распределении вырабатываемой ими электроэнергии. Поэтому вторая гидроэнергетическая подсистема, которую они образуют, такова, что в части гидроресурсов она связана с федеральными водохранилищами, тогда как вырабатываемая ею электроэнергия не распределяется федеральной энергосистемой. Остальные 14 электростанций связаны между собой линиями электропередачи и образуют третью энергетическую подсистему, которая обеспечивает электроэнергией район со значительным пиком потребления, приходящимся на летний период. Кроме этого, часть электроэнергии, вырабатываемая электростанцией в Денисоне, направляется потребителям в шт. Техас, причем эти потребители не связаны линиями электропередачи с другими предприятиями этого района. Поэтому эту часть электроэнергии необходимо вычесть из общего количества энергии, вырабатываемой электростанцией в Денисоне, для того чтобы определить долю вклада этой электростанции в общую энергосистему.

Основная потребность в электроэнергии в местности, обслуживаемой энергосистемой, удовлетворяется тепловыми электростанциями, не находящимися под контролем федерального правительства, а гидроэлектростанции используются главным образом для повышения мощности энергосистемы в периоды пиковых нагрузок. Из 1 112 000 квт электроэнергии, вырабатываемой федеральной энергосистемой в составе 14 электростанций, 400 000 квт дают расположенные на р. Арканзас электростанции с судоходными шлюзами. Используемый этими станциями запас воды позволяет справиться с пиковыми нагрузками, возникающими в дневном или, самое большее, в недельном цикле потребления электроэнергии. Поскольку эти электростанции работают на «проточной» речной воде, запас воды, используемый ими, недостаточен для обеспечения полной нагрузки всех гидрогенераторов, и, поскольку нет физических средств переброса воды между бассейнами Уайт-Ривер и Ред-Ривер, необходимо точно определить оптимальное размещение электростанций внутри этих бассейнов для того, чтобы при существующих водных стоках система вырабатывала бы максимальное количество электроэнергии. Определение критериев такого размещения является основной задачей планирования и эффективной эксплуатации гидроэнергетической системы.

При решении задачи распределения электроэнергии гидроэнергетической системы необходимо обеспечить возможность подключения к системе тепловых электростанций в те периоды, когда водный сток мал. Затраты на электроэнергию, вырабатываемую

тепловыми электростанциями, должны вычитаться из средств, получаемых за реализацию энергии гидроэнергетической системы, поэтому просто максимизировать выход гидроэнергии недостаточно. Необходимо, чтобы гидроэнергетическая система с подключенными к ней тепловыми электростанциями обеспечивала такой уровень выработки электроэнергии, при котором затраты на электроэнергию тепловых электростанций были бы минимальны без риска перегрузки гидрогенераторов.

Имитационная модель

В качестве способа изучения функционирования гидросистемы рек Арканзас, Уайт-Ривер и Ред-Ривер имитационное моделирование применялось и раньше. Ручные модели (т. е. модели, обеспечивавшие проведение анализа вручную) как отдельных ее участков, так и всей гидросистемы в целом применялись на протяжении минимум 20 лет специалистами инженерных войск в Литл-Роке и Талсе. Раньше, однако, цели и диапазон таких исследований были ограничены. В последние годы появились необходимость и возможности проведения более углубленных работ по исследованию систем водных ресурсов.

Анализ работы гидросистемы проводился путем моделирования ее функционирования по данным, накопленным за 45 лет наблюдений. Считается, что этот период времени является достаточно представительным, включающим все критические гидрологические события, необходимые для оценки альтернативных вариантов планирования, и обеспечивающим разумное усреднение выхода системы по данным многолетних наблюдений.

Машинная программа, используемая в данной модели гидросистемы рек Арканзас, Уайт-Ривер и Ред-Ривер (гидросистема А—У—Р), проводит все те же самые вычисления, которые выполнялись и в более ранних ручных имитационных моделях. Различие состоит в значительном повышении степени адекватности модели, ее сложности и скорости вычислений. Машинная имитационная модель (программа) позволила учесть значительно больше факторов, чем использовалось в обычных ручных моделях, глубже рассмотреть влияние каждого отдельного фактора, проанализировать более крупную систему.

В машинной программе обычно требуется указывать расположение каждого компонента системы (например, водохранилища, электростанции, пункты контроля стока для регулирования сброса воды и т. д.) относительно всех других компонентов системы, а также операционные требования ко всем существенным задачам, выполняемым каждым контрольным пунктом и водохранилищем. Эти требования в общем случае записываются как расход воды, например сброс воды в кубометрах в секунду или общий расход

водного потока в тех же единицах. Однако эти требования могут определяться и как запас воды в водохранилище или как вырабатываемая электроэнергия в киловатт-часах.

Поскольку не всегда удается найти непосредственную связь этих трех параметров с некоторыми характеристиками функционирования, приходится строить ее искусственно. Например, судоходность реки может определяться уровнем воды на некотором каскаде реки. Хотя уровень воды в некотором каскаде и не является входным параметром модели, можно косвенным путем получить отношение этого уровня к стоку воды и вычислить операционные требования к сбросу воды, которые и вводятся в программу модели.

Помимо описания операционных требований к каждой задаче для всех компонентов системы, необходимо раскрыть физические взаимосвязи и ограничения, накладываемые на управление этими компонентами (например, расход воды через гидрогенераторы, отношение высоты водослива к сбросу воды, высота расположения турбинных водоводов). Наконец, если работа системы зависит от относительного состояния ее компонентов (например, если выработка электроэнергии какой-либо электростанцией по сравнению с другими электростанциями данной системы зависит от запаса воды, которым располагает водохранилище этой гидростанции), необходимо четко определить правила работы системы. Эти правила, требования и часть ограничений могут варьироваться во времени (например, расход электроэнергии в январе может составить 2000 МВт·ч, в феврале 2700 МВт·ч, в марте 2500 МВт·ч и т. д.). Для анализа гидросистемы А—У—Р необходимо было учесть связь ее с местными тепловыми электростанциями; для этого имитирующая программа должна была хотя бы грубо моделировать работу системы этих электростанций.

В основе проводимых программой вычислений лежит принцип непрерывности потока, выражаемый уравнением

$$S_i = S_{i-1} + I_i - Q_i - E_i,$$

где S_i — запас воды в водохранилище к концу рассматриваемого периода i; S_{i-1} — запас воды в водохранилище к концу предыдущего периода $i-1$; I_i — объем притока воды за период i; Q_i — объем сброса воды за период i; E_i — количество воды, испарившейся за период i.

Определив величины I, Q и E, это уравнение можно использовать для оценки запасов воды при условии достаточной длительности периода i, с тем чтобы можно было пренебречь временем прохождения всей массы воды через водохранилище. При получении величины I имеется в виду, что есть дополнительный приток воды в рассматриваемое водохранилище и все стоки из водохранилищ, находящихся выше по течению, прибавляют свою воду к

естественному входному потоку; при определении Q подразумевается, что выход воды из водохранилища, утечка и слив ее для разных целей также должны рассматриваться как слагаемые общей величины выходного потока; величина E должна отражать увеличение или уменьшение запаса воды в водохранилище вследствие чистого испарения (т. е. самого испарения минус метеорологические осадки) со всей поверхности воды в водохранилище в течение рассматриваемого периода времени.

Объем выработки электроэнергии GE_i (в киловатт-часах) за период i вычисляется с помощью уравнения

$$GE_i = 0{,}08464 Q_i h_i e_i,$$

где Q_i — расход воды в кубических футах, проходящей через гидротурбину за период i; h_i — гидростатический напор воды, действующий на турбину в период i; e_i — к. п. д. гидротурбины в период i.

Это уравнение используется в тех случаях, когда Q_i определяет собой только ту часть сбрасываемой из водохранилища воды, которая проходит через гидротурбину; h_i представляет собой гидростатический напор, действующий на турбину в период i (который вычисляется путем вычитания высоты водоотвода и гидростатического перепада из высоты водной поверхности водохранилища), и e_i отражает общий средний к. п. д. электростанции за время i. Гидростатический напор воды вычисляется по средней на текущий период времени высоте поверхности воды в водохранилище (средней по начальному и конечному моментам стока воды), а высота водоотвода либо дается как постоянная величина, либо является функцией средней скорости стока воды за рассматриваемый период.

Компоненты системы, которые вносят определенный вклад в достижение общей цели системы (такие, как потребный уровень выработки электроэнергии, определенный расход воды в потоке, фиксируемый в некоторой точке внизу по течению от водохранилищ, или ограничения, накладываемые на этот расход для предотвращения наводнения), определяются таким образом, чтобы обеспечить участие в достижении поставленной цели лишь тех элементов гидросистемы (водохранилищ), которые для этого выделяются (скорее в смысле юридическом или техническом, а не в смысле наличия физической возможности). В зависимости от конкретного исследования общесистемные цели могут либо совпадать с целями функционирования отдельных элементов, либо отличаться от них. Для того чтобы получить требуемое взаимодействие между элементами гидросистемы, должны быть полностью определены все операционные правила.

Принцип работы имитационной модели построен на последовательном вычислении гидродинамических и энергетических характеристик в каждой значимой точке системы, начиная от самой верхней точки (считая по течению), по каждому водному бассейну. Расход воды, необходимый для достижения всех локальных целей, находится при учете всех операционных требований, а также физических и операционных локальных организаций. В соответствии с данными операционных требований определяется показатель относительного состояния каждого водохранилища (обычно в функции его водного запаса). После того как для каждой значимой точки системы зафиксировано наличие всех потребных локальных ресурсов (или же их нехватка в случае недостаточных запасов воды), производится проверка выполнимости общесистемных требований. Этой проверкой устанавливается, достаточны ли имеющиеся запасы воды и мощности гидроэнергетических установок для достижения совокупности поставленных целей. Если нет, то дополнительная нагрузка ляжет на те проектируемые водохранилища и электростанции, которые предполагается построить для покрытия расчетной нагрузки с учетом плана ввода этих объектов в действие. Дополнительные сбросы воды складываются с теми, что были получены ранее для решения локальных задач, и таким образом обеспечивается достижение как локальных, так и общесистемных целей (или определяется нехватка ресурсов, как локальных, так и общесистемных, при недостаточных запасах воды). Этот процесс повторяется для каждого цикла исследования, причем конечное состояние всех элементов системы в данном цикле будет начальным их состоянием в следующем цикле.

Результаты вычислений, проведенных последовательно в каждом цикле для всех точек системы (т. е. не только по водохранилищам), записываются с помощью процедуры, позволяющей вести учет движения воды в системе по относительным уровням воды в водохранилищах и контрольных пунктах. Суммируя сбросы воды из водохранилищ и естественного течения рек, мы получаем общий сброс, а прибавляя объем втекающей воды к запасам воды водохранилищ и вычитая из них сбросы, мы можем получить состояние любого компонента и сброс воды в любой точке системы. Результаты вычислений заносятся в память и затем распечатываются последовательно для каждого компонента системы, обеспечивая таким образом непрерывную информацию о притоке и сбросе, запасах воды, уровнях выработки электроэнергии и о других важных характеристиках. Для различных целей анализа и оценки работы системы эти результаты можно представлять в разной форме и различных сочетаниях.

Тщательное изучение полученных данных и их оценка позволяют определить отклик системы на изменение операционных требований и норм функционирования системы. Если отклик системы удовлетворителен и в намеченном графике эксплуатации системы отсутствуют какие-либо недостатки или несоответствия, эти дан-

ные служат основой для его внедрения. Если же реакция системы отрицательна, следует глубже изучить результаты моделирования и попытаться определить, почему график оказался неудовлетворительным. Когда такие причины будут найдены, их надо будет учесть в нормах функционирования системы и заново провести моделирование с измененными операционными нормами, повторяя этот цикл до тех пор, пока не будет получен удовлетворительный график эксплуатации системы.

Использование функций дохода позволяет получить соотношения между гидрологическими или физическими параметрами и экономической выгодой. Функции дохода при необходимости можно выводить для каждого водохранилища, каждого контрольного пункта и каждой из поставленных целей функционирования системы. Помимо этого, функции дохода могут отражать сезонные колебания запасов и расхода воды. В конце каждого прогона имитационной моделирующей программы в соответствующие функции дохода вводятся такие параметры, как регулируемый расход потока, уровень вырабатываемой электроэнергии и уровень запаса воды для получения показателя относительной экономической выгоды, ожидаемой при принятии данного варианта графика эксплуатации системы.

Результаты моделирования

Изучение функционирования гидроэнергической системы А—У—Р должно проводиться непрерывно, с тем чтобы периодически пересматриваемые цели и критерии оценки функционирования отражали изменения приоритетов в использовании водных ресурсов. Поэтому такая работа не дает окончательных в обычном смысле слова результатов. Однако проведенный в течение двух последних лет анализ значительно расширил наше представление о системе, о природе возможных изменений и совершенствовании ее операционных норм и дал ценную информацию, которую можно использовать в работе над повышением эффективности ее отдельных элементов.

Необходимость поддержания определенной мощности энергосети, обусловленная контрактными обязательствами перед федеральным агентством по распределению электроэнергии, требует координации усилий по выработке гидроэлектроэнергии и снабжению системы добавочной энергией, получаемой от тепловых электростанций, которая оплачивается федеральным агентством. Количество этой добавочной электроэнергии, поступающей от тепловых электростанций, зависит от относительного уровня запасов воды в водохранилищах, и она поступает лишь тогда, когда недостаточна мощность энергосети гидроэнергетической системы или когда уменьшается расход воды, что указывает на возможное в будущем снижение выработки электроэнергии гидротурбинами.

График уровней выработки электроэнергии в гидроэнергетической системе (рис. П.А.3.3), основанный на статистических гидрологических данных, позволяет определить потребность в дополнительной электроэнергии от тепловых станций. Энергоресурс системы, используемый на этом графике в качестве параметра, определяющего состояние системы и тем самым влияющего на решение о приобретении дополнительного количества энергии, слу-

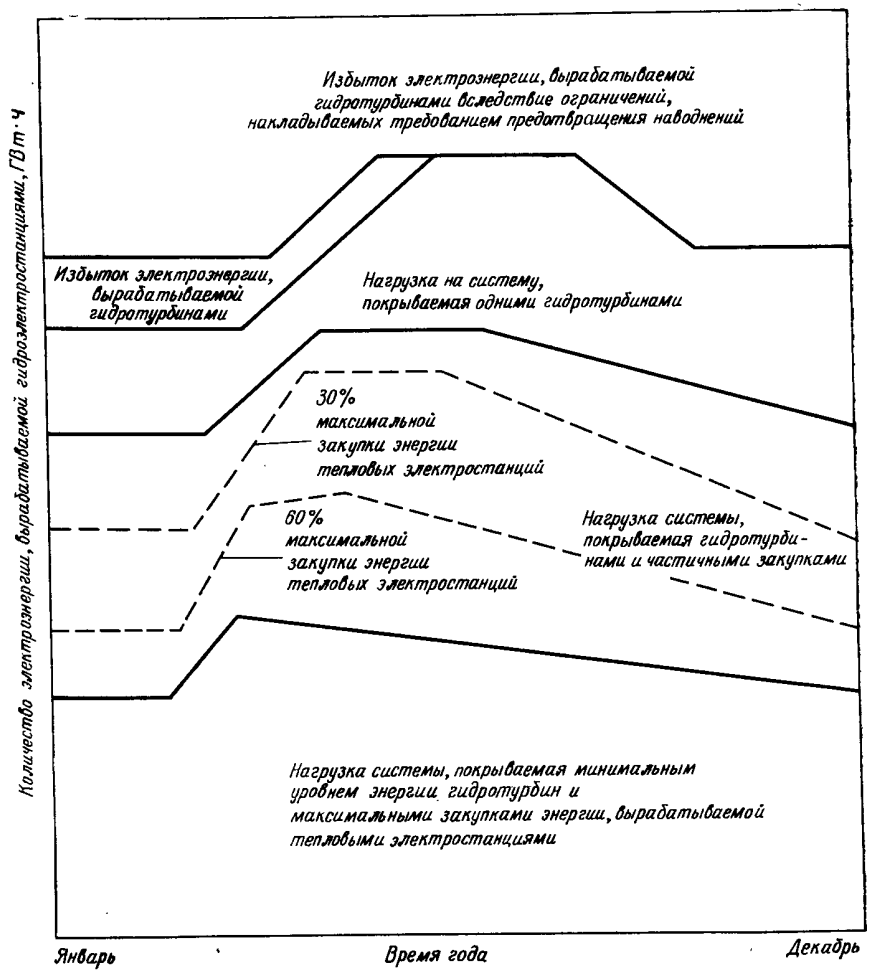


Рис. П.А.3.3. График уровней выработки электроэнергии по данным изучения системы бассейнов рек Арканзас, Уайт-Ривер и Ред-Ривер.

жит, по-видимому, более надежным показателем, чем, скажем, запас воды в водохранилищах системы. Однако введение этого параметра может вызвать некоторые трудности, связанные с тем, что электростанции на р. Арканзас, питаемые ее стоком, не могут воспользоваться запасами воды в бассейнах рек Уайт-Ривер и Ред-Ривер. В дальнейшем, видимо, придется несколько модифицировать этот параметр, чтобы он отражал возможные последствия неравномерного распределения запасов воды. Одним из способов такой модификации при определении общего энергетического ресурса системы является использование весовых коэффициентов для вычисленных значений энергоресурсов каждого бассейна.

Таким образом, основные трудности в анализе существующей гидроэнергетической системы связаны с отсутствием количественного описания целей ее функционирования. Из-за того что ранее проводившиеся исследования ее работы были далеко не всеобъемлющими, известный набор целей может оказаться неполным или неадекватным. Другая связанная с этим проблема заключается в том, что нет информации о критериях и ограничениях, накладываемых на взаимодополняющие и конкурентные взаимоотношения между различными потребителями воды. И снова отсутствие этой информации объясняется главным образом тем, что ранее проводившиеся исследования были неполными, в частности не требовали получения такой информации. Поэтому данный анализ был особенно полезен в том смысле, что он позволил очертить области, где нужно провести дополнительные углубленные исследования.

При анализе гидроэнергетической системы А—У—Р возникла и еще одна трудность, вызванная чрезвычайно большим объемом выходных данных. За один прогон имитационной программы, моделирующей работу столь сложной системы, может получиться до тысячи страниц распечатки и более. Поскольку таких прогонов может понадобиться много, объем выходной информации будет очень быстро расти.

За пару недель легко произвести столько выходной информации, что многим людям понадобятся годы для ее осмысливания. Ключ к решению этой проблемы заключается в тщательном планировании модельного исследования. Не полностью продуманное исследование, преследующее ограниченные цели, с плохо сформулированными критериями будет почти всегда иметь лишь ограниченную ценность. На ранних стадиях имитационного исследования ответом на любой вопрос всегда кажется построение еще одной модели. Однако по мере накопления результатов такой работы, которые никем не анализируются или анализируются лишь частично, становится очевидным, что это не только не хороший, а, наоборот, совсем плохой ответ. Заменить хорошо продуманное, четко выполненное и тщательно задокументированное имитационное исследование ничем нельзя. Не поддавшись искушению провести анализ

как можно быстрее, легко обнаружить, что даже достаточно простое планирование имитационного анализа даст ответ на многие вопросы и сэкономит много времени и сил. Стоит также заранее подумать о выборе существенных или интересующих нас выходных параметров моделируемой системы. Значительно легче и дешевле заставить ЭВМ просчитывать и выдавать интересующие нас параметры, чем выискивать их в выходных формах вручную.

Заключение

Работы по изучению системы А—У—Р и других подобных гидросистем свидетельствуют о том, что моделирование является эффектным средством изучения их функционирования. Но для получения максимальной отдачи и более полного использования результатов моделирования необходимо совершенствовать аппарат и методы моделирования. Более развитые методы позволят выявить не заданные в явном виде цели и задачи системы и определить количественные параметры, с помощью которых можно измерить степень достижения этих целей.

Для того чтобы можно было делать рациональный выбор между потребителями воды в случае, когда ее нехватка не позволяет полностью удовлетворить все потребности, необходимо разработать согласованные и сравнимые меры относительной важности потребителей. Важно также уделить больше внимания определению необходимых выходных параметров и форм их представления, с тем чтобы можно было избирательно получать лишь самое главное или существенное. Это позволит уменьшить объем выходной информации по большим системам до такого уровня, когда вся она может быть обработана и проанализирована.

И наконец, очень желательно наделять имитационные модели некоторой способностью к самооптимизации, что сократит количество обращений к ней со стороны человека, старающегося получить оптимальный или субоптимальный график. Но развитие моделей самооптимизации с необходимостью включает в себя ранее отмеченные положения, такие, как количественное описание целей функционирования и разработка сравнимых способов измерения ценности альтернативных потребителей воды.

От автора

Приведенная цифровая имитационная модель разработана Бардом, директором Центра гидрологических исследований. Работа по изучению функционирования системы А—У—Р проводилась этим центром совместно с Юго-Западным отделом инженерных войск Армии США, а также его подразделениями в Литл-Роке и Талсе. Здесь изложена точка зрения самого автора, не обязательно совпадающая с политикой и практикой командования.

П.А.4. ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ЗАДАЧАХ ОРГАНИЗАЦИИ ВЫВОЗА ГОРОДСКИХ ОТХОДОВ[1)]

Кларк и Джиллиэн

Этот пример иллюстрирует связь моделирования с задачами построения управленческих информационных систем. Он показывает, что исследование крупного объекта часто складывается из серии независимых, но взаимосвязанных экспериментов. Читателю рекомендуется обратить особое внимание на то, как последовательность небольших экспериментов приводит в конечном итоге к пониманию закономерностей функционирования сложной системы.

Организация эффективного сбора и вывоза городских отходов является одной из важнейших проблем для большинства больших и средних городов США. Рост количества отходов, трудности в отношениях между рабочими и административным руководством, уменьшение земельных ресурсов, повышение требований к снижению уровня загрязненности сточных вод, рост расходов и неотработанная технология уничтожения твердых отходов — вот лишь некоторые из проблем, стоящих сегодня перед руководителями организаций, которые занимаются сбором и вывозом отходов.

Во многих работах по проблемам управления этой важной отраслью городского хозяйства использовались детерминистские и имитационные модели [4, 7]. В ряде работ по маршрутизации вывоза отходов и пространственному распределению потребных технических средств эти модели строились на основе предположений и оценок или по данным, собранным единовременно для решения конкретной задачи [2, 5, 6]. Эти работы продемонстрировали возможности системного подхода и методологии исследования операций в разработке важных управленческих решений по удалению городских отходов. Однако никем еще не рассматривалась задача непрерывного сбора и использования информации в математических моделях для принятия оперативных решений.

[1)] Перепечатано в сокращенном виде из отчета EPA-670/5-73-12, июль 1973 г., с разрешения Американского агентства по охране окружающей среды, Национальный центр научных исследований, отдел НИОКР, Цинциннати, шт. Огайо.

[2)] Кларк является специалистом по санитарии отдела координации программ Национального центра научных исследований Американского агентства по охране окружающей среды, Цинциннати, шт. Огайо. Джиллиэн—президент фирмы ACT, System Inc., Уинтер-Парк, шт. Флорида.

В данной работе приводятся результаты исследования, проведенного в Кливленде, шт. Огайо. Целью исследования было создание информационной системы принятия долгосрочных и краткосрочных управленческих решений на базе использования надежной однородной информации, непрерывно поступающей в динамическую имитационную модель. В результате была построена система, включающая пять основных частей:

1. Механизм непрерывного сбора однородных и надежных данных об операциях по сбору и вывозу отходов.
2. Механизм проведения анализа переменных, оказывающих существенное влияние на систему вывоза отходов, таких, как текущие и прогнозируемые изменения демографической ситуации или динамика развития транспортной системы.
3. Имитационная модель или модель распределения ресурсов, которая использует непрерывно поступающую информацию и учитывает существенные для системы переменные.
4. Алгоритм работы модели и использования ее результатов при принятии долгосрочных и оперативных решений.
5. Механизм сравнения прогностических данных модели с непрерывно поступающими данными наблюдений.

