

Імітаційне моделювання надорганізмових систем (з використанням LibreOffice Calc)

# Д.А. Шабанов

Людина — це істота, здатна адаптуватися до очікуваних змін середовища, які вона прогнозує завдяки спільній побудові моделей. Пізнання світу або самого себе, наука, мистецтво — форми моделювання. Ви починаєте курс, присвячений імітаційному моделюванню, simulation, але перед усім іншим корисно замислитися про диво моделювання як таке.

Чому сонце кожного ранку з'являється на небі, а кожного вечора — зникає? Різні відповіді на це питання — це різні моделі. Одна з найстаріших відомих нам моделей, віком близько п'яти тисяч років, створена у Геліополі, у Єгипті. Кожного ранку Нут (небо) народжує Ра (сонце) від Геба (землі). Кожного вечора Ра зникає у череві своєї матері. Нут і Геб діти Шу (повітря) та Тефнут (вологи). Самі Шу та Тефнут — діти-близнюки Атума, чиє ім'я можна розуміти, як «Усе»; Атум самоорганізувався з первісного водного хаосу — Нуна. Ці боги входять у геліопольській пантеон примордіальних (лат. ргіmordialis — споконвічних, первозданних) богів, або ж велику еннеаду. Геліополь був центром культу Ра, Сонця. Інші культові центри Єгипту створювали інші моделі, обирали інші дев'ятки первинних богів.

Це — казкові, наївні пояснення? Сучасні моделі детальніші, математизовані і, головне, дають ефективну основу для науково-технологічної перебудови середовища. Зате міфологічні моделі ефективніше підтримували душевні сили своїх користувачів. Стародавній єгиптянин кожного ранку бачив, як Нут народжує Ра, і це допомагало йому правильно проходити його життєвим шляхом. Крім іншого, носіїв будь-яких моделей світобудови хвилює смерть. Померлий вертається до Геба, і, як з Геба, з нього тягнуться догори рослини... Користувачі геліопольської космогонії клали поруч з мерцем папіруси з текстом, що зберігся у багатьох варіантах. Його називають «Книгою мертвих», хоча кращий переклад його назви — «Глави про вихід до світла дня». Ймовірно, цей текст не допомагав вийти до світла дня, але полегшував ухід у небуття. Ілюстрації в таких папірусах часто відбивали той спокій, що надавала міфологічна модель буття її носіям. У якості символу цього курсу автор обрав зображення з папірусу Грінфілд, що містив