Жители большинства крупных городов США, отказываясь голосовать за дополнительные налоги, требуют одновременно расширения сферы услуг или желают сохранения тех услуг, которые им уже предоставляются. Требования повысить заработную плату рабочих и служащих, рост стоимости машин, оборудования и т. п. поставили под угрозу бюджет многих муниципалитетов. Семьи с высоким и средним уровнем доходов перебираются из городских центров в пригороды, увозя с собой столь нужные городам средства, которые они выплачивали в виде высоких налогов, а их место занимают семьи с низкими доходами и соответственно с низким уровнем налогового обложения, хотя услуг они требуют не меньше. Переход автострад и других ранее облагаемых налогом предприятий в общественное пользование также лишает города потенциальных источников дохода.

Такое положение сложилось и в Кливленде. Оно дополнительно обострилось в связи с отменой повышения налогов, что вызвало финансовые трудности во всех отделах городского муниципалитета, причем в наиболее затруднительном положении оказался отдел по сбору и вывозу городских отходов. В обязанности сотрудников отдела входит организация перевозки мусора и отходов из мест их накопления в места свалки.

Однако незадолго до этого финансового кризиса по инициативе муниципалитета совместно с Американским агентством по охране окружающей среды (EPA) началась разработка программы создания общенациональной сети по удалению городских отходов, в основу которой предполагалось положить результаты исследова-

ний, начатых в Кливленде. В октябре 1970 г. EPA совместно с Отделом по сбору и вывозу городских отходов муниципалитета Кливленда начало регулярный сбор соответствующей информации [3]. Для этого были выбраны два маршрута, следуя по которым, операторы собирали данные и представляли их в виде ежедневных сводок.

Перед уполномоченным муниципального отдела встали сложные задачи, связанные с возможным снижением качества обслуживания. Для их решения он мог воспользоваться накопленными за несколько месяцев данными по двум выбранным маршрутам. Работу бригад из шести человек, занимавшихся раз в неделю вывозом отходов со всех мусоросборников на этих маршрутах, можно было сравнить с иной технологией сбора отходов на этих же двух маршрутах в рамках экспериментальной общенациональной сети EPA.

После тщательного изучения предварительных данных обследования этих пробных маршрутов было решено отказаться от расположения мусоросборников во дворах и уменьшить бригады до трех человек, не считая водителя мусоровоза. Через несколько месяцев бригады были сокращены до двух рабочих. В результате на этих маршрутах стоимость вывоза тонны отходов, собираемых в среднем за день, упала примерно с 30 до 13 долл., что дало ожидаемую экономию 4 млн. долл. в год.

Эти данные общенациональной сети по удалению городских отходов оказались столь внушительными, что было решено начать сбор аналогичных данных по всем другим маршрутам вывоза городских отходов. На субсидию, выделяемую EPA на планирование и благоустройство городского хозяйства, муниципалитетом была создана управленческая информационная система, которая была предназначена для решения задач сбора и вывоза городских отходов в оперативном режиме [1].

Разработка системы данных

Рациональное построение автоматизированной системы требовало проведения полного анализа организации и управления отделом по сбору и вывозу городских отходов. Этот отдел, обслуживающий около 250 тыс. городских семей, включает в себя сотрудников, транспортные средства и спецоборудование. Как видно из рис. П. А. 4. 1, уполномоченный отдела руководит работой управляющих шести мусоросборочных станций. Управляющие станциями имеют в своем подчинении разное число бригадиров: так, на станции 100 имеются три бригадира, а на станции 400 — шесть. Каждый бригадир отвечает за сбор мусора на выделенном ему маршруте, причем число бригад, подчиненных одному бригадиру, также различно.

Бригада по сбору отходов обычно состоит из водителя мусоровоза и двух рабочих, которые работают на своем участке маршрута до полного заполнения объема мусоровоза или до окончания своей рабочей смены. Если мусоровоз заполнен до завершения объезда всего участка, шофер отвозит мусор на свалку и возвращается на участок. Очистив мусоросборники на всем участке, водитель при неполной загрузке мусоровоза отвозит отходы на

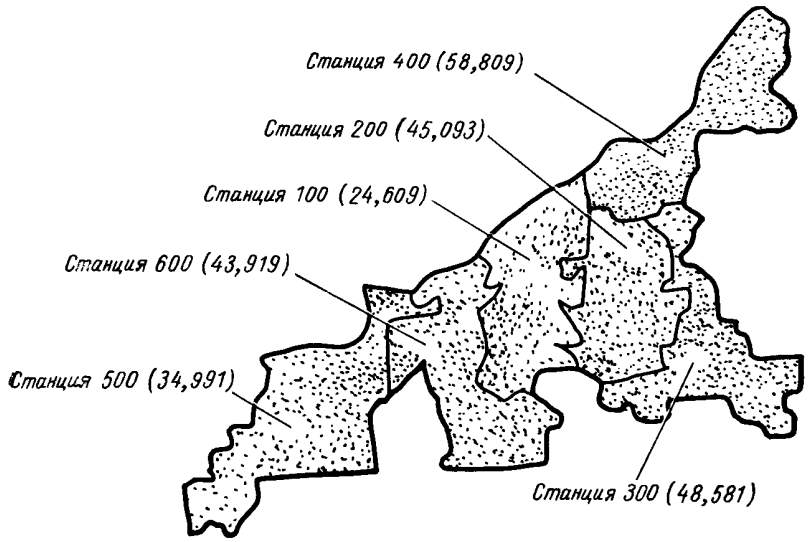


Рис. П.А.4.1. Плотность населения в каждом из шести районов уборки городских отходов Кливленда, шт. Огайо. По данным на октябрь 1970 г. Каждая точка (.) представляет 100 домов (семейств).

городскую мусоросжигательную станцию, а при полной — на частную свалку, причем в обоих случаях у него должно остаться время на обратную дорогу до конца смены. В ряде случаев, когда при неполной загрузке машины время становится определяющим фактором, водитель получает указание вернуться на автобазу даже с невыгруженными отходами.

Важной частью обследования являлись многочисленные беседы с сотрудниками отдела, что позволило собрать данные о стоимости эксплуатации и ремонта машин и оборудования, а также о необходимой ремонтной базе. Эти данные легли в основу разработки управленческой информационной системы. Выходная информация, в свою очередь, предопределила необходимый для ее получения набор входных параметров. Созданная система обработки данных стала основой управленческой информационной системы. Система выдает средние данные дневной выработки в те-

ИНФОРМАЦИЯ О ЕЖЕДНЕВНОЙ ВЫРАБОТКЕ БРИГАДЫ

Маршрут _____ Дата _____ Бригада _____

Машина: N _____ Объем _____ Горючее (в галлонах) _____ Масло (в квартах) _____

Количество обслуживаемых домов _____

	Время	Мили	Вес	Пункт выгрузки*
Выезд с базы				
Начало сбора				
Выезд с участка к пункту выгрузки				
В пункте выгрузки				
Возвращение на участок				
Выезд с участка к пункту выгрузки				
В пункте выгрузки				
Возвращение на участок				
Выезд с участка к пункту выгрузки				
В пункте выгрузки				
Возвращение на базу				

			Вид ремонта (обвести кружком)
Обед — начало (выезд с участка)			1 Тормоза, колеса, шины
— конец (возвращение на участок)			2 Система охлаждения
Ремонт — начало			3 Система электропитания
— конец			4 Система подачи топлива
			5 Транспортер
			6 Система рулевого управления
			7 Другие виды ремонта

*Занести номер

Примечания

1 Мусоросжигательная станция
2 Свалка
3 Промежуточный мусоросборник

Рис. П.А.4.2. Форма для ежедневного сбора данных, заполняемая водителем мусоровоза.

чение недели по каждой мусоросборочной станции и бригаде. Кроме того, бригадиры и управляющие станциями могут получать при необходимости итоговые данные по своим маршрутам.

Для регистрации оперативных данных, которые должны были стать основными входами системы, были разработаны специальные формы документов, подобные показанной на рис. П.А.4.2. В документ, изображенный на рисунке, заносятся номер и технические данные мусоровоза, численность бригады, количество обслуживаемых мусоросборников, пункт свалки мусора (выгрузки) и другие важные данные. Записи из формы ежедневной отчетности переносятся непосредственно на перфокарты.

Была предпринята попытка определить и другие факторы, оказывающие влияние на управление вывозом городских отходов. Существенное влияние имеют, например, демографические тенденции и плотность населения, распределение численности семей. Необходим и учет динамики транспортной сети города — изменение протяженности улиц, расположения основных городских трасс и шоссейных дорог. Реконструкция и перспективное развитие города изменяют его демографическую картину (пространственное распределение, плотность населения) и поэтому также влияют на планирование работ по благоустройству. Потенциальное влияние оказывают и юридические факторы — законы штата, постановления органов самоуправления города или округа.

Данные по демографическому развитию, росту транспортной сети и городских районов вместе с информацией, имеющейся в управленческой информационной системе, обеспечили следующий набор входных параметров для имитационной модели:

1) по образованию отходов — плотность и состав населения, численность семей, весовые нормы, стоимость;

2) по сбору отходов — расстояния, объем, время сбора, маршруты перевозки, типы используемых машин, численность бригад, стоимость работ;

3) по перевозке отходов — расстояния, время, скорость перевозки;

4) по выгрузке отходов — пройденный километраж, время на выгрузку, место свалки, соответствующие расценки.

Модель содержит пять главных программ, каждая из которых моделирует логику одной из пяти основных операций: блок генерации исходных данных, блок формирования машинного парка, блоки сбора, перевозки и выгрузки отходов. На рис. П.А.4.3 приведена блок-схема алгоритма имитационного моделирования системы.

Основная статистическая информация системы содержится в массиве входных данных; она включает в себя, например, классификацию образующихся отходов, типы используемых машин, размеры бригад, число обслуживаемых семей, время сбора, километраж перевозки. Для определенного прогона модели эти данные строго фиксированы, но в зависимости от типа моделируемой системы они могут меняться.

На выходе модель дает потребное количество машин на каждый день; эта цифра зависит от числа маршрутов, что, в свою

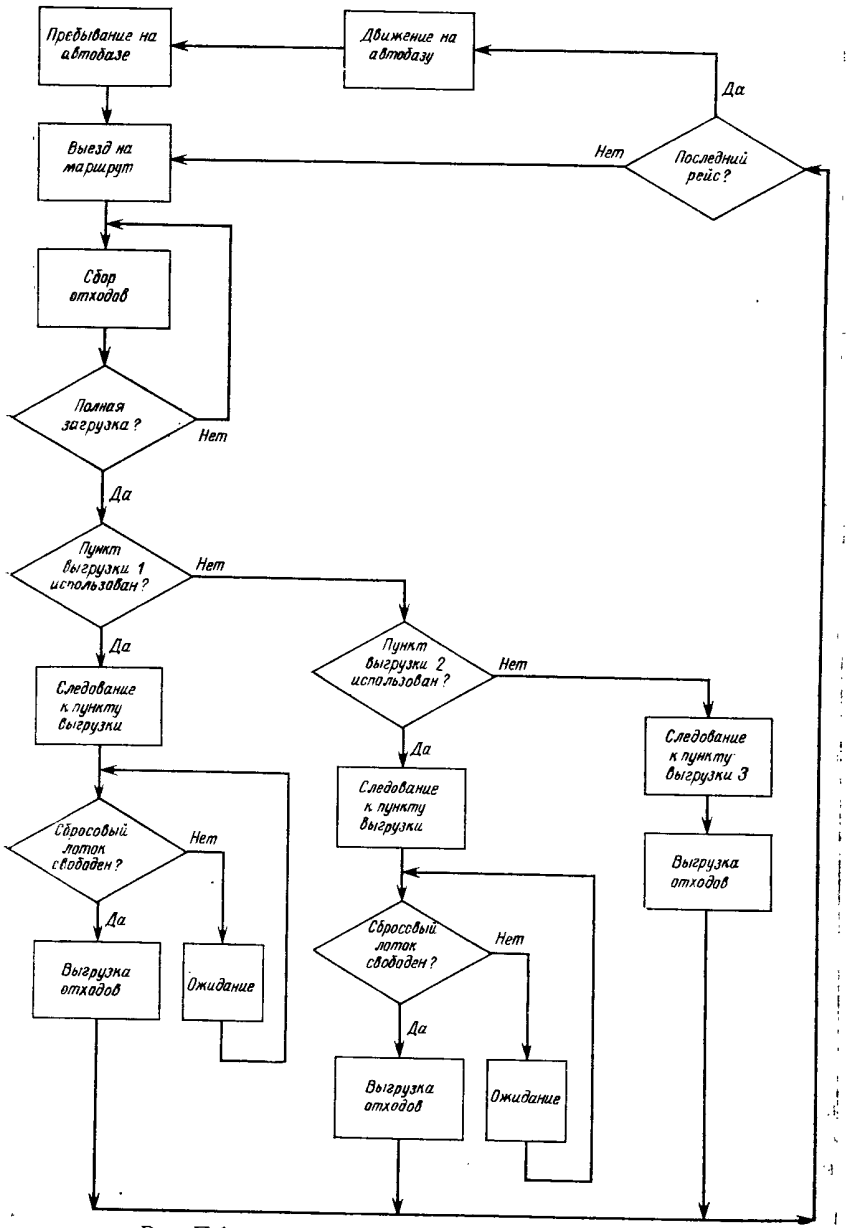


Рис. П.А.4.3. Блок-схема моделирующего алгоритма.

очередь, определяется количеством образующихся за день отходов. Продолжительность рабочего дня при сопоставлении различных систем уборки городских отходов была принята равной 8 часам. Однако оценка альтернативных вариантов для полного цикла сбора и вывоза отходов проводилась по данным за неделю.

Логика операций по сбору отходов предполагает некоторый набор рабочих правил и содержит дополнительные данные для использования в конкретной системе. Например, для системы, состоящей из машины, водителя и одного рабочего, делаются следующие предположения: водитель помогает рабочему в погрузке отходов примерно 60% времени, затрачиваемого на маршрут; за эту помощь он получает денежную надбавку; темпы сбора отходов в модели могут колебаться от 0,5 до 1,0 (кг/с)/чел.; во время работы сборщики мусора передвигаются со скоростью около 0,6 м/с.

Информация о заполненной отходами машине обрабатывается подпрограммой логики перевозки. Эта подпрограмма прикрепляет машину к некоторому пункту выгрузки отходов и вычисляет время машины в пути в зависимости от ее местонахождения на маршруте.

В тот момент, когда машина «подошла» к пункту свалки, информация о ней передается подпрограмме логики выгрузки. В пункте свалки эта подпрограмма приписывает машину к определенному месту выгрузки, где она может либо выгрузить отходы сразу, либо встать в очередь в зависимости от условий в данном пункте свалки. После того как машина разгружена, она может вернуться либо на базу, либо опять на свой маршрут, что определяется тем, закончила ли бригада объезд своего участка, и тем, сколько еще времени осталось до окончания рабочего дня, или и тем и другим одновременно.

Моделировалась работа как отдельных бригад, так и системы в целом. Сначала в подпрограмму логики сбора отходов закладывалось предположение об использовании бригады, состоящей из трех членов, с приданным ей мусоровозом, который загружается сзади. Вносились данные по наиболее типичному маршруту. В модели рассматривались варианты как с короткими, так и с длинными рейсами и различной плотностью населения. Выбор длинных рейсов был признан нецелесообразным для условий Кливленда.

На следующем этапе подпрограмма логики сбора сравнивала различные типы систем сбора и вывоза отходов и отбирала наилучшие среди них. Данные по этим системам поступали далее в подпрограмму логики выгрузки для получения различного расположения промежуточных мусоросборочных пунктов, после чего подпрограммой логики формирования машинного парка определялось необходимое число мусоровозов для обслуживания всего

Таблица П.А.4.1

Сравнение результатов моделирования с фактическими данными для мусоросборочной станции 100

Номер маршрута	Результаты моделирования, фунт/день	Фактические данные, фунт/день	Отклонение, %
111	12 984	12 606	3,0
112	14 252	13 968	2,0
113	7 680	7 404	3,7
121	9 660	9 583	0,8
122	13 483	13 547	0,5
123	20 045	19 750	1,5
124	19 222	18 956	1,4
131	17 955	17 968	0,1
132	22 800	23 548	3,2
133	22 108	22 314	0,9
134	21 509	20 836	3,2
135[1)]			

[1)] Данные по маршруту не пригодны.

города. Эта процедура неоднократно повторялась с различными сочетаниями входных данных.

При программировании применялся универсальный язык имитационного моделирования GPSS модификации V. Входные данные модели и рабочие правила полностью соответствовали действительной ситуации в Кливленде. Для оценки модели проводилось сравнение результатов моделирования с фактическими данными, полученными из управленческой информационной системы (табл. П.А.4.1).

Выходная информация модели содержит: 1) объем и(или) вес вывозимых отходов; 2) километраж перевозок; 3) время сбора отходов; 4) время перевозки отходов; 5) вес отходов, принимаемых в разных пунктах свалки; 6) данные очередей у свалочных лотков и 7) количество обслуживаемых домов.

Оценка системы

После проработки модели на концептуальном уровне и написания программ модель была опробована для оценки ряда альтернативных систем уборки городских отходов в Кливленде, как используемых, так и перспективных. Часть этой работы была направлена на совершенствование ныне существующей системы с целью повышения ее эффективности. Некоторые из рассмотренных альтернатив отражены на рис. П.А.4.4. Для каждой из них оценивалось влияние плотности жилых сооружений, расположения мусоросборников, темпа образования отходов, емкости машин и численности бригад. Например, эффективность системы на основе бригады, насчитывающей два человека, использующей мо-

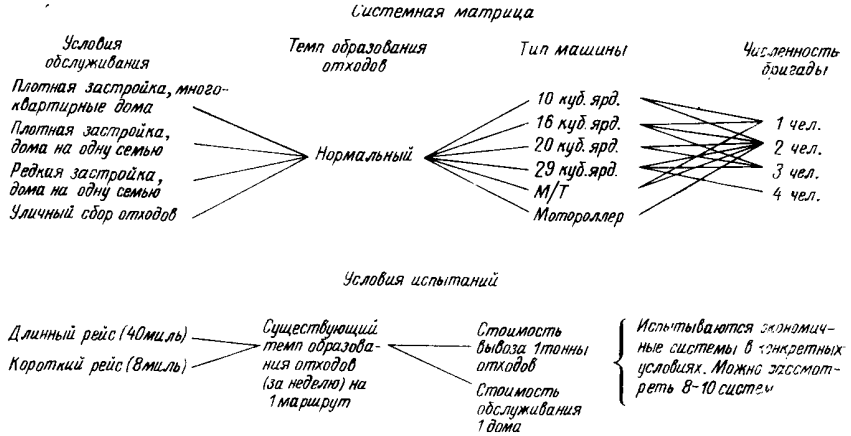


Рис. П.А.4.4. Схема альтернативных вариантов конфигурации системы.

тороллер и обслуживающей густонаселенный район, сравнивалась с эффективностью системы на основе такой же по численности бригады, но использующей большой мусоровоз с передвижной тележкой (М/Т) и обслуживающей малонаселенный пригород, застроенный домиками на одну семью; в обоих случаях принимался нормальный темп образования отходов. Каждая из альтернатив, указанных на диаграмме рис. П.А.4.4, рассматривалась для длинных (40 миль) и коротких (8 миль) рейсов при условии, что на каждом маршруте сбор отходов проводится раз в неделю. Модель сразу же показала огромное преимущество коротких рейсов для всех рассмотренных случаев. Отношение общего веса собранных отходов на коротких рейсах по сравнению с длинными равнялось приблизительно 2 : 1. Поэтому длинные рейсы в дальнейшем более не рассматривались.

Для ранжирования систем использовались следующие критерии: 1) отношение времени сбора отходов ко времени их перевозки; 2) стоимость тонны вывезенных отходов; 3) стоимость перевозки отходов в расчете на одну семью; 4) «оптимальная конечная точка». Первые три критерия объяснений не требуют, а четвертый означает физически тот пункт маршрута, в котором заканчивается сбор отходов по истечении 8-часового рабочего дня.

Таблица П.А.4.2

Ранжирование систем различной конфигурации

Ранг системы	Объем кузова мусоровоза, куб. ярд. — численность бригады (конфигурация системы)	Суммарный отрицательный балл
1	10—1	50
2	29—2	66
3	16—1	81
4	29—3	83
5	20—2	88
6	10—2	101
7	М/Т-1	115
8	20—3	120
9	29—4	123
10	16—2	130
11	М/Т-2	141
12	16—3	150

Наивысшие баллы при ранжировании были присвоены таким комбинациям «тип машины — численность бригад», которые могли обеспечить за 8-часовой рабочий день выполнение всего объема работ на маршруте. Наилучшая система получила 1 балл, следующая — 2 балла и т. д. В табл. П.А.4.2 приведены результаты ранжирования различных систем.

Из таблицы видно, что наибольшими возможностями обладают система на основе бригады численностью в два человека и мусоровоза с объемом кузова 29 куб. ярдов[1] (29—2) и система из одного человека и мусоровоза с объемом кузова 10 куб. ярдов (10—1). При этом брался нормальный темп образования отходов. Для оценки пропускной способности двух этих систем в критической обстановке был задан предполагаемый максимальный дневной объем отходов. После перестройки и оптимизации маршрутов были осуществлены прогоны модели в условиях максимального темпа образования отходов.

Еще одно испытание было проведено с целью получения ответа на вопрос, нельзя ли повысить эффективность обслуживания за счет комбинированного применения обеих систем. Для этого системе 29—2 было поручено обслуживание густонаселенного

[1] 1 куб. ярд равен примерно 0,765 м³. — *Прим. ред.*

района, а системе 10—1 — района с малой плотностью населения. Совместная работа двух этих систем оказалась более эффективной, чем каждой из них в отдельности.

На основании ряда дополнительных субъективных соображений система 29—2 была признана оптимальной: она обладает большей гибкостью, чем система 10—1, и в большей степени отвечает правилам работы, одобренным профсоюзами, и требованиям техники безопасности.

Оценка пунктов выгрузки

После выявления наиболее эффективной системы была проведена оценка мест свалки отходов для выбора наиболее подходящего. Топография района Кливленда подсказала возможность разбивки территории города на две группы маршрутов: первая обслуживала районы мусоросборочных станций 500, 600 и западной части станции 100, вторая—районы станций 200, 300, 400 и восточной части станции 100 (рис. П.А.4.1). В западную группу маршрутов удобно вписывались 36 маршрутов вывоза отходов с выгрузкой на свалке в районе Ридж-Роуд, а в восточную — 53 маршрута с выгрузкой на свалке в районе 24-й улицы и Рокуэлла (расположенной восточнее мусоросборочной станции на 3-й Западной улице, на полпути в глубь района; рис. П.А.4.5). На этом этапе моделирования была установлена целесообразность устройства автобаз у обеих свалок для того, чтобы устранить необходимость порожних рейсов после последней выгрузки. В модель вводились следующие ограничения: 1) мусоровоз должен сделать один или максимум два рейса с разгрузкой; 2) очистка мусоросборников должна производиться в периоды, которым отвечает максимальный темп образования отходов; 3) количество обслуживаемых каждой бригадой жилых домов должно быть максимальным; 4) бригада должна выполнять весь объем работ на своих участках за 40-часовую рабочую неделю, причем из этого времени должно оставаться 1,5—2 ч рабочего времени на профилактический ремонт машин каждый пятый день и 0,5 ч ежедневно на мытье машин. Были выполнены прогоны модели по системе 29-2 со временем очистки мусоросборника за 36—52 с. Число обслуживаемых семей для западного района устанавливалось равным 83 016, а для восточного — 129 470. В модели были учтены все условия, рассмотренные ранее.

В другом варианте пункт выгрузки был перенесен в Гарден-Вэлли, на 2 мили к северо-востоку от мусоросборника, расположенного в районе 49-й и Гарвардской улиц (рис. П.А.4.5). Это, естественно, изменило и общий пробег, однако модель показала незначительную разницу между обоими вариантами. Результаты были весьма удовлетворительны и хорошо согласовывались с установленными требованиями.

Тщательное рассмотрение показало, что наилучшим вариантом для западной группы маршрутов является расположение пункта выгрузки в районе свалки в Роксайде, а для восточной — расположение промежуточного пункта для перегрузки отходов в Гар-

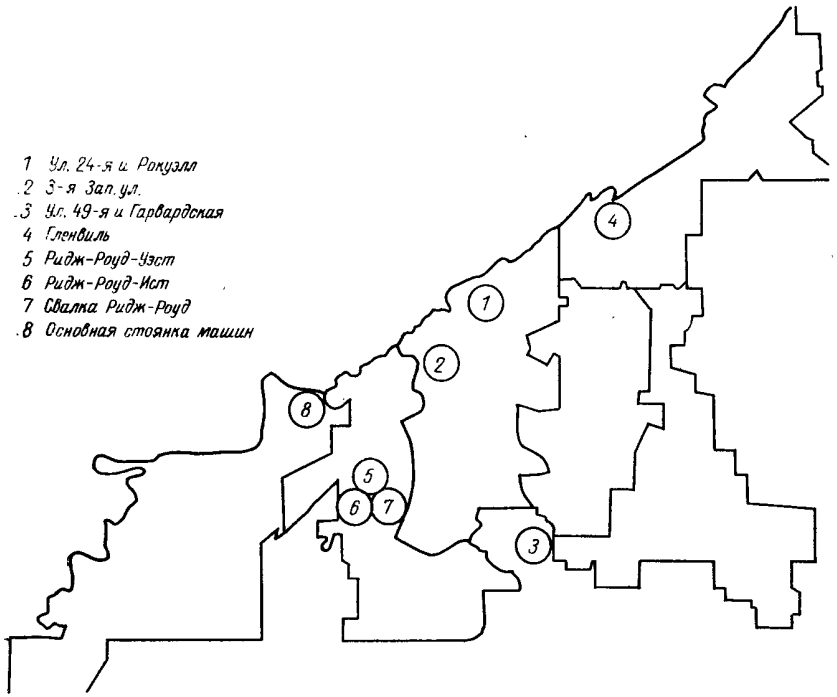


Рис. П.А.4.5. Расположение муниципального хозяйства, используемого отделом по сбору и вывозу городских отходов.

ден-Вэлли. Далее отходы из Гарден-Вэлли должны перевозиться в автофургонах на свалку в Роксайд.

Для проверки имитационной модели в нее были заложены данные, характеризующие 92 маршрута перевозок по системе 29—2 в сочетании с наиболее эффективными вариантами выгрузки. Результаты имитационного моделирования показали, что такая конфигурация позволила бы легко решить проблему вывоза городских отходов в Кливленде.

Результаты исследования

Внедрение результатов проведенного исследования совместно с управленческой информационной системой оказалось чрезвычайно эффективным. Общее число работников Отдела по сбору и вывозу городских отходов муниципалитета Кливленда достигло к 1970 г. максимума в 1825 человек. Использование данных, полученных при создании экспериментальной сети EPA, позволило сократить количество рабочих, занятых непосредственно вывозом отходов, на 50%. При этом от системы мусоросборников во дворах перешли к расположению их на обочинах дорог.

Разработка и внедрение управленческой информационной системы и результатов моделирования позволили уменьшить общее число маршрутов с 224 до 138. Число рабочих в 1973 г. снизилось до 600 человек. Годовой бюджет сократился с 14,3 млн. долл. в 1970 г. примерно до 9 млн. долл. в 1972 г.

Имитационная модель применялась как для текущего, так и для долгосрочного анализа и планирования. В текущем планировании она позволила улучшить маршрутизацию и тем самым сократить затраты. По долгосрочному планированию были получены следующие результаты-рекомендации:

1. Для сбора и вывоза отходов городскую территорию целесообразно разбить на два района — западный и восточный.
2. Минимальное число маршрутов должно быть равно 92 (36 для западного и 56 для восточного районов).
3. Для достижения высокой производительности (отношения времени сбора ко времени перевозки отходов) автобазы должны быть расположены в непосредственной близости от пунктов выгрузки отходов.
4. Необходимо приобретение двухскоростных мусоровозов большой вместимости с боковой загрузкой, обслуживаемых одним водителем и одним рабочим.
5. Режим обслуживания машин должен предусматривать их ежедневную профилактику и чистку силами бригад; ремонт машин должен выполняться автомехаником.

В результате внедрения всей этой программы ожидается, что бюджет муниципалитета Кливленда стабилизируется на сумме, равной примерно 72 млн. долл.

ЛИТЕРАТУРА

1. Clark R. M., Management Information for Solid Waste Collection, Environmental Protection Series EPA-R2-72-012, National Environmental Research Center, Office of Research and Monitoring, U. S. Environmental Protection Agency, Cincinnati, Ohio 45268, 1972.
2. Clark R. M., Helms B. P., Decentralized Solid Waste Collection Facilities, Journal of the Sanitary Engineering Division, American Society of Civil Engineers, v. 96, № SA5, Proc. Paper 7594, Oct. 1970, p. 1035.
3. Clark R. M., Sweeten J. M., Greathouse D. G., Basic Data for Solid Waste: A Pilot Study, Journal of the Sanitary Engineering Division, American Society of Civil Engineers, v. 98, № SA6, Proc. Paper 9424, Dec. 1972, p. 897.
4. Marks D. H., Liebman J. C., Mathematical Analysis of Solid Waste Collection, Public Health Service Publication, № 2104, 1970.

5. Marks D. H., Revelle Ch. S., Liebman J. C., Mathematical Models of Location: A Review, Journal of the Urban Planning and Development Division, American Society of Civil Engineers, v. 95, № UP1, Mar. 1970, p. 81.
6. Quon J. E., Tanaka M., Wersan S. J., Simulation Models of Refuse Collection Policies, Journal of the Sanitary Engineering Division, American Society of Civil Engineers, v. 95, № SA3, Proc. Paper 6626, Jun. 1969, p. 575.
7. Truitt M. M., Liebman J. C., Kruse C. W., Simulation Model of Urban Refuse Collection, Journal of the Sanitary Engineering Division, American Society of Civil Engineers, v. 95, № SA2, Apr. 1969.

П.А.5. ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ЗАДАЧАХ ОБСЛУЖИВАНИЯ СТАНКОВ[1]

Фримен, Гувер, Сатиа[2]

Этот пример посвящен описанию сложной модели с очередями. Читателю рекомендуется обратить особое внимание на методы, используемые для отыскания приемлемых начальных условий и построения близкой к оптимальной конфигурации системы, которая позволяет существенно снизить затраты машинного времени. Пример также наглядно показывает, что правильно построенная модель поможет ответить на многочисленные вопросы типа «А что будет, если...?»

Среди конкретных задач массового обслуживания большую практическую важность имеет задача обслуживания станков. В самой простой форме ее можно продемонстрировать на примере наблюдения за рабочим-многостаночником. Закрепленные за ним станки время от времени останавливаются и простаивают до тех пор, пока рабочий не подойдет и не устранит неисправность. Если одновременно остановятся два станка или несколько, то рабочий сможет сначала подойти лишь к какому-то одному из них, и, следовательно, другие станки будут в ожидании ремонта бездействовать и не давать продукции. Такое явление и приводит к постановке задачи обслуживания станков.

Производственные потери имеют место и в период ремонта, и в интервале ожидания обслуживания. Производительность каждого станка и каждого рабочего зависит от частоты ремонта, его продолжительности и количества станков, обслуживаемых одним рабочим. Поэтому важно знать оптимальное число рабочих, требуемых для обслуживания данного количества станков.

В терминах задачи о станках могут быть описаны многие реальные ситуации. Работа на токарно-винторезных, волочильных и других станках специального назначения, выдача багажа в аэропорте или обслуживание силами одной медсестры нескольких больничных палат — вот лишь некоторые примеры подобных си-

[1] Перепечатано из журнала Industrial Engineering, т. 5, № 7, июль 1973, с разрешения Американского института инженеров по организации производства, Атланта, шт. Джорджия.

[2] Сотрудники Северо-Восточного университета, Бостон, шт. Массачусетс.

туаций. К ним можно отнести и многочисленные примеры, характерные для предприятий текстильной промышленности. В каждом таком случае необходимо найти некий компромисс между трудозатратами и ценой вынужденных простоев.

В этом примере мы рассмотрим задачу о станках в ее самой общей постановке, приведем некоторые традиционные методы анализа и опишем универсальную имитационную модель, позволяющую оценить продолжительность обслуживания и нагрузку на каждого рабочего. Эта имитационная модель не требует введения ограничений, характерных для обычных аналитических методов. Модель использовалась при анализе ряда практических ситуаций, одна из которых будет здесь подробно разобрана.

Характерная ситуация

В общем случае задачу можно сформулировать так: «Имеется группа станков, известны информация о работах, подлежащих выполнению, и данные об уровне квалификации обслуживающих эти станки рабочих. Каково оптимальное число рабочих каждого уровня квалификации?» Ниже рассматриваются параметры этой задачи.

Характеристики выполняемых работ. В традиционных методах анализа обычно предполагается, что для перехода к выполнению какого-то нового задания надо выключить станок. В действительности наряду с заданиями, которые можно выполнить только при включенном станке (например, проверка его рабочей скорости), могут встречаться и операции, выполняемые как при работающем, так и при выключенном станке (например, обед, перерыв, поиск нового задания по рабочему журналу и т. д.).

Для каждого задания необходимо указать его периодичность и время выполнения. Периодичность (время между двумя последовательными появлениями одинакового задания) может зависеть от времени работы станка или от реального времени. Например, моменты установки заготовок в станок определяются темпом работы станка, тогда как моменты занесения рабочим записей в журнал учета есть функция реального времени. Обычно предполагается, что эти моменты времени подчиняются экспоненциальному закону распределения вероятностей. Однако это предположение подлежит проверке на реальных данных, в результате которой, если это необходимо, следует принять более подходящее распределение — нормальное, Эрланга, равномерное или просто константу. Некоторые задания могут или должны выполняться не одним рабочим, а целой бригадой. В этом случае должно быть задано время для выполнения всех возможных элементов задания. Кроме того, для некоторых заданий может быть резерв времени. Это значит, что задание может быть готово к выполнению, но это обстоятельство не приведет к вынужденному простою в ожидании обслуживания, пока не будет исчерпан существующий резерв.

Характеристики станков. На станки могут выдаваться неодинаковые задания. Это может быть связано либо с различием типов станков, либо с разной степенью износа одинаковых станков. Такое условие возникает и в задачах сферы обслуживания, например медицинского.

Характеристики рабочих-операторов. Группа станков может обслуживаться операторами с различным опытом работы и различной квалификацией. Одно и то же задание, вероятно, может быть выполнено операторами с разным уровнем профессиональной подготовки. Но в любом случае задания должны планироваться с учетом требуемого уровня квалификации. Иногда оператору может быть придана лишь часть рассматриваемой группы станков. Например, наладчик может обслуживать всю группу станков, тогда как за рабочим-станочником будет закреплена лишь определенная их часть. Иногда оператор работает на станке лишь часть времени, а не постоянно. Например, во время обеденного перерыва рабочего на его место за станком может стать бригадир.

Правила составления расписания. Когда необходимо выполнить несколько заданий, для них должны быть установлены приоритеты. Это делается с учетом времени выполнения заданий, резервов времени и т. д. Наличие среди них особо важного задания может потребовать прерываний выполнения второстепенных заданий. Поэтому для каждого задания важно знать такую его характеристику, как возможность прерывания [прерывает ли его выполнение работу над другими заданиями и (или) можно ли прерывать его выполнение]. Использование системы приоритетов связано с преодолением двух трудностей: во-первых, нужно выбрать эффективную систему приоритетов и, во-вторых, необходимо строго ее придерживаться.

Традиционные методы

Решение задачи определения необходимого числа рабочих для обслуживания группы станков может быть осуществлено множеством методов, среди которых можно назвать следующие:

1. Использование таблиц режимов обслуживания [1]. Первоначально эти таблицы разрабатывались для текстильного производства, где рабочий работает на нескольких станках, требующих периодического обслуживания. Недостаток этого метода — необходимость в слишком упрощенной постановке задачи, поскольку при составлении таблиц действуют следующие ограничения: однотипность станков, одинаковая квалификация операторов, способность каждого из них работать на любом из имеющихся станков, выполнение одного задания только одним оператором, недопустимость

прерываний выполнения заданий низкого приоритета при появлении заданий более высокого приоритета и т. д. Такие упрощения приводят к тому, что таблицы становятся непригодными для многих практических случаев.

2. Анализ очередей. В работе Кокса и Смита [2] представлен метод решения аналогичной задачи, основанный на использовании моделей многостаночного обслуживания с очередями и конечным числом заказчиков, когда интервалы между поступлениями новых заданий подчиняются экспоненциальному закону, а время ремонта станков или выполнения задания является экспоненциально распределенной случайной переменной.

Этот метод обладает теми же недостатками, что и предыдущий. Кроме того, может оказаться неверным предположение об экспоненциальном распределении моментов времени; принятая дисциплина обслуживания «первым пришел — первым обслуживаешься» также может оказаться далека от реальности.

3. Анализ ожидаемой рабочей нагрузки. В этом методе на основании ожидаемой продолжительности работы операторов и количества обслуживаемых ими станков предпринимается попытка найти оптимальное число операторов. Ему присущи все недостатки первых двух методов; кроме того, этот метод не учитывает зависимости степени «перекрытия» заявок на обслуживание от интервалов поступления заказов и времени их выполнения.

Все эти три метода в практическом применении не обеспечивают точного определения потребности в рабочей силе. Однако их удобно использовать для получения первого приближения этих оценок. Они применялись авторами для предварительного анализа с целью нахождения разумных начальных условий моделирования задачи, описанной в этом разделе.

Моделирующая программа

На рис. П.А.5.1 показаны входные и выходные данные имитационной модели. Вход включает в себя данные о выполняемых заданиях и о конфигурации человеко-машинной системы. На выходе определяются продолжительности работы, ремонта и вынужденных простоев для каждого станка, нагрузка и степень использования каждого станочника и накапливаются статистические данные, получаемые при работе модели.

Входные данные о заданиях включают

номер задания: каждому заданию присвоен свой номер;

наименование задания: слово, идентифицирующее задание;

разряд станочника: по уровню квалификации или степени ответственности станочники могут иметь разные разряды; каждое задание может выполняться станочниками одного или различных разрядов;

тип задания: указывается одно из трех требований, необходимых для выполнения задания: 1) станок выключен (например, заданием является выполнение ремонта), 2) станок работает (задание — установка режима обработки) и 3) любой из двух этих режимов (задание — установка заготовки);

приоритет задания: каждое задание может иметь один из трех приоритетов: 1) может прерывать другие задания, но само не может быть прервано, 2) не может прерывать и не может быть прервано и 3) не может прерывать, но может быть прервано. Кроме того, для несрочных заданий, т. е. таких, выполнение которых при отсутствии свободной рабочей силы может быть отложено, вводится дополнительная категория. Эти задания не вызывают наложения операций обслуживания, но увеличивают рабочую нагрузку;

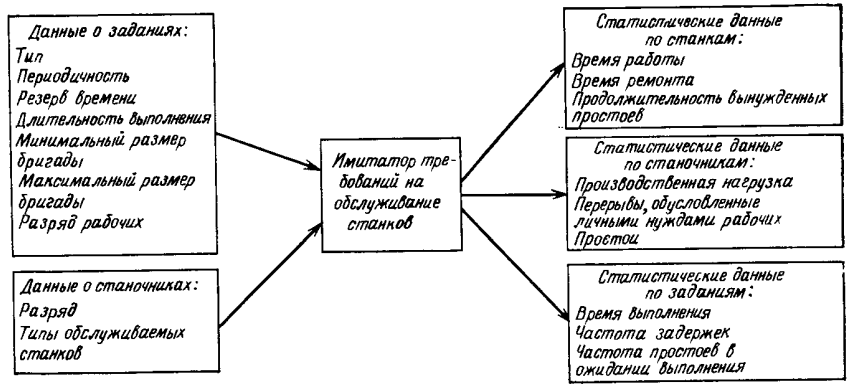


Рис. П.А.5.1. Входные и выходные данные моделирующей программы.

интервал поступления: задаются закон распределения вероятностей и его параметры, связанные с интервалами поступления заданий;

резерв времени: данные о законе распределения вероятностей и параметрах, связанных с резервами времени. В этом контексте резервом времени называется тот интервал, в течение которого выполнение задания можно откладывать, не вызывая простоев станков;

длительность выполнения задания: данные о распределении вероятностей и параметров, связанных со временем, необходимым для выполнения задания;

условия поступления: могут определяться временем работы станка или абсолютным временем. Интервал поступления задания может отсчитываться от момента его доступности для выпол-

нения; новое задание также может поступить во время выполнения предыдущего задания либо по окончании его выполнения. Таким образом, могут возникнуть шесть разных случаев.

На каждое задание, выполняемое определенным станочником, необходимо иметь данные по времени его первого поступления и интервалам последующих поступлений. На рис. П.А.5.2 показана блок-схема моделирующей программы.

Модель работает в нескольких режимах, обеспечивающих различный уровень детализации выходных данных. В табл. П.А.5.1 приведены все выходные параметры. Полученная на модели сводка по станкам содержит средние значения и диапазон изменения времени работы, ремонта и вынужденного простоя станков за моделируемый период времени. Сводка по станочникам показывает рабочую нагрузку, время работы и время простоев каждого из них в течение того же периода времени. Сводка по заданиям дает частоту появления, временные задержки и вынужденные простои по каждому заданию. Кроме того, для каждого задания просчитывается весь диапазон времени, требуемого на его выполнение. На основании этих данных может осуществляться пересмотр входных параметров.

Для установления приоритетов заданий существуют несколько различных методов. В этом смысле проблема схожа с задачей построения правила распределения заданий по цехам. Относительные приоритеты определяются по данным о резервах времени моделирующей программой. Задание с минимальным резервом времени должно выдаваться оператору первым. Среди заданий с равными резервами времени первый приоритет имеет задание с наименьшим временем выполнения. При поиске путей сокращения времени выполнения эти правила можно усложнить и проанализировать более сложные выходные результаты. Однако с усложнением правил использовать их в модели становится все труднее и труднее.

Прогоны модели выполнялись в режимах пакетной обработки и разделения времени. Ввод данных и проведение анализа чувствительности модели в режиме разделения времени оказались проще, хотя, конечно, стоимость использования этого режима выше. Эти соображения приходится учитывать при выборе соответствующего режима обработки данных.

Результаты применения рассмотренной имитационной модели в ряде практических задач подтвердили ее высокую гибкость. Она позволяет учитывать посредством некоторого изменения данных о задании такие условия его выполнения, как работу рабочего за данным станком только часть своего времени или выключение станков при перерывах в работе по личным нуждам. Модель использовалась при оценке работы шестн станков, выполняющих 25 заданий. Требования к объему памяти и машинному времени

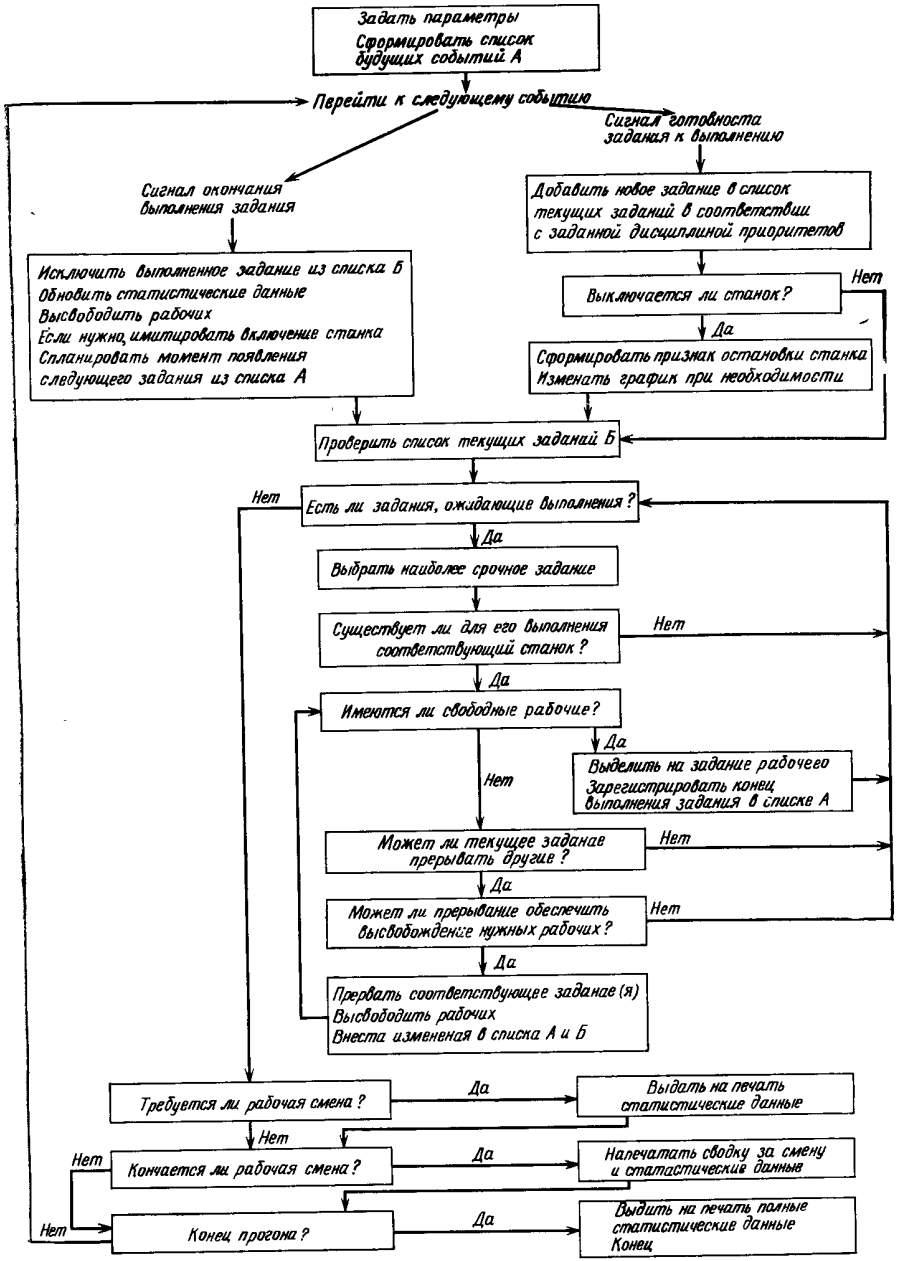


Рис. П.А.5.2. Блок-схема моделирующей программы.

Таблица П.А.5.1

Сводка результатов имитационного моделирования

ВЫХОДНЫЕ ДАННЫЕ

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ДАННЫЕ ПО СТАНКАМ

СРЕДНЕЕ ВРЕМЯ БЕСПРОСТОЙНОЙ РАБОТЫ	377,689	ПРОЦЕНТ ВРЕМЕНИ БЕСПРОСТОЙНОЙ РАБОТЫ	78,685
МИНИМАЛЬНАЯ ГРАНИЦА	278,944	МАКСИМАЛЬНАЯ ГРАНИЦА	408,563
СРЕДНЕЕ ВРЕМЯ ПРОСТОЕВ	102,311	ПРОЦЕНТ ВРЕМЕНИ ПРОСТОЕВ	21,315
СРЕДНЕЕ ВРЕМЯ РЕМОНТА	83,835	ПРОЦЕНТ ВРЕМЕНИ РЕМОНТА	17,466
МИНИМАЛЬНАЯ ГРАНИЦА	45,655	МАКСИМАЛЬНАЯ ГРАНИЦА	139,464
СРЕДНЕЕ ВРЕМЯ ОЖИДАНИЯ	18,454	ПРОЦЕНТ ВРЕМЕНИ ОЖИДАНИЯ	3,845
МИНИМАЛЬНАЯ ГРАНИЦА	5,180	МАКСИМАЛЬНАЯ ГРАНИЦА	53,656

Статистические данные по станочникам

Номер станочника	Разряд	Нагрузка, ч	Нагрузка, %	Личное время, ч	Личное время, %	Простои, ч	Простои, %
1	1	287,95	56,46	90,00	17,65	132,03	25,89
2	1	255,71	50,14	90,00	17,65	164,27	32,21
3	2	263,38	51,84	90,00	17,65	156,60	30,71
4	2	208,59	40,90	90,00	17,65	211,39	41,45
5	3	173,57	34,03	90,00	17,65	246,41	48,32
6	3	90,67	17,78	90,00	17,65	329,31	64,57

Статистическне данные по заданиям

Номер задания	Тип	Частота появления за смену	Среднее время выполнения	Время на задание, %	Максимальный интервал между заданиями	Процент заданий, выполненных с задержкой	Максимальная длительность задержки	Частота поступления заявок во время выполнения предыдущего задания
1	2	15,45	2,30	18,90	3,90	32,61	6,86	4
2	1	9,79	3,99	20,74	4,97	17,45	4,33	0
3	3	21,25	2,00	22,60	2,46	44,90	18,17	1
4	3	34,42	0,79	14,37	1,49	30,99	17,52	3
5	2	4,62	9,52	23,38	50,82	18,92	39,74	0

весьма скромны (25 000 слов и от 5 до 10 мин машинного времени на один прогон на ЭВМ типа CDC3300).

Эта же имитационная модель может применяться и в задачах, непосредственно не связанных с обслуживанием станков, для анализа систем с конечным числом источников требований и конечным числом обслуживающих приборов.

Сравнение различных методов

По мере усложнения модели растет и стоимость проведения анализа. Для применения аналитических методов теории массового обслуживания требуется введение достаточно жестких допущений и полуэмпирических аппроксимаций. Поэтому, на наш взгляд, легче использовать решения, найденные с помощью описанной имитационной модели. Кроме того, она позволяет получать распечатку детальной последовательности событий в конкретные периоды времени. Эта информация может быть легко доведена до сведения руководства, что повышает доверие с его стороны к адекватности модели и ее конечным результатам.

Теория массового обслуживания применима, однако, не везде. Примером этого может служить ситуация, в которой второстепенные задания выходят на первое место и для их выполнения требуется несколько рабочих одинаковой квалификации. Но там, где это возможно, анализ с применением теории массового обслуживания должен предшествовать машинному имитационному моделированию; он помогает найти близкую к оптимальной конфигурацию системы человеко-машины.

Пример

Необходимо начать выпуск нового вида изделий. Станки, которые изготовляют такие изделия, требуют периодического обслуживания со стороны рабочих-станочников. Некоторые из видов обслуживания производятся по графику, потребность в других возникает в случайные моменты времени. Имеется шесть станков. Их обслуживают рабочие трех специальностей: станочник, подсобный рабочий и слесарь-ремонтник. Различия в уровне квалификации и правила, установленные профсоюзами, не позволяют каждому рабочему выполнять все операции.

Сбор данных

Необходимо собрать данные, относящиеся к интервалам поступления заданий, резервам времени по каждому из них, продолжительности выполнения задания, численности бригад и другим параметрам, характеризующим задание. Обычно имеются два

источника данных: результаты пробного выполнения заданий и инженерная оценка параметров, полученная на основании технических соображений. Данные можно собирать двумя способами — отдельно по каждому заданию и(или) по выборочным показателям выполнения ряда заданий, как это показано на рис. П.А.5.3.

Если используются выборочные данные, необходимо опреде-

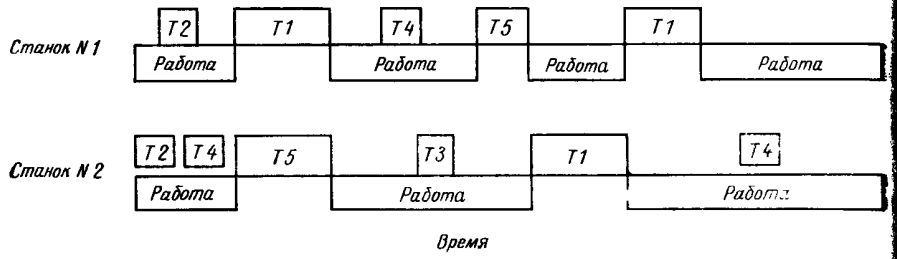


Рис. П.А.5.3. Выборочная регистрация пробного выполнения заданий. T_k обозначает время выполнения k-го задания.

лить время между последовательными моментами появления каждого задания. Вероятностное распределение и его параметры можно найти на основании обычных статистических испытаний. В табл. П.А.5.2 представлены соображения, которые использовались в оценке информации в этом примере. В табл. П.А.5.3 эта информация для данного примера приведена в сжатом виде.

Таблица П.А.5.2

Возможные источники информации, используемые при сборе данных

Наименование данных	*Источник*
Количество станков в группе	Пространственное размещение и решения управленческого персонала
Информация по заданиям	
Тип	Технические условия
Характеристики прерывания	» »
Периодичность поступления заявок	Выборочная регистрация
Время выполнения	» »
Резерв времени	Технические и технологические условия
Способ формирования	Технические условия
Численность и производительность бригады	Эксперимент
Уровни квалификации станочников	Анализ потребностей в персонале различной квалификации, правила, устанавливаемые профсоюзом, политика руководства фирмы
Загрузка персонала	Правила, устанавливаемые профсоюзом

В результате анализа ожидаемого интервала поступления заданий и времени их выполнения была определена рабочая нагрузка и сделан вывод о целесообразности использования от трех до шести рабочих для обслуживания группы из шести станков.

Применение теории массового обслуживания позволило найти оптимальное число рабочих на шесть станков: три станочника или подсобных рабочих и два ремонтника. Общее ожидаемое время, в течение которого станки не работают, составило по оценке 51%. Для уточнения потребностей в персонале в соответствии с найденным решением используем имитационную модель.

Анализ с помощью имитационной модели

Имитационное моделирование выполнялось для групп из трех и шести станков. Результаты анализа сведены в табл. П.А.5.4. Легко видеть, что минимальную стоимость обслуживания можно получить при использовании двух станочников, двух подсобников и двух ремонтников. Нагрузка на эти категории рабочих указывалась ранее в выходных данных, приведенных в табл. П.А.5.1.

Рассмотрение результатов моделирования

Прежде чем применить результаты анализа, необходимо ответить на ряд вопросов.

Каков оптимальный размер группы станков? Объединение всех шести имеющихся станков в одну группу всегда минимизирует общие затраты. Однако на выбор оптимального размера группы станков влияют еще и другие соображения. Весьма ощутимым фактором при увеличении числа станков в группе является удлинение общего расстояния, проходимого обслуживающим персоналом. Кроме того, при этом уменьшается личная ответственность каждого рабочего. Легко видеть, что уменьшение числа станков в группе с шести до трех повысило стоимость обслуживания на 17,5 долл./ч. Такое увеличение затрат должно быть скомпенсировано какими-то иными явными или неявными факторами.

Какой может быть получен эффект, если снять ограничение, не позволяющее ремонтникам помогать в работе станочникам? Вообще говоря, очевидно, что введение более гибких инструкций для ремонтников может только улучшить работу бригады. В связи с этим в ту же имитационную модель было введено условие, что ремонтник, не занятый непосредственно ремонтом станков, помогает станочнику. В результате простои снизились с 21,3 до 19,7%, а затраты уменьшились на 23 долл. в смену. Иными словами, снятие подобного ограничения влияет на улучшение общих показателей работы больше, чем добавление еще одного станочника.

Пример описания

Номер задания	Специальность рабочего	Требуемое состояние станка	Может прерывать другие задания	Может быть прервано	Закон распределения времени поступления задания	
					тип[1])	математическое ожидание (параметры)
1	Станочник	Выключен	Да	Нет	Э	25,0
2	Станочник или подсобный рабочий	Включен	Да	Нет	Э	40,0
3	Подсобный рабочий	Включен или выключен	Нет	Нет	Д	18,0
4	Станочник или подсобный рабочий	То же	Нет	Да	Р	8,0 (пределы 3,0; 13,0)
5	Слесарь-ремонтник	Выключен	Да	Нет	Э	80,0

1) Д — детерминированная величина, Н — нормальное, Р — равномерное, Э — Эрланга,
2) Трудоемкость задания (в чел.-мин) при максимальной численности бригады рассчикоэффициент эффективности. В случае бригады переменной численности это время определности.

Таким же образом можно проанализировать влияние и других ограничений.

Следует ли учить рабочих назначать приоритеты выполняемым заданиям? В любой схеме определения приоритетов, по всей вероятности, должны учитываться имеющиеся резервы времени. В модели для заданий с одинаковыми резервами времени использовались две различные дисциплины обслуживания: «первым пришел — первым обслуживаешься» и «по наименьшему среднему

Таблица П.А.5.3

характеристик заданий

Закон распределения интервалов резервного времени		Закон распределения времени выполнения задания		Численность бригады[2])		Коэффициент эффективности бригады	Метод планирования
тип[1])	математическое ожидание (параметры)	Тип[1])	математическое ожидание (параметры)				
Д	0,0	Н	2,5 (среднеквад. отклонение 0,5)	1	2	1,6	Назначается на станок, выполнивший предыдущее задание
Д	30,0	Т	4,0 (пределы 3,0; 5,0)	1	1	1,0	Назначается по готовности к выполнению
Д	20,0	Т	2,0 (пределы 1,5; 2,5)	1	1	1,0	То же
Р	3,0 пределы	Р	1,0 (пределы 0,5; 1,5)	1	1	1,0	Ставится в очередь на станок, где начато выполнение другого заданни
Д	0,0	Э	10,0	1	1	1,0	Назначается на станок, выполнивший предыдущее задание

Т — треугольное распределение.
тывается путем умножения времени, необходимого для бригады минимального состава, иа ляется линейной интерполяцией между временем для наибольшей и для наименьшей численности.

времени обслуживания». В этом случае полученная разница во времени выполнения работы была незначительной. Труднее бывает рекомендовать лишь какую-то одну дисциплину обслуживания; имитационное моделирование может только помочь определить различия в вероятностной величине времени простоя в ожидании обслуживания для разных дисциплин.

Задание № 4 выполняется чаще всех других. Каково будет влияние изменения резерва времени на его выполнение? Любое

Таблица П.А.5.4

Результаты моделирования

Состав бригады	Относительное время простоев	Затраты на рабочую силу в расчете на час, долл.	Потери от простоев в расчете на час, долл.	Суммарные издержки в расчете на час, долл.
Размер группы:				
6 станков				
2 Ст, 2 П, 1 Сл	0,280	26,0	50,40	76,40
1 Ст, 2 П, 1 Сл	0,345	21,0	62,10	83,10
3 Ст, 2 П, 1 Сл	0,280	31,0	50,40	81,40
2 Ст, 1 П, 1 Сл	0,320	22,0	57,60	79,60
2 Ст, 3 П, 1 Сл	0,280	30,0	50,40	80,40
3 Ст, 1 П, 1 Сл	0,325	27,0	58,50	85,50
1 Ст, 3 П, 1 Сл	0,300	25,0	54,00	79,00
1 Ст, 2 П, 2 Сл	0,290	29,0	52,20	81,20
2 Ст, 2 П, 2 Сл	0,213	34,0	38,34	72,34
2 Ст, 1 П, 2 Сл	0,286	30,0	51,48	81,48
1 Ст, 3 П, 2 Сл	0,280	33,0	50,40	83,40
3 Ст, 1 П, 2 Сл	0,261	35,0	46,98	81,98
3 Ст, 3 П, 1 Сл	0,255	35,0	45,90	80,90
3 Ст, 2 П, 2 Сл	0,205	39,0	36,90	75,90
2 Ст, 3 П, 2 Сл	0,203	38,0	36,54	74,54
3 Ст, 3 П, 2 Сл	0,195	43,0	35,10	78,10
Размер группы:				
3 станка				
1 Ст, 1 П, 1 Сл	0,336	17,0	30,24	47,24
1 Ст, 2 П, 1 Сл	0,266	21,0	23,94	44,94
2 Ст, 1 П, 1 Сл	0,277	23,0	24,93	47,93
2 Ст, 2 П, 1 Сл	0,236	26,0	21,24	47,24
2 Ст, 2 П, 1 Сл	0,208	34,0	18,72	52,72

Прогоны имитационной модели повторялись до получения устойчивой оценки для относительного времени простоев с точностью до 0,05.

Затраты на рабочую силу в расчете на час, долл.:

Станочник (Ст) 5
Подсобный рабочий (П) 4
Слесарь-ремонтиик (Сл) 8

Потери от простоев в расчете на станок за час — 30 долл.

уменьшение резерва времени может повлечь увеличение времени простоев в ожидании обслуживания, и наоборот. В нашей модели были осуществлены прогоны при различных резервах времени. На рис. П.А.5.4 приведен график соответствующей зависимости, из которого видно, что наличие резервов времени длительностью 3 мин уже не увеличивает вынужденных простоев.

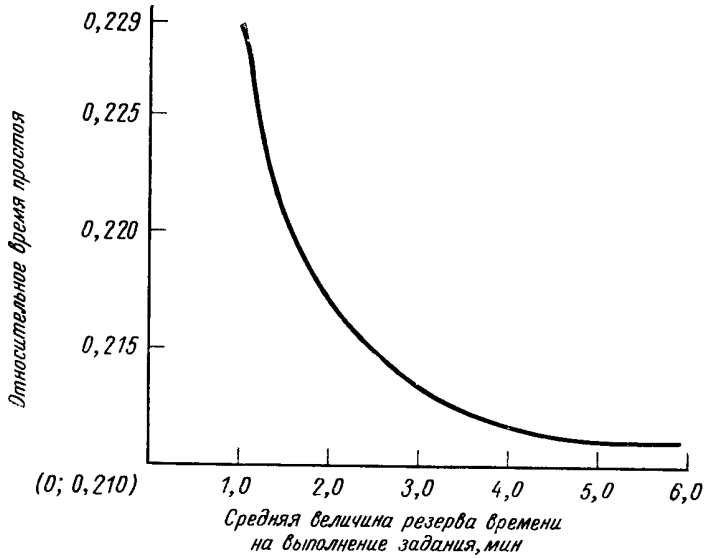


Рис. П.А.5.4. Зависимость между средней величиной резерва времени на выполнение задания № 4 и длительностью вынужденных простоев.

Обычно около 5% работающих отсутствует. Какое влияние оказывает это на вынужденные простои? Влияние отсутствия на рабочем месте станочника, подсобника или ремонтника можно определить по табл. П.А.5.4. В случае невыхода на работу станочника вынужденные простои в группе станков увеличиваются на 7,5%.

Каковы затраты на проведение анализа подобного типа? Здесь присутствуют два вида затрат: затраты на разработку общей моделирующей программы и затраты на проведение анализа с помощью имитационной модели. Такой анализ обходится примерно в 50 долл. за 1 прогон модели. В нашем примере потребовалось около 20 прогонов, что в сумме обошлось примерно в 1000 долл. Стоимость создания подобной имитационной модели составляет от 6 до 8 тыс. долл. Если половину расходов на создание модели отнести на выполнение проектных работ, то общая сумма составит 4 тыс. долл. Годовой фонд заработной платы

специалистов, занятых на производстве решением подобных задач, лежит в пределах от 120 до 160 тыс. долл. Поэтому затраты на проведение анализа составляют всего 2—3% прямых расходов, связанных с принятием управленческих решений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Maynard H. B., Industrial Engineering Handbook McGraw-Hill Book Co., New York, N. Y., 1972.
2. Cox D. R., Smith W. L., Queues, Wiley, Inc., New York, N. Y., 1961; есть русский перевод: Кокс Д., Смит У., Теория очередей, изд-во «Мир», М., 1966.

П.А.6. МОСТОВОЙ КРАН[1]

Де Мэйр[2]

Этот пример демонстрирует, как создателям имитационной модели следует преподносить заказчику результаты своей работы. Вовлечение в разработку и последующую оценку проекта имитационного исследования руководителей производства разных уровней помогло группе исследователей добиться признания окончательных результатов проекта.

На основании прогнозов будущего роста и данных о расширении рынка сбыта администрация медеплавильного завода в Олин-Брасе пришла к выводу, что производственные мощности завода в скором времени окажутся не в состоянии удовлетворить растущий спрос на медь и медные сплавы.

Литейное производство на предприятии основано на полунепрерывном процессе литья под давлением. Его продукцией являются большие отливки сплавов цветных металлов, направляемые далее на прокатные станы и штамповочные машины. Отливки получают из различных комбинаций сырья и лома цветных металлов.

В литейном цехе имеется ряд подсистем, таких, как плавильные печи, раздаточные печи, разливочные пролеты и различное вспомогательное крановое и транспортировочное оборудование. По всей вероятности, узким местом является мостовой кран, передвигающийся вдоль всего цеха.

Когда составлялся проект расширения медеплавильного производства фирмы, встал вопрос о том, сможет ли кран, до этого полностью удовлетворяющий нуждам производства, справиться с увеличенной рабочей нагрузкой.

От нагрузки на мостовой кран в большой степени зависят показатели работы цеха. Некоторые виды задержек в перемещении грузов возникают из-за наложения заданий (т. е. наличия в не-

[1] Перепечатано с разрешения журнала Industrial Engineering, март 1973. Copyright American Institute of Industrial Engineers, Inc., 25 Technology Park/Atlanta, Norcross, Georgia 30072.

[2] Сотрудник фирмы Olin Corporation, Ист-Элтон, Иллинойс.

которые моменты времени более одного задания, требующего безотлагательного выполнения). Такие задержки часто приводят к увеличению литейного цикла и соответственно к уменьшению общей выходной мощности производства. Когда вычислили, что в результате расширения литейного производства нагрузка на кран возрастет на 20—25%, на повестку дня встал важный вопрос. Его формулировка послужила темой настоящего имитационного исследования: *«Какая часть мощности литейного оборудования будет потеряна при расширении медеплавильного производства, если оставить без изменения существующую систему управления мостовым краном?»*

Необходимость имитационного моделирования

Для того чтобы ответить на главный вопрос и дать руководству фирмы необходимую информацию для принятия решений, следовало найти ответы на такие вопросы:

— Какова будет степень наложения заданий на кран?
— Каково будет увеличение рабочей нагрузки на кран?
— Оправдает ли увеличившееся наложение заданий затраты на исследования для его снижения?
— Существует ли здесь вообще серьезная проблема?

После некоторого анализа, проведенного руководителями производства фирмы, стало ясно, что система управления краном чрезвычайно сложна и известные методы едва ли принесут пользу. Руководители заявили, что им требуется профессиональная помощь со стороны исследователей-аналитиков. Особенно подчеркивалась важность построения имитационной модели системы управления краном.

То, что администрация сама стала инициатором проведения имитационного исследования, в дальнейшем оказалось весьма полезным. Это помогло установить хорошие рабочие контакты с сотрудниками фирмы, отвечающими за управление производством; эти контакты на всех этапах работы — от ее планирования до получения окончательных результатов — были очень плодотворными. Участие управленческого персонала во всех стадиях исследования помогло руководству понять методологию имитационного моделирования и с доверием отнестись к полученным результатам и сделанным выводам. Результаты исследования стали надежной основой для принятия решений администрацией компании.

Параметры

Участие руководителей производства на этом этапе проведения исследования было особенно важным. По существу, они дали описание всей системы, на основании которого была получена

абстрактная имитационная модель. Важно отметить то, что модель не была просто кем-то разработана и передана руководству для одобрения: она была создана при самом непосредственном его участии.

С представителями административного аппарата, начиная от старшего мастера поточной линии до директора производства фирмы, была проведена серия встреч. Первая встреча носила подготовительный характер. Были объяснены общие цели проекта и разработаны «грубые» описания параметров системы. Последующие встречи расширили и дополнили эти описания так, что исследователи получили полную информацию обо всех параметрах системы.

Для получения набора параметров требовалось составить описания и определить время выполнения операций, а также собрать описательную информацию о распределении событий по каждому заданию.

Задания на мостовой кран (всего 16 типов различных заданий) детализировались путем разбивки каждого из них узловыми точками на подзадания (табл. П.А.6.1). Например, одно задание могло быть разбито на пять подзаданий с указанием времени выполнения каждого из них. Такое детальное описание заданий позволяло присваивать им приоритеты наиболее реалистично.

В результате ряда совместных обсуждений с руководителями производства был составлен достаточно полный перечень заданий на кран и их дескрипторов. На этом этапе было проведено изучение журналов литейного производства и эксплуатации оборудования за несколько последних месяцев, при этом ранее полученная информация послужила основой для создания удобной формы сбора данных. Целью этого этапа работы было получение частот событий по заданиям на основе ретроспективного анализа работы цеха.

Результаты этого ретроспективного анализа в сочетании с интуицией наиболее опытных администраторов позволили получить наилучшие оценки для параметров системы, используемых в модели. К этому времени были полностью идентифицированы все задания для крана, получены распределения частот событий по заданиям каждого типа, стал известен характер распределений событий и заданиям были приписаны приоритеты.

Построение модели

Для того чтобы модель правильно отражала взаимосвязи между ее отдельными компонентами, она должна включать не только параметрическую информацию, но и логику построения программ.

Основная часть этой логики связана со знанием логических последовательностей событий — какие события логически могут произойти одновременно и какие события непременно должны

Таблица П.А.6.1

Каждое крановое задание разбивается узловыми точками на подзадания. В узловых точках любая операция может быть прервана в случае, если на кран поступает задание с более высоким приоритетом

Задание	Описание	Координаты узловых точек[1])	Приоритет
Извлечение болванок, отлитых под давлением	Необходимо вынуть отлитые болванки из форм и доставить их к другим установкам для дальнейшей обработки	11 (узловых точек нет)	10 (наивысший)
Замена индукторов	Необходимо заменить вышедшие из строя нагревательные индукторы	10—5—20—40—20—5—10	9
Подмена линии загрузки	Материалы, обычно подаваемые на разливочный участок с помощью дозирующей линии, при ее повреждении должны доставляться краном	6	8
Подмена портального крана	При повреждении портального крана мостовой кран принимает на себя выполнение его заданий на разливочном участке	6	8
Замена формовочной тележки	Заменить формовочные тележки на установках литья под давлением	6—6—6—6	7
Замена вкладышей пресс-форм	Заменить вкладыши пресс-форм на установках литья под давлением	5—5	7
Замена установки литья под давлением	Полностью заменить блок из пяти плавильных печей и раздаточную печь, связанную с литьем под давлением	145—10—10—10—10—10—10—10—10—10—60—10—10—10—10—120—6—6—6—6—10—10—10—10—120—20—15—30	6
Непредвиденная замена в ходе плавки	Заменить вышедшую из строя плавильную печь разливочного агрегата из пяти печей	10—5—10—40—10—15—20	6
Замена пяти плавильных печей	Замена пяти плавильных печей	10—5—10—40—10 5 раз потом 13—10 5 раз	6

Продолжение

Задание	Описание	Координаты узловых точек[1])	Приоритет
Случайные задания	Мелкие работы, например перемещение материалов к разливочному участку	5	5
Перемещение готовых отливок	Переместить отливки от разливочных агрегатов другого типа	5	5
Замена кокилей с вертикальным разъемом типа «книга»	Заменить кокили на разливочном агрегате	20—25	4
Замена кокилей после разливки	Поставить новые кокили на разливочный агрегат после очередной разливки	6—6	4
Замена печи на разливке	Переместить печь, окончившую разливку на агрегате	15—15—10—10—10	4
Замена агрегата Вертли	Расплавленный металл должен подаваться на этот агрегат с помощью крана	10	4
Устранение поломок агрегата Вертли	При определенных типах неисправностей этого агрегата необходимо использовать мостовой кран	10—20—10	4

[1]) Подчеркнутое время относится к тем периодам, когда требуется участие крана. Неподчеркнутые числа указывают время, которое должно пройти до перехода к следующему шагу; однако в период времени, соответствующий неподчеркнутому числу, кран свободен для выполнения какого-либо другого задания.

произойти в разное время. С помощью руководителей производства фирмы была составлена матрица, фиксирующая события, которые не могут происходить одновременно (табл. П.А.6.2).

Логика программ, используемых в модели, должна была также предусматривать разработку алгоритмов генерации заданий в соответствии с заданными законами распределения вероятностей. Выяснилось, что сформулированные задания мостовому крану в зависимости от характера распределения событий можно классифицировать следующим образом:

— чисто случайные события;

— случайные события с некоторым известным, но меняющимся циклом;

Таблица П.А.6.2

Эта матрица получена в результате интервьюирования производственного персонала фирмы; столбы и строки матрицы содержат одинаковый набор событий, а крестиками отмечены события, которые не могут происходить одновременно

События	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1. Выемка отливок	×	×			×	×	×		×							
2. Замена индукторов	×	×					×	×	×							
3. Неисправность линии загрузки			×													
4. Неисправность портального крана				×												
5. Замена формовочной тележки	×				×		×									
6. Замена вкладышей пресс-форм	×					×	×	×								
7. Замена разливочного агрегата	×	×			×	×	×	×								
8. Непредвиденные замены по ходу плавки		×				×	×	×	×							
9. Загрузка пяти плавильных печей	×	×						×	×							
10. Случайные задания										×						
11. Перемещение готовых отливок											×		×			
12. Замена кокилей с вертикальным разъемом типа «книга»												×				
13. Замена кокилей после разливки											×		×			
14. Замена печи на разливке											×			×		
15. Загрузка агрегата Вертли															×	×
16. Ремонт агрегата Вертли															×	×

— фиксированные во времени события.

Моделирующая программа была разбита на три основные части, соответствующие этим трем типам событий.

Чисто случайные события — это именно то, что имеется в виду в самом названии. Число событий этого типа известно, но время появления каждого из них считается величиной абсолютно случайной. Появление таких событий равновероятно в любой момент времени в течение всего цикла моделирования.

Задание на выемку готовых отливок из форм представляет собой пример случайного события внутри известного временно́го цикла. Время появления такого задания выбирается по случайному закону, а начало цикла задается некоторым известным видом распределения.

Замена отливочных форм представляет собой пример фиксированных во времени событий. Задания на замену форм были регламентированы еще перед началом имитационного исследования, и в модели их нужно было рассматривать именно как фиксированные события.

Стоит отметить, что фиксированное время появления событий на самом деле вовсе не фиксировано. Названы эти события здесь так лишь потому, что в имитационной программе они принимались фиксированными. В действительности «фиксированные» моменты появления событий определялись с помощью генерирования псевдослучайных чисел и считались «фиксированными» в программе лишь для обеспечения логической последовательности операций.

Как уже отмечалось, каждое из 16 крановых заданий разбивалось с помощью узловых точек на подзадания. Это делалось для того, чтобы наиболее полно отразить все этапы его выполнения. Поскольку многие задания имеют достаточно большую длительность и состоят из нескольких четко различимых этапов, было решено, что в любой узловой точке задание может быть прервано в случае, если поступило новое задание, с более высоким приоритетом. Выполнение отложенного задания или нескольких заданий должно быть завершено, как только это позволит их приоритет и рабочая нагрузка крана. Таким образом, модель описывала управление краном очень близко к тому, как это происходит на самом деле. Для целей анализа были составлены таблицы статистических данных об очередях по всем заданиям и определены их узловые точки.

Первоначально имитационная модель отображала существующую ситуацию. В процессе эксперимента на основе практических знаний и богатого опыта руководителей производства удалось откалибровать модель и добиться необходимой ее адекватности еще до введения в нее нового неизвестного элемента — дополнительного литейного оборудования. Администрация фирмы стала с бо́льшим доверием относиться к результатам исследования, так как убедилась в том, что модель имитирует существующий технологический процесс с высокой степенью точности.

Вопросы программирования

Основная задача программирования, от решения которой зависел успех всего проекта в целом, заключалась, естественно, в

наиболее реалистичном отражении работы системы управления краном. С этой целью было заранее зафиксировано время выполнения некоторых видов операций. При этом использовалась комбинация случайности и логической последовательности появления событий.

В моделирующей программе такие заранее фиксированные задания обрабатывались следующим образом: «ежедневно» имитировалась функция формирования кодов фиксированных заданий, подлежащих выполнению в течение дня. Такая имитация в сочетании с различными операторами формирования поддерживала определенную логическую последовательность поступления заданий на кран в течение всего периода работы модели.

Оба вида заданий — связанные с наступлением и фиксированных, и случайных событий — содержали, как уже говорилось, узловые точки. Наличие таких точек позволяло системе управления краном прерывать выполнение задания в случае, если на нее поступало новое задание, с более высоким приоритетом. Распределение времени выполнения для разных типов заданий определялось путем построения функции распределения для каждого задания, в которую включалось время непосредственной работы и время простоя крана в течение периода выполнения задания. Описание задания, например, могло выглядеть так:

5 мин — работа с участием крана,
6 мин — работа с участием крана,
10 мин — работа без участия крана,
7 мин — работа с участием крана.

В течение отмеченных 10 мин простоя кран был свободен для выполнения других заданий.

В дополнение к стандартным выходным формам были построены различные таблицы представления данных. В одной из таблиц, например, содержались данные по предписанным длительностям временных циклов и длительностям, фактически имевшим место в процессе моделирования. Сравнение этих данных оказалось полезным для оценки влияния рабочей нагрузки на длительность литейного цикла.

Таблицы применялись также для оценки степени наложения заданий друг на друга. Использование этой информации при разработке новых алгоритмов для управления краном должно было уменьшить взаимное наложение заданий в будущей системе.

Имитационная модель была записана на языке «Имитатора потоков» (Flow Simulator) фирмы RCA. Этот язык близок к языку GPSS; причиной его выбора было то, что моделирование выполнялось на ЭВМ RCA Spectra-70, в которой для имитационных целей применяется именно этот язык.

Наименьшая единица времени, используемая в модели, составляла 1 мин; полный период моделирования был равен 1 месяцу. Прогон имитационной программы, моделирующей работу крана в течение 1 месяца, занимал 25 мин; необходимый объем оперативной памяти составил 220K байт.

Калибровка модели

Несколько прогонов имитационной модели было выполнено с целью получения некоторой картины работы в прошлом. Табулированные результаты были показаны руководству. Структура модели позволяла определять многие важные рабочие параметры, которые можно было как измерить, так и получить на основе данных за прошлые периоды времени. Она позволяла, например, получать сведения о произведенной за месяц продукции, причем не только по валу, но и в отдельности по каждой из номенклатурных позиций. Результаты, полученные с помощью модели, хоро-

Таблица П.А.6.3

Сравнение частот появления различных крановых заданий по ретроспективным данным и результатам моделирования подтверждает адекватность имитационной модели

	Задание	Относительная ошибка модели по частоте появления заданий, %
1.	Выемка болванок	Нет данных
2.	Замена индукторов	0
3.	Неисправность линии загрузки	30
4.	Неисправность портального крана	30
5.	Замена формовочной тележки	0
6.	Замена вкладышей пресс-форм	0
7.	Замена разливочного агрегата	0
8.	Непредвиденные замены по ходу плавки	40
9.	Загрузка пяти плавильных печей	0
10.	Случайные задания	4
11.	Перемещение готовых отливок	20
12.	Замена кокилей с вертикальным разъемом типа «книга»	0
13.	Замена кокилей после разливки	0
14.	Замена печи на разливке	0
15.	Загрузка агрегата Вертли	20
16.	Ремонт агрегата Вертли	10

шо совпали с реальными данными производства, и этот факт сыграл огромную роль, убедив администрацию в том, что модель правильна. Модель показала также, что кран справляется со всеми заданиями, которые поступают на него в течение месяца. Как видно из табл. П.А.6.3, моменты появления заданий в модели очень близки к реальным. Модель спроектирована так, что позволяет легко учитывать наращивание производственных мощностей.

С самого начала подход разработчиков к созданию модели предполагал точное отражение в ней реальной ситуации, убеждение руководства в ее адекватности и возможность оценки влияния установки дополнительного оборудования. Такой подход повышал шансы на принятие руководством фирмы результатов исследования, и он оказался верным.

Моделирование расширенного производства

В отлаженную и одобренную администрацией модель были введены данные о дополнительном оборудовании, намечаемом к установке в литейном цехе, и выполнены повторные ее прогоны. Достичь целей имитационного исследования можно было, лишь сравнив результаты моделирования ситуаций «до» и «после». Такое сравнение дало бы возможность сделать заключение о критических характеристиках системы управления краном. Оно позволило оценить и возможные задержки внутри литейного цикла, связанные с ростом наложения крановых заданий друг на друга.

Достоверные выводы

Сравнение результатов моделирования существующего литейного производства, близко совпавших с реальными данными, и результатов моделирования расширенного производства с дополнительным оборудованием позволило сделать ряд заключений. Основной вывод состоит в том, что из-за возрастающего наложения заданий друг на друга общая производственная мощность может снизиться на 2,8%. В свою очередь, эти проценты, выраженные в тоннаже потерянного металла, оказались главным результатом имитационного исследования, повлиявшим на принятие решений. Задача получила количественное решение, и далее уже руководству следовало определить нужные действия.

Важным результатом проведенного исследования было и то, что теперь у руководства фирмы оказалось значительно больше информации для принятия правильного решения. Особенно важным при этом было также и то, что оно с доверием отнеслось к представленным результатам и выводам.

Детальная структура модели дала возможность заключить, что различие между двумя моделируемыми ситуациями имеет

Таблица П.А.6.4

Полученное по результатам имитационного моделирования относительное изменение функций крана в связи с предполагаемым расширением литейного производства. Эти изменения вызваны повышением степени наложения крановых заданий

Характеристики	Данные, полученные на модели (процентное изменение)
Среднее число разливочных циклов на один день на каждую машину	—2,8
Рабочая нагрузка крана	+15
Выемка отливок при нулевом времени ожидания	—17
Среднее время ожидания по всем заданиям на извлечение отливок	+44
Среднее время ожидания для отливок, которые ждут обслуживания	Без изменений
Процент заданий, выполняемых при одновременной готовности к выдаче отливок более чем одного агрегата	+7,9
Процент заданий на извлечение отливок, которые выполняют с превышением допустимой задержки	+4

своей причиной возросшую степень взаимного наложения крановых заданий. В табл. П.А.6.4 показаны некоторые важные статистические данные по этим двум моделируемым ситуациям.

Участие руководства

Максимально заинтересовав руководство в участии и проведении имитационного исследования, можно резко повысить вероятность того, что впоследствии им будут хорошо приняты результаты этого исследования. В исследование надо стараться вовлечь все уровни иерархии руководства и поддерживать их участие на протяжении всей работы.

Окончательное принятие и внедрение полученных результатов имитационного проекта связаны не столько с высоким техническим уровнем его выполнения, сколько с уверенностью руководства в ценности его результатов, появляющейся при правильном подходе к проведению исследования. Это заключение не следует понимать так, что высокий технический уровень не имеет отношения к успеху дела; оно лишь подчеркивает, что нельзя не учитывать или недооценивать важность участия руководителей, если вы хотите добиться максимальной степени реализации возможностей, подсказываемых вашей моделью.

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

ГЕНЕРАТОРЫ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

Введение

При построении стохастических имитационных моделей необходимо обеспечить возможность генерирования случайных величин либо с помощью таблиц, либо по теоретическим законам распределения вероятностей с требуемыми параметрами. Как указывалось в разд. 2.9, для этой цели используются случайные числа или выборки по методу Монте-Карло. Естественно, что, если наша имитационная модель просчитывается на ЭВМ, мы должны иметь возможность 1) получать равномерно распределенные случайные числа и 2) использовать эти случайные числа для генерации случайных величин с требуемыми характеристиками. Библиотеки программ большинства ЭВМ включают с этой целью специальные стандартные подпрограммы. Программисту в таком случае легче всего воспользоваться уже имеющимися подпрограммами (если они составлены достаточно удобно). В тех организациях, которые еще не имеют достаточного опыта построения имитационных моделей, программисты часто обнаруживают, что нужные им стандартные подпрограммы либо вообще не включены в библиотеку стандартных подпрограмм, либо содержат много ошибок. Поэтому в настоящем приложении приводятся некоторые Фортра-программы, которые могут оказаться полезными для разработчиков.

До появления ЭВМ в качестве генераторов случайных чисел использовались механические устройства — колесо рулетки, специальные игральные кости и устройства, которые перемешивали фишки с номерами, вытаскиваемые вручную по одной. Некоторые из подобных устройств дают вполне удовлетворительные результаты в случае лишь небольшого количества фишек или чисел.

По мере роста применения случайных чисел для ускорения их генерирования исследователи стали обращаться к помощи электронных устройств. Несомненно, самым известным было применение таких устройств для генерирования случайных чисел в фирме RAND Corporation, где для этого использовался электронный импульсный генератор, управляемый источником шума. Один миллион случайных чисел, сформированных этим устройством, включен в книгу [21], выпущенную фирмой RAND, а также существует в записи на магнитной ленте.

Применение подобных устройств связано с двумя трудностями. Во-первых, весьма нелегко построить и постоянно поддерживать работоспособность физического устройства, из которого ЭВМ в любое время могла бы получать случайные числа. Во-вторых, числа, генерируемые такими устройствами, не могут воспроизводиться повторно, поэтому становится невозможным осуществление коррелированных прогонов имитационной модели (рассмотренных в разд. 5.16). Конечно, эти трудности можно обойти таким путем: получить весь набор случайных чисел и хранить его в особом массиве в машинной памяти или на ленте, вызывая по мере необходимости. Для такой процедуры, к сожалению, требуется много времени и большой объем машинной памяти, поэтому в задачах, где имеется большое количество случайных чисел, она непригодна.

С помощью рекуррентных математических методов реализовано несколько алгоритмов генерирования псевдослучайных чисел. Мы называем эти числа псевдослучайными потому, что фактически они, даже пройдя все статистические тесты на случайность и равномерность распределения, остаются полностью детерминированными. Это значит, что если каждый цикл работы генератора начинается с одними и теми же исходными данными (константами и начальными значениями), то на выходе мы получаем одинаковые последовательности чисел. Такое свойство позволяет применять методы коррелированной выборки, обсуждавшиеся в разд. 5.16, но тогда необходимо следить за тем, чтобы не прийти к той же последовательности, когда мы этого не хотим.

Методам вычисления случайных чисел и генерирования случайных переменных посвящено множество теоретических работ; ограниченный объем книги не позволяет нам рассмотреть их здесь. Великолепный обзор по работам, опубликованным до 1962 г., был написан Халлом и Добеллом [5]; библиография обзора содержит около 150 наименований. Этим же вопросам посвящена монография Янссона [8], появившаяся в 1966 г.; в библиографию включено около 300 наименований. В книге Нейлора и др. [17] эти вопросы рассмотрены в двух главах; книга содержит также стандартные подпрограммы генерирования случайных чисел на Фортране.

Метод срединных квадратов

Одной из первых арифметических процедур, использованных для вычисления последовательностей равномерно распределенных псевдослучайных чисел, был метод срединных квадратов. В этом методе, предложенном фон Нейманом и Метрополисом в 1946 г., каждое новое число в последовательности получалось взятием средних m цифр из числа, полученного возведением в квадрат первоначального m-значного числа. Метод срединных квадратов состоит из следующих шагов:

1. Взять произвольное четырехзначное число.
2. Возвести его в квадрат и, если нужно, добавить слева нули до восьмизначного числа.
3. Взять четыре цифры из середины в качестве первого случайного числа.
4. Возвести в квадрат четырехзначное число, полученное на шаге 3 (опять при необходимости добавляя слева нули до восьмизначного числа).
5. Повторять шаги 3 и 4 до получения необходимого количества случайных чисел.

Для иллюстрации метода предположим, что первое число, которое мы взяли, $X_0=2152$. Тогда по этому методу будет вычислена такая последовательность чисел:

$$\begin{array}{ll} X_0=2152 & (X_0)^2=04631104 \\ X_1=6311 & (X_1)^2=39828721 \\ X_2=8287 & (X_2)^2=68674369 \\ X_3=6743 & (X_3)^2=45468049 \\ X_4=4680 & (X_4)^2=21902400 \\ X_5=9024 & \text{и т. д.} \end{array}$$

К сожалению, этот метод трудно проанализировать, он работает сравнительно медленно и не дает статистически удовлетворительных результатов. Так, например, корреляцию между первым числом и длиной неповторяющейся последовательности (называемой периодом) заранее оценить очень трудно. Весьма часто последовательность случайных чисел оказывается слишком короткой. Но, что еще хуже, в ней может вообще отсутствовать случайность. Посмотрим, что будет, если в качестве начального числа мы возьмем $X_0=4500$:

$$\begin{array}{ll} X_0=4500 & (X_0)^2=20250000 \\ X_1=2500 & (X_1)^2=06250000 \\ X_2=2500 & (X_2)^2=06250000 \\ X_3=2500 & \text{и т. д.} \end{array}$$

Из-за этих недостатков мы не будем рекомендовать читателям этот метод, он для нас представляет лишь исторический интерес. Его прежняя популярность объяснялась простотой описания и легкостью понимания. В настоящее время почти все стандартные библиотечные программы вычисления последовательностей равномерно распределенных случайных чисел основаны на конгруэнтных методах, разработанных Лемером [10].

Мультипликативный конгруэнтный метод

Конгруэнтный метод представляет собой арифметическую процедуру для генерирования конечной последовательности равномерно распределенных чисел. С использованием нескольких рекуррентных формул было построено множество конгруэнтных алгоритмов. В основе каждого из них лежит фундаментальное понятие «конгруэнтности»[1]; три наиболее известных метода — мультипликативный, смешанный и аддитивный. Рассмотрим сначала мультипликативный алгоритм.

Основная формула мультипликативного конгруэнтного метода имеет вид:

$$X_{i+1} = aX_1 \pmod m,$$

где a и m — неотрицательные целые числа. Согласно этому выражению, мы должны взять последнее случайное число X_i, умножить его на постоянный коэффициент a и взять модуль полученного числа по m (т. е. разделить на aX_i и остаток считать как X_{i+1}). Поэтому для генерирования последовательности чисел X_i нам необходимы начальные значения X_0, множитель a и модуль m. Любой генератор псевдослучайных чисел может дать лишь конечное множество целых случайных чисел, после которого последовательность начинает повторяться. Период, или длина последовательности, P зависит от вычислительной машины и от выбранного модуля, а статистические свойства полученной последовательности зависят от выбора начального значения и множителя. Таким образом, выбирать a, X_0 и m следует так, чтобы обеспечить максимальный период и минимальную корреляцию между генерируемыми числами.

Правильный выбор модуля не зависит от системы счисления, используемой в данной ЭВМ. Самым естественным было бы взять m равным длине машинного слова. Для ЭВМ, где применяется двоичная система счисления, m будет равно 2^b, где b — число

[1] Два целых числа A и B конгруэнтны (сравнимы) по модулю m (где m — целое число) тогда и только тогда, когда существует такое целое число k, что $A-B=km$, т. е. если разность $A-B$ делится на m и если числа A и B дают одинаковые остатки при делении на абсолютную величину числа m. Это определение записывается как $A\equiv B \pmod m$ и читается «А конгруэнтно В по модулю m».

двоичных цифр (бит) в машинном слове. Для десятичных машин $M=10^d$, где d — число десятичных цифр в машинном слове. Максимальный период (который получается при правильном выборе a и X_0) тогда равен

$$P=2^{b-2}=\frac{m}{4} \quad \text{для двоичной системы с } b>2,$$

$$P=5\cdot 10^{d-2}=\frac{m}{20} \quad \text{для десятичной системы с } d>2.$$

Этот период, или длина последовательности, реализуется только при специально выбранных значениях X_0 и a. Выбор этот опять-таки зависит от типа ЭВМ. Для двоичной машины

$$a=8T\pm 3,$$

где T может быть любым целым положительным числом, а V_0 — любым положительным, но нечетным числом. Для десятичной машины

$$a=200T\pm Q,$$

где T — любое целое положительное число, а Q может принимать одно из следующих значений: $\pm$(3, 11, 13, 19, 21, 27, 29, 37, 53, 59, 61, 67, 69, 77, 83, 91). В качестве начального значения в случае десятичной системы счисления берется любое нечетное положительное число, которое не делится на 2 или на 5.

Для того чтобы добиться получения некоррелированной последовательности, надо еще более ограничить выбор множителя a. Некоторые авторы рекомендуют с целью минимизации корреляции выбирать множитель приблизительно равным корню квадратному из модуля m [5, 7, 8]. К сожалению, этот совет оказался несостоятельным. Кавью и Макферсон в работе [2] и Ван Гелдер в работе [27] показали, что при $a\approx m^{1/2}$ мы действительно получим малую корреляцию между парами соседних чисел, но весьма большую — между тройками. По этим и по некоторым другим причинам величина a, очевидно, не должна быть связана никакой функциональной зависимостью с m. В качестве этого множителя лучше выбрать число, содержащее пять или больше цифр без длинных цепочек нулей и единиц.

Следуя этим рекомендациям, исследователь сможет получить более чем достаточное количество случайных чисел почти для любой имитационной задачи. Заметим, однако, что, хотя выбор $m=2^b$ или $m=10^d$ ускоряет и упрощает вычисления, он не обеспечивает получение периода максимальной длины. Бо́льшую длину последовательности в случае, если названные процедуры ее не дают, можно получить по методу Хатчинсона [6], частично пожертвовав для этого скоростью вычислений. Если взять m, равное наибольшему простому числу, которое меньше чем 2^b, и a, равное первообразному корню из m, максимальная длина последовательности будет увеличена от $m/4$ до $m-1$.

Процедуру вычисления случайных чисел между 0 и 1 можно представить в виде последовательности из следующих шагов:

1. Взять в качестве начального значения любое число, содержащее менее девяти знаков, и обозначить его X_0. Это число можно выбрать произвольным образом, например с помощью таблицы случайных чисел (табл. П.В.1).

2. Умножить это число на конкретное число a, содержащее по меньшей мере пять знаков.

```
      SUBROUTINE RANDUM (IX,IY,RN)
    1 IY = IX*a
    2 IF(IY)3,4,4
    3 IY = IY + m
    4 RN = IY
    5 RN = RN*m**-1
    6 IX = IY
    7 RETURN
    8 END
```

Рис. П.Б.1. Программа генератора равномерно распределенных случайных чисел.

3. Произведение, полученное на шаге 2, умножить на целое или дробное число, равное $1/m$. Умножение рекомендуется потому, что оно является более быстрой операцией для ЭВМ.

4. Взять дробную часть результата, полученного на шаге 3, в качестве первого случайного числа $0\leqslant X\leqslant 1$.

5. Исключить из числа, полученного на шаге 4, запятую, и использовать его в качестве X, умножаемого на a в шаге 2.

6. Повторять шаги 2—5 до получения нужного количества случайных чисел.

С помощью такой процедуры вычисляются случайные числа между 0 и 1. Это облегчает, как мы увидим в дальнейшем, их использование в других генераторах случайных переменных. Переход от десятичной дроби к целому числу требует всего лишь умножения на число 10 в соответствующей степени.

Подпрограмма генерирования равномерно распределенных случайных чисел с помощью мультипликативного конгруэнтного метода состоит всего из нескольких шагов. Поэтому каждый раз там, где в программе задачи требуется случайное число, ее нетрудно повторить. Однако большинство программистов предпочитают использовать одну стандартную подпрограмму как общий источник для всех случайных чисел.

Общий вид Фортран-программы RANDUM для этой процедуры показан на рис. П.Б.1. Заметим, что до перфорирования програм-

мы аналитик должен заменить константы a, m и m^{-1} их действительными значениями.

Для выполнения подпрограммы используется оператор вызова генератора случайных чисел

```
CALL RANDUM (IX, IY,RN)
```

Величина начального значения (нечетное целое число, содержащее менее девяти десятичных знаков), которая записывается в качестве IX, задается исходными данными цикла. С помощью этой подпрограммы мы можем получить любое количество последовательностей независимых случайных чисел, задавая для каждого начального значения IX1, IX2 и т. д. разные величины. После окончания каждого цикла выход IY должен заменяться входом с помощью оператора IX=IY, подготавливающего подпрограмму к следующему циклу. Если это сделано, то в качестве результирующего случайного целого числа можно брать любое текущее значение IX или IY.

Идея, заложенная в этом алгоритме, проста. Оператор 1, используя целочисленную арифметику с фиксированной запятой, вычисляет значение aX_i. Это произведение будет иметь длину $2b$ двоичных разрядов; старшие разряды отбрасываются, а младшие берутся в качестве первого члена последовательности, X_{i+1}. Команда целочисленного умножения на Фортране отбрасывает старшие разряды автоматически.

Операторы 2 и 3 в этой подпрограмме обеспечивают положительный знак числа IY, получаемого при отбрасывании старших разрядов по команде оператора 1. Величина, которую прибавляет к результату оператор 3, представляет собой максимальное целое число, которое можно ввести в машину. Обычно в качестве такого числа принимается $2^{b-1}+1$. Операторы 4 и 5 дают результат с плавающей точкой. В результате выполнения команды оператора 5 мы получаем случайное число с плавающей точкой в интервале (0,1), именуемое RN.

Пример 1

Подпрограмма для ЭВМ с 32-разрядным словом при $a=5^{13}=1220703125$ будет выглядеть следующим образом:

```
      SUBROUTINE RANDUM (IX,IY,RN)
1     IY=IX*1220703125
2     IF(IY)3,4,4
3     IY=IY+2147483647+1
4     RN=IY
5     RN=RN* 0.4656613E-9
6     IX=IY
7     RETURN
8     END
```


Генератор Лемера

В книге Майза и Кокса [15, стр. 87] описана подпрограмма, работающая чуть медленнее и основанная на операции деления. Она использует простые числа в качестве значений модуля и множитель a, равный положительному первообразному корню из m (содержащему минимум четыре разряда). Эта подпрограмма дает в два раза большую точность. В основе ее лежит идея, первоначально высказанная Лемером и статистически проверенная Хатчинсоном [6].

Пример 2

Для ЭВМ с 36-разрядным словом наибольшее простое число, меньшее 2^{36}, есть $2^{35}-31$, которое и используется в качестве m. Первообразные корни из m равны 5^5 и 5^{13}. В подпрограмме, описанной в [15], постоянная a равна $5^5=3125$ (что согласуется с записью $8T\neq 3$, где $T=391$) и $m=2^{35}-31=34\,359\,738\,337$.

```
      SUBROUTINE RANDUM (IX,RN)
      IX=IX*3125
      RN=FLOAT (IX)/34359738337·DO
      RETURN
      END
```

Отметим, что DO обозначает двойную точность и что IX автоматически меняется с каждым циклом. Псевдослучайное число с плавающей точкой RN (в интервале между 0 и 1) получается в вызываемой программе всякий раз, когда в нем возникает необходимость. Период, или длина последовательности, равен $m-1$, или $2^{35}-32$.

Другие конгруэнтные методы

На основе конгруэнтной формулы были созданы и испытаны буквально десятки генераторов псевдослучайных чисел. Томсоном [25] были предложены конгруэнтные генераторы, называемые обычно *смешанными конгруэнтными*. Работа этих генераторов основана на использовании формулы

$$X_{i+1}=aX_i+C \pmod m.$$

Грин, Смит и Клем [4] предложили аддитивный конгруэнтный метод. Он основан на использовании рекуррентной формулы

$$X_{i+1}=(X_i+X_{i-1})\,(\mathrm{mod}\,m).$$

При $X_0=0$ и $X_1=1$ этот алгоритм приводит к особому случаю, называемому последовательностью Фибоначчи. В книге Кнута [9] обсуждается более сложный аддитивный метод.

Маклареном и Марсалья [11], Вестлейком [28] и другими авторами предложена комбинация двух конгруэнтных генераторов с перемешиванием получаемых последовательностей. Маклорен и Марсалья вместе со смешанным конгруэнтным генератором использовали также массив таблиц чисел из опубликованной фирмой RAND [21] таблицы случайных чисел. Каждый раз, когда из таблицы бралось случайное число, на его место заносилось его измененное значение, полученное с помощью смешанного конгруэнтного генератора.

Все эти предложения направлены на то, чтобы получить генератор, либо работающий быстрее, либо дающий лучшие характеристики получаемых последовательностей. Тщательной статистической проверке подвергались генераторы, которые предложили Кавью и Макферсон [2], Ван Гелдер [27], Янссон [8], Горенштейн [3], Макларен и Марсалья [11], Халл и Добелл [5], Грин и др. [4], Смит [23] и другие авторы. Результаты их проверок показывают, что, хотя каждый из генераторов имеет преимущества при определенных условиях, все они весьма чувствительны к выбору начальных значений и констант. Мне лично кажется, что по сравнению с мультипликативными алгоритмами в большинстве случаев применение каких-либо иных конгруэнтных методов никаких преимуществ не дает. На большинстве ЭВМ мультипликативные методы работают по крайней мере ничуть не медленнее других, но их применение в то же время лишено каких-либо дополнительных трудностей (если, конечно, начальные значения и константы выбраны в соответствии с рекомендациями, данными в разд. П.Б.4).

Проверка случайности

Поскольку известно, что при использовании детерминированных алгоритмов получаемая последовательность является не чисто случайной, а псевдослучайной, уместен вопрос: насколько близки эти последовательности по своему поведению к случайным? Для этого предлагалось и применялось великое множество самых разнообразных методов статистических испытаний. Если применить все эти испытания, рекомендуемые как совершенно необходимые, то число таких тестов будет столь велико, что мы никогда не доберемся до применения нашего генератора. Среди наиболее часто используемых тестов можно указать следующие:

1. *Частотные тесты.* Используют либо критерий хи-квадрат, либо критерий Колмогорова — Смирнова для сравнения близости распределения полученного набора чисел к равномерному распределению.

2. *Сериальный тест* [13]. Фиксирует частоты появления всех возможных комбинаций чисел 2, 3, 4,... и проводит оценку полученных данных по критерию хи-квадрат.

3. *Интервальный тест* [22]. Проводит подсчет знаков, появляющихся между повторами каких-либо цифр, и сравнивает результат с ожидаемым по критерию хи-квадрат.

4. *Циклический тест* [22]. Проверяет количество циклов ниже и выше некоторой константы (обычно величины математического ожидания). В этом тесте подсчитывается истинное число циклов разной длины, которое сравнивается с ожидаемым по критерию хи-квадрат.

5. *Спектральный тест* [2]. На основе применения анализа Фурье измеряет статистическую независимость соседних групп чисел. Кнут [9] характеризует его как наиболее чувствительный тест.

6. *Покер-тест* [22]. Аналогичен тесту сдачи карт при игре в покер. В этом тесте подсчитываются пятизначные и более длинные комбинации из различных цифр при одной, двух и трех парах карт одной масти и полном наборе и проводится оценка совпадения результатов с ожидаемыми.

7. *Автокорреляционные тесты* [22]. Измеряют корреляцию между X_n и X_{n+k}, где k есть смещение по генерируемой последовательности ($k=1,2,3,\ldots$).

8. *Тест d-квадрат,* или *тест расстояния* [8]. Последовательные пары случайных чисел рассматриваются как координаты внутри единичного квадрата; квадрат расстояния между двумя точками сравнивается с теоретическими вероятностями, задаваемыми системой уравнений.

9. *Порядковые статистические тесты* [11]. Проводят оценку максимальных или минимальных величин совокупности n последовательных чисел или оценку диапазона их значений.

Приведенный перечень далеко не исчерпывает всех предложенных тестов. При каждом прогоне имитационной модели аналитик не имеет ни возможности, ни необходимости проводить все эти испытания. Вообще никакие критерии не могут гарантировать получения абсолютно случайной последовательности. При любом конечном наборе критериев последовательность, которая пройдет все статистические испытания, может оказаться все же совершенно неприемлемой для некоторых приложений. Таким образом, всегда существует вероятность, что самые тщательные испытания

последовательности не смогут выявить абсолютно всех ее свойств. В таком случае лучше подбирать генератор, пользуясь простыми тестами (типа первых четырех) и некоторыми дополнительными испытаниями, имеющими непосредственное отношение к решаемой задаче. Тогда до тех пор, пока мы не перейдем к использованию другого генератора, не потребуется большого числа статистических проверок.

Равномерное распределение

Равномерное распределение (рис. П.Б.2) представляет собой непрерывную функцию плотности вероятностей, постоянную внутри интервала от a до b и равную нулю вне этого интервала.

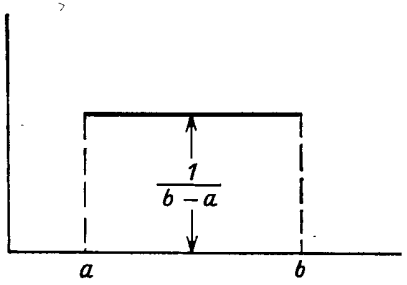


Рис. П.Б.2. Равиомериое распределение.
Плотность вероятностей $f(x)=1/(в—а)$, математическое ожидание $\mu=(в+а)/2$, дисперсия $\sigma^2=(в—а)^2/12$.

Для имитации равномерного распределения на интервале от a до b используется обратное преобразование функции плотности:

$$x=a+(b—a)\,RN, \quad 0\leqslant RN\leqslant 1.$$

На рис. П.Б.3 приведена удобная Фортран-программа для получения равномерно распределенной переменной. При необходимости ее можно вызывать с помощью оператора

```
CALL UNIFRM (A,B,X)
```

Значения A и B (интересующий нас диапазон) задаются на входе.

Распределение Пуассона

Распределением Пуассона можно описать целый ряд реальных процессов. Если мы возьмем серию из n независимых испытаний по схеме Бернулли (да — нет, успех — неудача и т. п.) с малой

вероятностью появления событий в каждом из них, то с ростом n вероятность того, что мы будем наблюдать появление события x раз, подчиняется пуассоновскому закону распределения (рис. П.Б.4). Этим распределением, например, описываются многие явления на определенном отрезке времени, например количество пожаров, авиакатастроф, ураганов, крушений морских судов и т. д.

```
      SUBROUTINE EXPONT (THETA,X)
    1 CALL RANDUM (IX,IY,RN)
    2 X = -THETA*ALOG(RN)
    3 RETURN
    4 END
```

Рис. П.Б.3. Программа генератора случайных величин, равномерно распределенных на интервале (A, B).

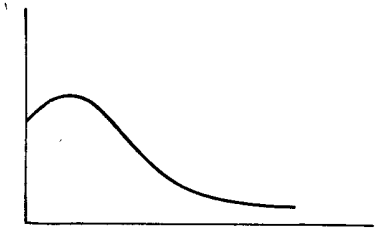


Рис. П.Б.4. Распределение Пуассона.
Плотность вероятностей $f(x)=\lambda^x e^{-\lambda}/x!$, математическое ожидание $\mu=\lambda$, дисперсия $\sigma^2=\lambda$.

Распределение Пуассона относится к числу дискретных (т. е. таких, при которых переменная может принимать лишь целочисленные значения, включая нуль) с математическим ожиданием и дисперсией, равными λ. Лямбда может принимать только положительные и не обязательно целочисленные значения. Для генерирования пуассоновских переменных можно воспользоваться известным соотношением между экспоненциальным и пуассоновским распределениями. Смысл его заключается в том, что если моменты появления событий на некотором временно́м интервале имеют экспоненциальное распределение, то число появлений событий, приходящееся на каждый интервал, будет распределено по закону Пуассона. Таким образом, один из методов вычисления переменных, подчиняющихся закону Пуассона, заключается в том, что генерируются экспоненциально распределенные моменты наступления событий с математическим ожиданием, равным 1, которые потом суммируются до тех пор, пока итог не превысит величину λ. Точер [26] предложил метод, работающий быстрее, в основе ко-

торого лежит генерирование случайных значений переменной r_i, равномерно распределенных в интервале от 0 до 1, до тех пор, пока не станет справедливым следующее соотношение:

$$\prod_{i=0}^{x} r_i \geqslant e^{-\lambda} > \prod_{i=0}^{x+1} r_i.$$

```
SUBROUTINE POISSN (LAMBDA,X)
1  X = 0.0
2  A = EXP(-LAMBDA)
3  S = 1.0
4  CALL RANDUM(IX,IY,RN)
5  S = S*RN
6  IF(S-A)9,7,7
7  X = X + 1.0
8  GO TO 4
9  RETURN
10 END
```

Рис. П.Б.5. Программа генератора случайных величин, распределенных по закону Пуассона с математическим ожиданием LAMBDA.

Подпрограмма на Фортране, реализующая этот метод, приведена на рис. П.Е.5. Вызов подпрограммы осуществляется оператором

CALL POISSN (LAMBDA,X)

Величина математического ожидания (LAMBDA) задается на входе.

Экспоненциальное распределение

Когда вероятность наступления события в малом интервале времени Δt очень мала и не зависит от наступления других событий, то интервалы времени *между* последовательными событиями

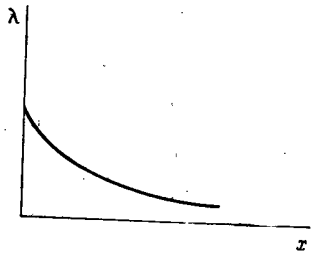


Рис. П.Б.6. Экспоненциальное распределение.
Плотность вероятностей $f(x)=\lambda e^{-\alpha x}$, математическое ожидание $\mu=1/\lambda$, дисперсия $\sigma^2=1/\lambda^2$.

распределяются по экспоненциальному закону (рис. П.Б.6). Так, например, если в какой-либо ситуации с очередями появление клиентов имеет пуассоновское распределение с математическим ожиданием, равным λ, то интервалы времени между их появлениями имеют экспоненциальное распределение с математическим ожиданием, равным θ, где $\theta=1/\lambda$. **Этому закону** распределения подчиняются многие явления, например длительность телефонных разговоров, срок службы многих электронных деталей, время поступления заказов на предприятие, время прибытия самолета в аэропорт и т. д. Возможность генерировать экспоненциально рас-

```
SUBROUTINE UNIFRM(A,B,X)
1 CALL RANDUM (IX,IY,RN)
2 X = A + (B-A)*RN
3 RETURN
4 END
```

Рис. П.Б.7. Программа генератора случайных величин, распределенных по экспоненциальному закону с математическим ожиданием THETA.

пределенные случайные величины поэтому имеет большое значение.

Для имитации экспоненциального распределения назовем математическое ожидание именем THETA(θ) и воспользуемся обратным преобразованием функции плотности:

$$X=-\theta \ln RN.$$

Одна из возможных подпрограмм имитации показана на рис. П.Б.7. Всякий раз, когда нам необходима экспоненциально распределенная величина, для вызова этой подпрограммы используется оператор

CALL EXPONT (THETA,X)

Величина математического ожидания (THETA) задается на входе.

Для вычисления натуральных логарифмов на цифровых вычислительных машинах необходимо использовать какие-либо методы аппроксимации, например разложение в степенной ряд. Поэтому, несмотря на легкость программирования, метод обратного преобразования все же работает медленно. Более быстродействующий метод (хотя и более сложный для программирования) предлагается в работе Макларена, Марсальи и Брея [12].

Нормальное распределение

Нормальное, или гуассово, распределение (рис. П.Б.8) — это, несомненно, один из наиболее важных и часто используемых видов непрерывных распределений. Оно симметрично относительно математического ожидания и характеризуется его величиной μ и

среднеквадратическим отклонением σ. В литературе описывался целый ряд широко используемых методов генерирования нормально распределенных псевдослучайных чисел. Все они основаны на преобразовании $Z=(X-\mu)/\sigma$, так что генерируемая случайная величина распределена нормально с математическим ожиданием, равным 0, и среднеквадратическим отклонением 1. Переход к требуемому нормальному распределению осуществляется с использованием соотношения $X=\mu+(RNN)\sigma$.

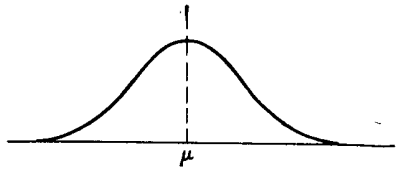


Рис. П.Б.8. Нормальное распределение.
Плотность вероятностей $f(z)=(1/2\pi)e^{-z^2/2}$.

Точный обратный метод Бокса и Маллера [1] дает хорошие результаты, легко программируется и достаточно быстро работает. По этому методу генерируется пара нормированных нормальных чисел ($\mu=0$, $\sigma=1$) из двух стандартных случайных чисел (r_1 и r_2 на интервале от 0 до 1) с помощью следующих уравнений:

$$X_1=-2\ln r_1\cos(2\pi r_2),$$
$$X_2=-2\ln r_1\sin(2\pi r_2).$$

В статье Марсальи и Брея [14] приведена модификация этого метода, столь же легкая для программирования и дающая точные результаты, но дающая их быстрее. По этому методу генерируются два случайных числа r_1 и r_2. Далее, полагая $V_1=-1+2r_1$ и $V_2=-1+2r_2$, вычисляют $S=V_1^2+V_2^2$. При $S\geqslant 1$ начинают цикл снова. При $S<1$

$$X_1=V_1\sqrt{\frac{-2\ln S}{S}},$$
$$X_2=V_2\sqrt{\frac{-2\ln S}{S}}.$$

Модификация Марсальи — Брея позволяет исключить необходимость вычисления синусов и косинусов, хотя для квадратных корней и натуральных логарифмов такая необходимость сохраняется. Для генерирования 100 пар нормально распределенных случайных чисел понадобится 127 пар случайных чисел (r_1 и r_2) [13, стр. 154]. Фортран-программа, в основе которой лежит идея


```
      SUBROUTINE NORMAL (EX,STD,X1,X2)
    1 CALL RANDUM (IX,IY,RN)
    2 V1 = 2*RN-1
    3 CALL RANDUM (IX,IY,RN)
    4 V2 = 2*RN-1
    5 S = V1*V1+V2*V2
    6 IF(S.GE.1)GO TO 1
    7 RNN1 = V1*SQRT((-2 ln S)/S)
    8 RNN2 = V2*SQRT((-2 ln S)/S)
    9 X1 = EX + RNN1*STD
   10 X2 = EX + RNN2*STD
   11 RETURN
   12 END
```

Рис. П.Б.9. Программа генератора нормально распределенных случайных величин.

Марсальи — Брея, приведена на рис. П.Б.9. Программа вызывается с помощью оператора

```
CALL NORMAL(EX,STD,XI,X2)
```

Величины математического ожидания (EX) и среднеквадратического отклонения (STD) здесь являются частью исходных данных цикла. В конце каждого цикла мы будем получать два нормально распределенных случайных числа X1 и X2 из множества нормально распределенных чисел с математическим ожиданием EX и среднеквадратическим отклонением STD.

В другом известном генераторе нормально распределенных случайных величин используется центральная предельная теорема. Если взять выборку объемов в n значений из некоторой совокупности, распределенной с параметрами μ и σ^2, сумма этих n значений будет асимптотически стремиться к нормальному распределению с математическим ожиданием $n\mu$ и дисперсией $n\sigma^2$ (при достаточно большом n). Если взять те же n значений из совокупности, равномерно распределенной на интервале (0,1), то $\mu=1/2$ и $\sigma^2=1/12$, и из суммы наших n величин мы можем получить величину X, распределенную нормально с математическим ожиданием $n/2$ и дисперсией $n/12$. Таким образом, если взять $n=12$, то получим дисперсию X равной 1. Если далее вычесть из суммы число 6, математическое ожидание окажется равным 0. Поэтому если r_i есть нормальио распределенные случайные числа на интервале (0,1), то мы можем вычислить значение случайной переменной, распределениой нормально с $\mu=0$ и $\sigma^2=1$, по формуле

$$X=\sum_{i=1}^{12} r_i-6.$$

На рис. П.Б.10 представлена Фортран-программа, реализующая этот алгоритм. Такой генератор, однако, имеет ряд недостатков. Во-первых, для вычисления каждой нормальной величины ему нужно 12 равномерно распределенных случайных чисел. Тогда при необходимости получения большого количества случайных переменных имеющихся в вашем распоряжении равномерно распределенных случайных чисел может и не хватить. Во-вторых, при генерировании «хвостов» нормального распределения этот метод работает плохо. Испытав этот метод, Янссон [8] и Маллер [16]

```
SUBROUTINE NORMAL (EX,STD,X)
1  A = 0.0
2  DO4I = 1,12
3  CALL RANDUM (IX,IY,RN)
4  A = A + RN
5  X = EX + (A— 6.0)*STD
6  RETURN
7  END
```

Рис. П.Б.10. Программа генератора нормально распределенных случайных величин, основанного на использовании центральной предельной теоремы.

обнаружили, что за пределами $\mu=2\sigma$ имеет место сильное расхождение характеристик этого генератора с желаемыми. Тичроу [24] расширил пределы до $\pm 3\sigma$, предложив модифицировать этот метод следующим образом. Вычисляется

$$R=\frac{\sum_{i=1}^{12} r_i-6}{4}.$$

Далее берется

$$X=(\langle[C_1R^2+C_2)R^2+C_3]R^2+C_4\rangle R^2+C_5)R,$$

где

$C_1=0{,}029899776$, $C_2=0{,}008355968$,
$C_3=0{,}076542912$, $C_4=0{,}252408784$,
и $C_5=3{,}949846138$.

Гамма-распределение

Одним из наиболее полезных видов непрерывных распределений, которым может воспользоваться аналитик в имитационном исследовании, является гамма-распределение (рис. П.Б.11). Если величины, характеризующие какое-либо случайное явление, не могут принимать отрицательных значений и, вообще говоря, имеют одномодальное распределение, то скорее всего такое явление наиболее удачно может имитироваться с помощью гамма-распределения. Это распределение описывается двумя параметрами, α и β, где α характеризует форму, а β — масштаб распределения. При изменении этих параметров плотность гамма-распределения может принимать самую различную форму, что делает его одним из наиболее универсальных видов распределений для построения различных имитационных моделей.

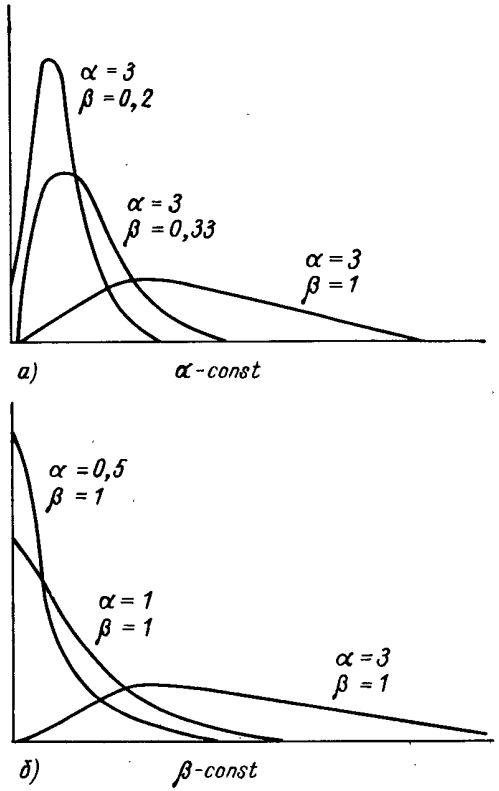


Рис. П.Б.11. Гамма-распределение.
Плотность вероятностей $f(x)=\beta^{\alpha}x^{(\alpha-1)}e^{-\beta x}(\alpha-1)!$, где $\alpha>0$, $\beta>0$, $x\geqslant 0$; математическое ожидание $\mu=\alpha/\beta$; дисперсия $\sigma^2=\alpha/\beta^2$.

Одной из трудностей, ограничивавших применение этого вида распределения, было отсутствие хорошего генератора в случае, если α не является целым числом. Для устранения этой трудности Филлипсом [18] был предложен очень удобный двухпараметрический гамма-генератор. На рис. П.Б.12 показана программа такого генератора. Здесь следует напомнить о существовании машинной

программы Филлипса, в которой берется некоторый набор эмпирических данных, вычисляются значения α и β, наиболее близкие гамма-распределению, и статистически проверяется эта близость.

```
      SUBROUTINE GAMMA(ALPHA,BETA,START,X)
      IF(START.GT.1.5) GO TO 60
      X3 = 1.0
      IF (ALPHA.LE.1.5) GO TO 1
      IF(ALPHA.LE.19.0) GO TO 2
      GO TO 3
    1 B = 0.24797+(1.34735740*ALPHA)-(1.00004204*ALPHA**2)+(0.53203176*ALP
     1HA**3)-(0.13671536*ALPHA**4)+(0.01320864*ALPHA**5)
      GO TO 4
    2 B = 0.64350+(0.45839602*ALPHA)-(0.02952801*ALPHA**2)+(0.00172718*ALP
     1HA**3)-(0.00005810*ALPHA**4)+(0.00000082*ALPHA**5)
      GO TO 4
    3 B = 1.33408+(0.22499991*ALPHA)- (0.00230695*ALPHA**2)+(0.00001623*ALP
     1HA**3)-(0.00000006*ALPHA**4)
    4 Y = 1.0+(1.0/B)
      START = 5.0
   12 IF(Y-1.0)110,50,15
   15 Y = Y-1.0
      X3 = X3*Y
      GO TO 12
  110 GY = 1.0+Y*(-0.5771017+Y*(0.985854+Y*(-0.8764218+Y*(0.8328212+
     1Y*(-0.5684729+Y*(0.2548205+Y*(-0.05149930)))))))
      X3 = X3*GY/Y
   50 A = (X3/(ALPHA*BETA))**B
      B = 1.0/B
      A = 1.0/A
   60 CALL RANDUM(IX,IY,RN)
      X = (-A*ALOG(RN))**B
      RETURN
      END
```

Рис. П.Б.12. Программа генератора Филлипса [18] для случайных величин, подчиняющихся гамма-распределению с параметрами ALPHA и BETA. Примечание: ALPHA-α, BETA-β, START — любое целое число, первоначально меньшее чем 15, и X — случайная величина, имеющая гамма-распределение.

Для определения значений параметров гамма-распределения можно также воспользоваться следующими уравнениями:

$$\alpha = \frac{(\text{Мат. ожидание})^2}{\text{Дисперсия}}; \qquad \beta = \frac{\text{Мат. ожидание}}{\text{Дисперсия}}.$$

Подпрограмма, приведенная на рис. П.Б.12, вызывается следующей командой:

CALL GAMMA (ALPHA, BETA, START,X)

Значения ALPHA, BETA и начальное значение START (любое целое число менее 1,5) должны являться исходными данными цикла.

Если α — целое число, то можно воспользоваться генератором, предложенным в работе Нейлора и др. [17]. Этот генератор программируется проще. В результате сравнительных исследований, выполненных Филлипсом [18], было установлено, что при $\alpha<3$ программа Нейлора позволяет получить результаты несколько быстрее. Однако при бóльших α алгоритм Филлипса оказывается более эффективным (в случае $\alpha=10$ он работает почти в 3,5 раза быстрее алгоритма Нейлора).

Гамма-распределение интересно и тем, что оно тесно связано с целым рядом других полезных распределений. Например, если $\alpha=1$ и β — константа, то генерируется экспоненциальная функция плотности с математическим ожиданием, равным θ. Если α имеет целочисленное значение K, то гамма-распределение обычно называют распределением Эрланга-K. Далее, если $\beta=1$, то с ростом α гамма-распределение приближается к нормальному. Положив $\alpha=\nu/2$ и $\beta=2$ (где ν — число степеней свободы), мы получим распределение хи-квадрат. Генератор Филлипса может быть использован также для вычисления значений β-распределения, F-распределения и t-распределения Стьюдента [18].

Другие типы генераторов случайных величин

Описанные в предыдущих разделах генераторы случайных величин, вообще говоря, пригодны в большинстве имитационных моделей. В книге Нейлора и др. [17] приводятся описания Фортран-программ генераторов всех этих распределений, а также некоторых других: геометрического, биномиального, гипергеометрического и генератора автокоррелированных, нормально распределенных величин. Польже и др. [20] описывают алгоритм генерирования временны́х рядов с любой желаемой степенью автокорреляции для произвольного вида распределения вероятностей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Box G. E. P., Muller M. E., A Note on the Generation of Random Normal Deviates, Annals of Mathematical Statistics, v. 29, 1958, pp. 610—611.
2. Coveyou R. R., MacPherson R. D., Fourier Analysis of Uniform Random Number Generators, Journal of the Association for Computing Machinery, v. 14, № 1, Jan. 1967.
3. Gorenstein S., Testing a Random Number Generator, Communications of the ACM, v. 10, № 2, Feb. 1967.
4. Green B. F., Smith J. E. K., Klem L., Empirical Tests of an Additive Random Number Generator, Journal of the Association for Computing Machinery, v. 6, 1959, p. 527—537.
5. Hull T. E., Dobell A. R., Random Number Generators, SIAM Review, v. 4, № 3, 1962.

6. Hutchinson D. W., A New Uniform Pseudorandom Number Generator, Communications of the ACM, v. 9, № 6, Jan. 1966.
7. IBM Corp., Random Number Generation and Testing. Reference Manual C20-8011, White Plains, N. Y., 1959.
8. Jansson B., Random Number Generators, Almqvist and Wiksell, Stockholm, 1966.
9. Knuth D. E., The Art Computer Programming, v. 2, Seminumerical Algorithms, Addison-Wesley, Publ. Co., Inc., Reading, Mass., 1969.
10. Lehmer D. H., Mathematical Methods in Large-Scale Computing Units, Annals Computer Laboratory, Harvard University, v. 26, 1951.
11. MacLaren M. D., Marsaglia G., Uniform Random Number Generators, Journal of the Association for Computing Machinery, v. 12, № 1, Jan. 1965.
12. MacLaren M. D., Marsaglia G., Bray T. A., A Fast Procedure for Generating Exponential Random Variables, Communications of the ACM, v. 7, № 5, May 1964.
13. Maisel H., Gnugnoli G., Simulation of Discrete Stochastic Systems, Scientific Research Associates, Inc., Chacago, Ill., 1972.
14. Marsaglia G., Bray T. A., A Convenient Method for Generating Normal Variables, SIAM Review, v. 6, № 3, p. 260—264.
15. Mize J. H., Cox J. G., Essentials of Simulation, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1968.
16. Muller M. E., A Comparison of Methods for Generating Normal Diviates on Digital Computers, Journal of the Association for Computing Machinery, v. 6, 1959, p. 376—383.
17. Naylor T. H., Balintey J. L., Burdick D. S., Chu K., Computer Simulation Techniques, Wiley, Inc., New York, 1966.
18. Phillips D. T., Generation of Random Gamma Variates from the Two-Parameter Gamma, AIIE Transactions, v. III, № 3, Sept. 1971.
19. Phillips D. T., Applied Goodness of Fit Testing, O. R. Monograph Series, № 1, AIIE-OR-72-1, American Institute of Industrial Engineers, Atlanta, Ga., 1972.
20. Polge R. J., Holliday E. M., Bhagavan B. K., Generation of Pseudo-Random Sets Desired Correlation and Probability Distribution, Simulation, v. 20, № 5, May 1973.
21. RAND Corporation, A Million Random Digits with 100000 Normal Deviates, The Free Press, New York, 1955.
22. Schmidt J. W., Taylor R. E., Simulation and Analysis of Industrial Systems, Richard D. Irwin, Inc., Homewood Ill., 1970.
23. Smith C. S., Multiplicative Pseudo-Random Number Generators with Prime Modulus, Journal of the Association for Computing Machinery, v. 18, № 4, Oct. 1971.
24. Teichroew D., Distribution Sampling with High Speed Computers, Ph. D. Thesis, University of North Carolina, Chapel Hill, N. C., 1953.
25. Thomson W. E., A Modified Congruence Method of Generating Pseudo-Random Numbers, The Computer Journal, v. 1, № 2, Feb. 1958.
26. Tocher K. D., The Art of Simulation, D. Van Nostrand Co., Inc., Princeton, N. J., 1963.
27. Van Gelder A., Some New Results in Pseudo-Random Number Generation, Journal of the Association for Computing Machinery, v. 14, № 4, Oct. 1967.
28. Westlake W. J., A Uniform Random Number Generator Based on the Combination of Two Congruential Generators, Journal of the Association for Computing Machinery, v. 14, № 2, Apr. 1967.

ПРИЛОЖЕНИЕ В

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ТАБЛИЦЫ

П.В.1. Случайные числа
П.В.2. Нормально распределенные случайные числа
П.В.3. Процентили распределения хи-квадрат
П.В.4. Площадь под стандартной нормальной кривой от $-\infty$ до z
П.В.5. Значение t-распределения Стьюдента
П.В.6. F-распределение
П.В.7. Критические числа Колмогорова — Смирнова

П.В.1. СЛУЧАЙНЫЕ ЧИСЛА

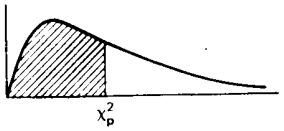
3513	2883	5675	8101	7526	2251	5765	4334	4112	5664
6976	882	2501	7066	9890	5741	5434	928	6666	1641
9847	4311	7238	4632	2642	4166	1213	9783	7778	8621
1722	2741	945	998	7480	5897	8665	5313	9289	7013
3874	2020	7257	5356	6822	2726	4055	5105	6567	2650
6793	6904	283	9564	4834	2927	4052	7966	1325	6253
5587	7242	3170	3843	4524	2555	4612	4678	6555	7228
4368	1157	7628	5352	3463	2608	4477	3327	25	9661
7740	9490	7272	8223	3880	9328	962	1810	2252	7136
2544	1043	3355	742	4256	8859	4846	9342	2434	526
1247	2749	5269	6867	3781	884	1270	9660	6531	2243
4679	7881	5173	108	4089	3558	4543	5234	515	5086
1275	3774	1169	3049	7772	9190	5186	8405	3757	6896
7556	3275	1644	384	7509	1596	1993	7590	7600	7283
5297	6238	9747	2344	6337	6919	4481	4618	7370	2662
9636	3854	6403	3730	4748	4918	6778	6404	7413	6846
4353	4503	7840	6510	8497	2388	7857	5648	3172	8196
627	9998	4341	6063	7311	9291	9951	6083	6935	6861
8749	743	5716	7602	4171	6603	2080	3047	9563	9952
3644	2297	979	5202	2397	7564	3808	4767	4330	3075
9475	9175	9776	6077	8476	6164	698	8712	5988	7513
1186	9497	6306	2359	7398	3158	2361	5744	3214	7581
6565	1153	7834	6623	9231	5779	1589	7522	829	7277
6196	1679	4311	753	5720	7541	3767	4733	4491	4348
5667	4871	8221	5485	8918	4139	4576	199	7	8252
9448	2418	9474	5075	5187	5440	5955	6771	7026	1217
4063	3423	3971	3013	2337	6903	382	162	7529	3713
4518	3687	1460	5569	276	1533	6711	6466	8391	2152
7392	4977	3333	5294	1228	537	2158	8113	9247	2466
1571	7234	9261	463	9424	2381	9463	5352	6938	3461
8226	8799	7860	7972	7086	769	838	8101	1064	3469
1237	6197	6048	517	8665	7335	6021	107	6454	7756
8451	900	9334	7905	3425	9400	5373	8834	2847	7572
9810	711	5972	9432	2847	2191	7518	5384	4643	9398
4602	3030	6755	3260	8760	3224	495	3958	9288	103
7028	1236	4165	3860	5677	9317	4807	4992	6684	5176
896	8789	4673	8931	1532	8808	9060	5086	8975	8075
7677	3382	1204	6779	9839	8019	9561	5185	5121	3969
7719	594	4086	9168	8233	6885	7211	1301	2909	5744
8276	7959	3268	7978	8449	8894	7320	3868	7327	9145
8928	1254	7176	1763	5995	98	6630	8902	3733	2282
92	15	9250	5397	9883	5916	3751	9260	1797	7443
8484	3912	7116	7486	873	7862	9314	5122	6901	5307
9730	611	6098	1085	1627	0	5353	2116	4353	8086
7810	4083	4207	8492	3085	2082	4723	9596	5065	4023

П.В.2. НОРМАЛЬНО РАСПРЕДЕЛЕННЫЕ СЛУЧАЙНЫЕ ЧИСЛА ($\mu=0$, $\sigma=1$)

1.38	1.73	0.33	0.24	−0.29	1.93	−1.40	0.51	0.71
−0.77	−0.69	1.32	−0.93	−1.14	−0.06	−0.35	1.04	0.10
−0.48	0.06	0.43	−0.24	2.63	0.65	−0.38	1.25	0.43
−0.92	0.53	0.51	0.65	−0.40	0.68	0.05	−0.45	−0.06
−0.89	−0.04	−0.01	1.64	1.46	−0.14	0.36	0.43	−0.08
−1.02	0.64	−0.13	0.22	−0.94	−0.64	−0.00	−0.31	0.45
1.61	0.42	1.19	−1.98	1.04	−0.69	−0.83	−0.78	−1.13
0.40	−0.38	−0.92	−1.11	−0.01	1.10	−1.83	−0.57	0.93
0.74	−1.36	−1.60	−0.35	−1.78	1.17	−0.73	−0.87	0.80
−1.96	−0.93	0.91	−0.72	0.08	−0.61	−0.89	1.04	−3.33
1.39	−0.61	−0.98	0.76	−1.22	0.99	−1.29	−0.12	−1.15
1.70	−0.83	−0.91	0.43	−1.11	0.04	−1.96	−0.06	0.47
−0.51	0.93	−0.67	0.92	−0.72	−0.47	0.15	0.30	0.71
−1.85	−0.52	−0.79	0.66	1.70	−1.02	1.82	−0.42	−0.38
−0.13	−0.13	−0.55	−0.07	−2.08	−0.35	−0.17	0.20	−0.51
−1.99	−1.14	−0.42	0.46	−0.61	−0.78	0.77	0.33	0.76
0.15	0.02	0.10	−0.33	−0.52	0.18	0.38	0.23	0.56
−0.38	0.32	0.11	−0.65	0.30	−0.36	0.54	0.33	−1.26
0.62	0.32	−1.42	1.01	0.10	−0.20	0.71	−1.25	−0.52
−1.09	−0.09	0.17	1.75	−0.86	0.93	−0.98	0.41	−0.48
1.08	0.64	−0.42	0.66	0.24	−0.08	−1.10	0.74	1.83
−0.70	0.59	−1.50	−0.13	0.81	0.43	0.21	−0.09	−0.98
1.76	−0.25	1.08	0.06	−0.50	−0.46	0.06	0.64	0.10
−1.45	0.10	2.04	−1.40	0.34	0.02	−1.94	−0.41	−0.99
−0.82	0.11	−1.78	0.23	−0.47	0.13	−0.78	1.24	0.56
−0.36	−0.14	−0.16	1.33	−0.28	−1.01	−0.63	−0.52	2.00
0.01	−0.23	−1.82	0.69	−0.12	0.51	−0.82	−0.44	0.85
−1.36	−0.20	0.92	−1.10	−0.23	1.90	−0.32	−0.21	1.08
−0.06	−0.73	1.03	−0.72	−0.10	−2.27	0.41	0.69	1.34
−2.39	−0.74	−0.84	−0.60	0.07	0.50	1.10	−1.25	−0.19
−1.40	−0.49	−0.35	−0.91	1.57	−1.08	−0.09	−0.27	−1.98
0.45	1.90	0.13	−0.90	−0.23	−1.44	0.24	−0.48	−0.89
0.38	−0.43	0.57	0.27	1.44	−0.79	1.10	0.60	1.34
−1.22	1.50	1.03	−1.71	0.50	−0.26	−1.96	−0.97	−0.88
2.36	−0.32	0.86	−0.02	−2.56	0.55	−0.33	−0.03	−0.35
0.82	0.89	0.53	−0.81	2.23	−0.48	−0.32	2.86	1.08
0.12	1.00	−1.01	0.22	0.81	0.62	1.48	−0.93	−2.71
0.26	−1.18	0.62	−0.20	0.17	0.01	−0.59	−0.85	0.18
−0.33	0.56	−0.28	−1.31	−1.06	−1.28	−0.57	−0.36	0.55
3.14	−0.20	1.54	−1.24	−2.39	−1.11	−0.52	−0.57	0.50
1.31	−0.90	−0.04	−0.29	0.25	−1.41	1.32	−0.26	0.47
0.73	−0.96	−1.38	−0.73	−1.17	−0.79	−1.02	1.53	−0.21
−1.52	0.97	0.69	0.07	0.08	0.34	−1.26	−1.34	−0.22
0.38	−0.76	1.17	−2.07	0.94	−0.07	1.71	2.44	1.45

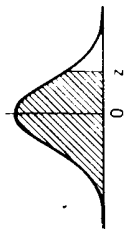
П.В.3. ПРОЦЕНТИЛИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ХИ-КВАДРАТ

Процентили (χ^2_p) распределения хи-квадрат с ν степенями свободы (заштрихованная площадь = p)



ν	$\chi^2_{0.995}$	$\chi^2_{0.99}$	$\chi^2_{0.975}$	$\chi^2_{0.95}$	$\chi^2_{0.90}$
1	7.88	6.63	5.02	3.84	2.71
2	10.60	9.21	7.38	5.99	4.61
3	12.84	11.34	9.35	7.81	6.25
4	14.96	13.28	11.14	9.49	7.78
5	16.7	15.1	12.8	11.1	9.2
6	18.5	16.8	14.4	12.6	10.6
7	20.3	18.5	16.0	14.1	12.0
8	22.0	20.1	17.5	15.5	13.4
9	23.6	21.7	19.0	16.9	14.7
10	25.2	23.2	20.5	18.3	16.0
11	26.8	24.7	21.9	19.7	17.3
12	28.3	26.2	23.3	21.0	18.5
13	29.8	27.7	24.7	22.4	19.8
14	31.3	29.1	26.1	23.7	21.1
15	32.8	30.6	27.5	25.0	22.3
16	34.3	32.0	28.8	26.3	23.5
17	35.7	33.4	30.2	27.6	24.8
18	37.2	34.8	31.5	28.9	26.0
19	38.6	36.2	32.9	30.1	27.2
20	40.0	37.6	34.2	31.4	28.4
21	41.4	38.9	35.5	32.7	29.6
22	42.8	40.3	36.8	33.9	30.8
23	44.2	41.6	38.1	35.2	32.0
24	45.6	43.0	39.4	36.4	33.2
25	49.6	44.3	40.6	37.7	34.4
26	48.3	45.6	41.9	38.9	35.6
27	49.6	47.0	43.2	40.1	36.7
28	51.0	48.3	44.5	41.3	37.9
29	52.3	49.6	45.7	42.6	39.1
30	53.7	50.9	47.0	43.8	40.3
40	66.8	63.7	59.3	55.8	51.8
50	79.5	76.2	71.4	67.5	63.2
60	92.0	88.4	83.3	79.1	74.4
70	104.2	100.4	95.0	90.5	85.5
80	116.3	112.3	106.6	101.9	96.6
90	128.3	124.1	118.1	113.1	107.6
100	140.2	135.8	129.6	124.3	118.5

П.В.4. ПЛОЩАДЬ ПОД СТАНДАРТНОЙ НОРМАЛЬНОЙ КРИВОЙ ОТ $-\infty$ ДО z



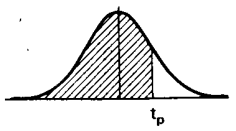
z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767

Продолжение П.В.4

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998

П.В.5. ЗНАЧЕНИЕ t-РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СТЬЮДЕНТА

Значение t-распределения Стьюдента с ν степенями свободы (заштрихованная площадь $p=1-\alpha$)



ν	$t_{0.995}$	$t_{0.99}$	$t_{0.975}$	$t_{0.95}$	$t_{0.90}$
1	63.66	31.82	12.71	6.31	3.08
2	9.92	6.96	4.30	2.92	1.89
3	5.84	4.54	3.18	2.35	1.64
4	4.60	3.75	2.78	2.13	1.53
5	4.03	3.36	2.57	2.02	1.48
6	3.71	3.14	2.45	1.94	1.44
7	3.50	3.00	2.36	1.90	1.42
8	3.36	2.90	2.31	1.86	1.40
9	3.25	2.82	2.26	1.83	1.38
10	3.17	2.76	2.23	1.81	1.37
11	3.11	2.72	2.20	1.80	1.36
12	3.06	2.68	2.18	1.78	1.36
13	3.01	2.65	2.16	1.77	1.35
14	2.98	2.62	2.14	1.76	1.34
15	2.95	2.60	2.13	1.75	1.34
16	2.92	2.58	2.12	1.75	1.34
17	2.90	2.57	2.11	1.74	1.33
18	2.88	2.55	2.10	1.73	1.33
19	2.86	2.54	2.09	1.73	1.33
20	2.84	2.53	2.09	1.72	1.32
21	2.83	2.52	2.08	1.72	1.32
22	2.82	2.51	2.07	1.72	1.32
23	2.81	2.50	2.07	1.71	1.32
24	2.80	2.49	2.06	1.71	1.32
25	2.79	2.48	2.06	1.71	1.32
26	2.78	2.48	2.06	1.71	1.32
27	2.77	2.47	2.05	1.70	1.31
28	2.76	2.47	2.05	1.70	1.31
29	2.76	2.46	2.04	1.70	1.31
30	2.75	2.46	2.04	1.70	1.31
40	2.70	2.42	2.02	1.68	1.30
60	2.66	2.39	2.00	1.67	1.30
120	2.62	2.36	1.98	1.66	1.29
∞	2.58	2.33	1.96	1.645	1.28

П.В.6а. F — РАСПРЕДЕЛЕНИЕ (ЗНАЧЕНИЯ $F_{0,01}$)*

Степени свободы числителя

Степени свободы знаменателя	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	4,052	5,000	5,403	5,625	5,764	5,859	5,928	5,982	6,023
2	98.5	99.0	99.2	99.2	99.3	99.4	99.4	99.4	99.4
3	34.1	30.8	29.5	28.7	28.2	27.9	27.7	27.5	27.3
4	21.2	18.0	16.7	16.0	15.5	15.2	15.0	14.8	14.7
5	16.3	13.3	12.1	11.4	11.0	10.7	10.5	10.3	10.2
6	13.7	10.9	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98
7	12.2	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72
8	11.3	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91
9	10.6	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35
10	10.0	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94
11	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63
12	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39
13	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19
14	8.86	6.51	5.56	5.04	4.70	4.46	4.28	4.14	4.03
15	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89
16	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78
17	8.40	6.11	5.19	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68
18	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60
19	8.19	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52
20	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46
21	8.02	5.78	4.87	4.37	4.04	3.81	3.64	3.51	3.40
22	7.95	5.72	4.82	4.31	3.99	3.76	3.59	3.45	3.35
23	7.88	5.66	4.76	4.26	3.94	3.71	3.54	3.41	3.30
24	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26
25	7.77	5.57	4.68	4.18	3.86	3.63	3.46	3.32	3.22
30	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07
40	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89
60	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72
120	6.85	4.79	3.95	3.48	3.17	2.96	2.79	2.66	2.56
∞	6.63	4.61	3.78	3.32	3.02	2.80	2.64	2.51	2.41

**Эти таблица взята из работы Merrington и Thompson „Tables of Percentage Points of the Inverted Beta (F) Distribution;" журнал Biometrika, том 33, 1943, с разрешения издателей журнала*

Продолжение П.В.6а

10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
6,056	6,106	6,157	6,209	6,235	6,261	6,287	6,313	6,339	6,366
99.4	99.4	99.4	99.4	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5
27.2	27.1	26.9	26.7	26.6	26.5	26.4	26.3	26.2	26.1
14.5	14.4	14.2	14.0	13.9	13.9	13.7	13.7	13.6	13.5
10.1	9.89	9.72	9.55	9.47	9.38	9.29	9.20	9.11	9.02
7.87	7.72	7.56	7.40	7.31	7.23	7.14	7.06	6.97	6.88
6.62	6.47	6.31	6.16	6.07	5.99	5.91	5.82	5.74	5.65
5.81	5.67	5.52	5.36	5.28	5.20	5.12	5.03	4.95	4.86
5.26	5.11	4.96	4.81	4.73	4.65	4.57	4.48	4.40	4.31
4.85	4.71	4.56	4.41	4.33	4.25	4.17	4.08	4.00	3.91
4.54	4.40	4.25	4.10	4.02	3.94	3.86	3.78	3.69	3.60
4.30	4.16	4.01	3.86	3.78	3.70	3.62	3.54	3.45	3.36
4.10	3.96	3.82	3.66	3.59	3.51	3.43	3.34	3.25	3.17
3.94	3.80	3.66	3.51	3.43	3.35	3.27	3.18	3.09	3.00
3.80	3.67	3.52	3.37	3.29	3.21	3.13	3.05	2.96	2.87
3.69	3.55	3.41	3.26	3.18	3.10	3.02	2.93	2.84	2.75
3.59	3.46	3.31	3.16	3.08	3.00	2.92	2.83	2.75	2.65
3.51	3.37	3.23	3.08	3.00	2.92	2.84	2.75	2.66	2.57
3.43	3.30	3.15	3.00	2.92	2.84	2.76	2.67	2.58	2.49
3.37	3.23	3.09	2.94	2.86	2.78	2.69	2.61	2.52	2.42
3.31	3.17	3.03	2.88	2.80	2.72	2.64	2.55	2.46	2.36
3.26	3.12	2.98	2.83	2.75	2.67	2.58	2.50	2.40	2.31
3.21	3.07	2.93	2.78	2.70	2.62	2.54	2.45	2.35	2.26
3.17	3.03	2.89	2.74	2.66	2.58	2.49	2.40	2.31	2.21
3.13	2.99	2.85	2.70	2.62	2.53	2.45	2.36	2.27	2.17
2.98	2.84	2.70	2.55	2.47	2.39	2.30	2.21	2.11	2.01
2.80	2.66	2.52	2.37	2.29	2.20	2.11	2.02	1.92	1.80
2.63	2.50	2.35	2.20	2.12	2.03	1.94	1.84	1.73	1.60
2.47	2.34	2.19	2.03	1.95	1.86	1.76	1.66	1.53	1.38
2.32	2.18	2.04	1.88	1.79	1.70	1.59	1.47	1.32	1.00

П.В.6б. F — РАСПРЕДЕЛЕНИЕ (ЗНАЧЕНИЯ $F_{0,05}$)

Степени свободы знаменателя	Степени свободы числителя 1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241
2	18.5	19.0	19.2	19.2	19.3	19.3	19.4	19.4	19.4
3	10.1	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.31
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59
16	4.49	3.36	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.63	2.57	2.49	2.42	2.37
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.18	2.09	2.02	1.96
∞	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88

**Эта таблица взята из работы Merrington и Thompson „Tables of Percentage Points of the Inverted Beta (F) Distribution"; журнал Biometrika, том 33, 1943, с разрешения издателей журнала*

Продолжение П.В.6б

10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
242	244	246	248	249	250	251	252	253	254
19.4	19.4	19.4	19.4	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5
8.79	8.74	8.70	8.66	8.64	8.62	8.59	8.57	8.55	8.53
5.96	5.01	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.69	5.66	5.63
4.74	4.68	4.62	4.56	4.53	4.50	4.46	4.43	4.40	4.37
4.06	4.00	3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.74	3.70	3.67
3.64	3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	3.30	3.27	3.23
3.35	3.28	3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	3.01	2.97	2.93
3.14	3.07	3.01	2.94	2.90	2.86	2.83	2.79	2.75	2.71
2.98	2.91	2.85	2.77	2.74	2.70	2.66	2.62	2.58	2.54
2.85	2.79	2.72	2.65	2.61	2.57	2.53	2.49	2.45	2.40
2.75	2.69	2.62	2.54	2.51	2.47	2.43	2.38	2.34	2.30
2.67	2.60	2.53	2.46	2.42	2.38	2.34	2.30	2.25	2.21
2.60	2.53	2.46	2.39	2.35	2.31	2.27	2.22	2.18	2.13
2.54	2.48	2.40	2.33	2.29	2.25	2.20	2.16	2.11	2.07
2.49	2.42	2.35	2.28	2.24	2.19	2.15	2.11	2.06	2.01
2.45	2.38	2.31	2.23	2.19	2.15	2.10	2.06	2.01	1.96
2.41	2.34	2.27	2.19	2.15	2.11	2.06	2.02	1.97	1.92
2.38	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	1.98	1.93	1.88
2.35	2.28	2.20	2.12	2.08	2.04	1.99	1.95	1.90	1.84
2.32	2.25	2.18	2.10	2.05	2.01	1.96	1.92	1.87	1.81
2.30	2.23	2.15	2.07	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.78
2.27	2.20	2.13	2.05	2.01	1.96	1.91	1.86	1.81	1.76
2.25	2.18	2.11	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.79	1.73
2.24	2.16	2.09	2.01	1.96	1.92	1.87	1.82	1.77	1.71
2.16	2.09	2.01	1.93	1.89	1.84	1.79	1.74	1.68	1.62
2.08	2.00	1.92	1.84	1.79	1.74	1.69	1.64	1.58	1.51
1.99	1.92	1.84	1.75	1.70	1.65	1.59	1.53	1.47	1.39
1.91	1.83	1.75	1.66	1.61	1.55	1.50	1.43	1.35	1.25
1.83	1.75	1.67	1.57	1.52	1.46	1.39	1.32	1.22	1.00

П.В.7. КРИТИЧЕСКИЕ ЧИСЛА КОЛМОГОРОВА — СМИРНОВА

Степень свободы	*Проверка единичной выборки**			*Сравнение двух выборок***	
(N)	$D_{0.10}$	$D_{0.05}$	$D_{0.01}$	$D_{0.05}$	$D_{0.01}$
1	0.950	0.975	0.995		
2	0.776	0.842	0.929		
3	0.642	0.708	0.828		
4	0.564	0.624	0.733	1.000	1.000
5	0.510	0.565	0.669	1.000	1.000
6	0.470	0.521	0.618	0.833	1.000
7	0.438	0.486	0.577	0.857	0.857
8	0.411	0.457	0.543	0.750	0.875
9	0.388	0.432	0.514	0.667	0.778
10	0.368	0.410	0.490	0.700	0.800
11	0.352	0.391	0.468	0.636	0.727
12	0.338	0.375	0.450	0.583	0.667
13	0.325	0.361	0.433	0.538	0.692
14	0.314	0.349	0.418	0.571	0.643
15	0.304	0.338	0.404	0.533	0.600
16	0.295	0.328	0.392	0.500	0.625
17	0.286	0.318	0.381	0.471	0.588
18	0.278	0.309	0.371	0.500	0.556
19	0.272	0.301	0.363	0.474	0.526
20	0.264	0.294	0.356	0.450	0.550
25	0.24	0.27	0.32	0.40	0.48
30	0.22	0.24	0.29	0.37	0.43
35	0.21	0.23	0.27	0.34	0.39
Более 35	$\frac{1.22}{\sqrt{N}}$	$\frac{1.36}{\sqrt{N}}$	$\frac{1.63}{\sqrt{N}}$	$1.36\sqrt{\frac{n_1+n_2}{n_1 n_2}}$	$1.63\sqrt{\frac{n_1+n_2}{n_1 n_2}}$

**Применяется для оценки степени близости выборочных значений к теоретическому распределению; N–объем выборки*

***Применяется для определения принадлежности двух выборок одному и тому же распределению. При малых размерах выборки (до 35) $N=n_1=n_2$*

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

Абстракция 32
Алгоритм обработки запросов класса библиографического поиска 305
— — — — документального поиска 306
Анализ 30
— дисперсный 191
— корреляционный 105
— неполный факторный 194
— проблемный 45
— регрессионный 105, 109
— факторный 191
— чувствительности 48, 81, 261

Библиографический архив 303
Блок-схемы 71

Ввод-вывод 72
Верификация 45
Взаимозависимость 53
Выборка по значимости 226
Выявление функциональных соотношений 81

Гамма-распределение 98, 394, 395
Генератор Лемера 385
— случайных величин 377
Гистограмма 94, 95
Гомоморфизм 31

Данные автокоррелированные 221
— сбор 308
Дерево решений 151
Диаграмма операций многофункциональная 67, 71
— технологическая 67
Доверительные интервалы 258—260
Документирование 38, 48, 49

Задача идентификации 84
— многомерная 113
— нелинейная 113
— обратная 84
— прямая 84
— структурного синтеза системы 84
— управления 84
Задержки 67
Закон Парето 42

Идентификация закона распределения 93
Изменчивость 52
Имитационное моделирование 11, 12, 17, 22, 25, 26
— — пример 13
— — работы контрольного прилавка 14
Имитация дискретная 166
— непрерывных процессов 166
— систем 166
— средств технического обеспечения 166
Интерпретация 38
Искусственный эксперимент 13

Код восьмеричный 128
— двоичный 128
— шестнадцатеричный 128
Контроль 66
Корреляция 110, 111
— отрицательная 112
— положительная 112
Критерий Дункана многодиапазонный (многомерный) 191
— Колмогорова — Смирнова 102—104
— Манны — Уитни 250

Линия связи 72

Метод Дельфы 114—116
— компенсации 228
— коррелированных выборок 229
— Монте-Карло 87, 90, 91, 226
— мультипликативный конгруэнтный 381
— наискорейшего подъема 201
— ортогональных разбиений 191
— разбиения 227
— русской рулетки 227
— смешанный конгруэнтный 385
— срединных квадратов 380
— уменьшения дисперсии 224, 230
— цифровой имитационный 145
Многомерные отклики 255
Моделирование 15
— имитационное гибридное 144
— искусство 33
— на ЭВМ 20
— процесс 177
Модель аналоговая 20
— вероятностная 181
— документирование 286
— жесткая 181
— изоморфная 31
— изящная 278
— имитационная 328, 349
— — структура 27
— «испытание» 44
— испытания внутренней структуры 243
— классификация 19
— конструирование 81
— масштабированная 20
— математическая 16, 20
— модульное построение 286
— нетривиальная, мощная 278
— описательная 18
— проверка 44
— предписывающая 18
— релевантная 278
— смешанная 181
— стохастическая имитационная 42
— структурная 180, 181
— схематические 65
— с дискретным изменением состояния 137
— — непрерывным изменением состояния 137
— точность 235
— трансляция 37
— требования 35
— физическая 20
— формулирования 37, 42, 58
— функции 16
— функциональная 180, 183
— экспериментальная 180
Методология поверхности отклика 198
Механизм системного времени 136

Наблюдаемые частоты 100
Накопления 67
Неполные повторения 196

Обработка информации 72
Обратный метод Бокса и Маллера 392
Ограничения 29
Оконечный блок 72
Окружающая среда 53
Операция 66
Определение задачи 58
Органиграмма 71, 72, 75, 92
Организация 53
Ортогональное разбиение 183
Останов цикла 310
Отыскание оптимальных условий 198
Оценивание дисперсии совокупности 219
— процентных соотношений 218
Оценка 81
— адекватности 38, 45
— по критерию 99

Параметры 28
Парные наблюдения 248
Переменная входная 180
— выходная 29, 180
— зависимая 180
— качественная 181
— количественная 181
— независимая 180
— нормально распределенная случайная 90
— состояния 29, 180
— экзогенная 28, 180
— эндогенная 28, 180
Планирование стратегическое 38, 46
— тактическое 38, 47, 309
План гексагональный 205
— повторений неполный 195
— факторный 192, 193
— — неполный 195
Поведение противоинтуитивное 53
Подготовка данных 37

Поиск автоматизированный документальный 304
— информации библиографический 79
— — документальный 80
— — ручной 78, 302
Покер-тест 387
Полевые испытания 257
Преобразование детерминистское 86
— стохастическое 86
Принятие решения 72
— — процесс 270
Принцип Парето 182
Проверка гипотез 243, 244
— случайности 386
— средних значений 245
Прогноз 81
Программа на ассемблере 130
— компилирующая 130
Пропорциональное стратифицирование 226
Процедура накопления и запоминания 76
— обработки запросов 302
Процентили распределения «хи-квадрат» 402
Процессор 304

Равновесие 211
— начальное 209
Размер выборки 213
Распределение кумулятивных вероятностей 89
— неадекватное 226
— нормальное 98, 391
— Пуассона 98, 388
— равномерное 98, 388
— «хи-квадрат» 99
— экспоненциальное 98, 390
Реализация 38
Регрессионные кривые 107
Режим 180

Сбор данных 55, 64
— материала 62
Серый ящик 86
Синтез 30
Система 28
— автономная 57
— определение 37
— ответная 57
— поведение 52
— поисковая 56
— реактивная 57
— состояния 54
— функционирование 36
— целеустремленная 57
Словарь Вебстера 11, 30
Соединитель 72
Специфическая задача 55
Сравнение 81
— двух распределений 220
Среднее значение совокупности 215
Среднеквадратические отклонения 209
— ошибки 209
Стратифицированные выборки 225

Тест автокорреляционный 387
— интервальный 387
— порядковый статистический 387
— расстояния 387
— сериальный 387
— спектральный 387
— циклический 387
— частотный 387
Технологическая карта 65
Транспортировка 66

Управленческая игра 20
Условия начальные 209
Установившееся состояние 211
Устойчивость состояния 56
Ухудшение характеристик 53

Фиксированные уровни 181
Функция критерия 30
— целевая 30
Функциональные зависимости 29

Характеристики решения 274

Целевое назначение 54
Центральная предельная теорема 214
Цифровая вычислительная машина 127

Чебышева неравенство 216, 311
— теорема 216

Шаг до следующего события 137
— фиксированный 137

Экспериментирование 38, 48
Эксперименты на ЭВМ 174
— однофакторные 189
— планирования 176
— факторные 191
— физические 174
Экспортные оценки 114
Элементы вероятностные 90
— обратной связи 85
— оценочные 61
— преобразования 85
— сортировки 85
— стохастические 90
— фактографические 61, 275
— ценностные 275
Эффект взаимодействия 181

Язык машинный 129
Языки, выбор 134
— диалекты 163
— имитационного моделирования 131
— классификация 142, 143
— компиляторов 130
— проблемно-ориентированные 131
— программирования 128, 133
— — преимущества и недостатки 133
— расширенные 163
— универсальные алгоритмические 129

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие редактора перевода 5

Предисловие автора 7

Глава 1. Основы моделирования 11

1.1. Имитационное моделирование 11
1.2. Пример имитационного моделирования 13
1.3. Определение понятия «модель» 15
1.4. Функции моделей 16
1.5. Классификация моделей 19
1.6. Достоинства и недостатки имитационного моделирования . . 22
1.7. Структура имитационных моделей 27
1.8. Анализ и синтез 30
1.9. Искусство моделирования 33
1.10. Требования к хорошей модели 35
1.11. Процесс имитации 37
1.12. Постановка задачи и определение типа модели 40
1.13. Формулирование модели 42
1.14. Проверка модели 44
1.15. Стратегическое и тактическое планирование 46
1.16. Экспериментирование и анализ чувствительности 48
1.17. Реализация замысла и документирование 48
Литература 49
Задачи 51

Глава 2. Исследование систем 52

2.1. Характеристики и поведение системы 52
2.2. Начальный этап исследований 57
2.3. Сбор фактического материала 62
2.4. Технологические карты 65
2.5. Блок-схемы и органиграммы 71
2.6. Пример описания системы 76
2.7. Конструирование модели 81
2.8. Моделирование компонентов 84
2.9. Выборочный метод Монте-Карло 87
2.10. Задача о пьяном прохожем 91
2.11. Идентификация закона распределения 93
2.12. Оценка по критерию согласия «хи-квадрат» 99
2.13. Критерий Колмогорова — Смирнова 102
2.14. Подбор кривых 105

2.15. Регрессионный анализ . . . 109
2.16. Корреляция . . . 110
2.17. Нелинейные и многомерные задачи . . . 113
2.18. Экспертные оценки . . . 114
2.19. Выводы . . . 117
Литература . . . 118
Задачи . . . 119

Глава 3. Построение модели . . . 125

3.1. ЭВМ и моделирование . . . 125
3.2. Языки программирования . . . 128
3.3. Преимущества языков имитационного моделирования . . . 131
3.4. Факторы, влияющие на выбор языка . . . 134
3.5. Механизм системного времени . . . 136
3.6. Классификация языков . . . 142
3.7. Блок-схема решений . . . 149
3.8. Справочное руководство . . . 153
3.9. Полезные расширения и диалекты языков . . . 163
3.10. Мнения пользователей . . . 167
3.11. Заключительные замечания . . . 171
Литература . . . 171
Задачи . . . 172

Глава 4. Планирование машинных экспериментов по имитационному моделированию . . . 173

4.1. Значение проектирования . . . 173
4.2. Различия между физическими экспериментами и экспериментами на ЭВМ . . . 174
4.3. Цель планирования экспериментов . . . 176
4.4. Метод планирования . . . 180
4.5. Структурная модель . . . 181
4.6. Функциональная модель . . . 183
4.7. Однофакторные эксперименты . . . 189
4.8. Факторный анализ . . . 191
4.9. Неполный факторный анализ . . . 194
4.10. Отыскание оптимальных условий . . . 198
Литература . . . 206
Задачи . . . 207

Глава 5. Тактическое планирование . . . 208

5.1. Проблемы флуктуаций . . . 208
5.2. Начальные условия и равновесие . . . 209
5.3. Определение размера выборки . . . 213
5.4. Оценивание среднего значения совокупности . . . 215
5.5. Применение теоремы Чебышева . . . 216
5.6. Оценивание процентных соотношений . . . 218
5.7. Оценивание дисперсии совокупности . . . 219
5.8. Сравнение двух распределений . . . 220

5.9. Автокоррелированные данные . . . 221
5.10. Использование правил автоматической остановки . . . 223
5.11. Методы уменьшения дисперсии . . . 224
5.12. Стратифицированные выборки . . . 225
5.13. Выборка по значимости . . . 226
5.14. Русская рулетка и разбиение . . . 227
5.15. Метод компенсации . . . 228
5.16. Метод коррелированных выборок . . . 229
5.17. Использование методов уменьшения дисперсии . . . 230
Литература . . . 231
Задачи . . . 232

Глава 6. Обоснование выбора и анализ модели . . . 234

6.1. Обоснованность модели . . . 234
6.2. Субъективные и объективные методы . . . 237
6.3. Рационализм против эмпиризма . . . 238
6.4. Абсолютный прагматизм . . . 240
6.5. Утилитарный подход . . . 241
6.6. Испытания внутренней структуры и принятых гипотез . . . 243
6.7. Проверка средних значений . . . 245
6.8. Парные наблюдения . . . 248
6.9. Критерий Манны — Уитни . . . 250
6.10. Сравнение соотношений входа и выхода . . . 253
6.11. Проблема многомерных откликов . . . 255
6.12. Полевые испытания . . . 257
6.13. Доверительные интервалы . . . 258
6.14. Анализ чувствительности . . . 261
6.15. Заключение . . . 262
Литература . . . 263
Задачи . . . 265

Глава 7. Организационные аспекты имитационного моделирования . . . 268

7.1. Предыдущий опыт . . . 268
7.2. Процесс принятия решений . . . 270
7.3. Характеристики решения . . . 274
7.4. Факторы, способствующие успеху . . . 276
7.5. Противоречивость критериев модели . . . 277
7.6. Контакты . . . 279
7.7. Конгломерат специальностей . . . 281
7.8. Различные схемы организации исследовательской группы . . . 283
7.9. Модульное построение и документирование модели . . . 286
7.10. Использование результатов . . . 289
7.11. Представление результатов . . . 291
7.12. Надзор за освоением . . . 292
7.13. Памятка для руководителя исследований и аналитика . . . 293
7.14. Что же дальше? . . . 296
Литература . . . 299

Приложение А. Примеры решения практических задач . . . 301

Приложение А.1. Моделирование автоматизированной информационно-поисковой системы . . . 301

Приложение А.2. Модель отражения атаки ракетной батареей ПВО . . 313

Приложение А.3. Моделирование действующей системы распределения водных ресурсов 322

Приложение А.4. Имитационное моделирование в задачах организации вывоза городских отходов 336

Приложение А.5. Имитационное моделирование в задачах обслуживания станков 351

Приложение А.6. Мостовой кран 367

Приложение Б. Генераторы случайных величин 378

Приложение В. Статистические таблицы 399

Предметный указатель 411

УВАЖАЕМЫЙ ЧИТАТЕЛЬ!

Ваши замечания о содержании книги, ее оформлении, качестве перевода и другие просим присылать по адресу: 129820, Москва, И-110, ГСП, 1-й Рижский пер., д. 2, издательство «Мир».

Р. ШЕННОН

ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ: ИСКУССТВО И НАУКА

Ст. научн. редактор М. Б. Великовский
Мл. науч. редактор М. В. Архипова
Художественный редактор Л. Е. Безрученков
Технический редактор Т. А. Максимова
Корректор М. А. Смирнов

ИБ № 1028

Сдано в набор 15.02.78
Подписано к печати 31.05.78
Бумага типографская № 1
Формат 60×90¹/₁₆. Гарнитура латинская. Печать высокая.
Изд. № 20/9369. 13,25 бум. л., 26,50 усл. печ. л.,
27,68 уч.-изд. л. Тираж 13 000 экз. Цена 2 р. 30 к. Зак. 195

ИЗДАТЕЛЬСТВО «МИР»
Москва, 1-й Рижский пер., 2

Московская типография № 11 Союзполиграфпрома
при Государственном комитете Совета Министров СССР
по делам издательств, полиграфии и книжной торговли.

Москва, 113105, Нагатинская ул., д. 1.

ИЗДАТЕЛЬСТВО «МИР» В 1978 ГОДУ ВЫПУСКАЕТ СЛЕДУЮЩИЕ КНИГИ:

Автоматизация проектирования вычислительных систем. Языки, моделирование и базы данных. Перевод с английского, 29 л., цена 2 р. 45 к.

В книге рассматриваются моделирование вычислительных систем на укрупненном функциональном уровне, синтез логических структур на основе формального описания с помощью операторов языка регистровых передач и автоматизации микропрограммирования. Значительное внимание уделено организации автоматизированных систем проектирования ЭВМ с архивным хранением и защитой наборов данных в ходе развития проекта.

Книга рассчитана на студентов вузов, изучающих методы проектирования ЭВМ, и может быть полезна специалистам, занятым разработкой структур и технических средств вычислительных машин.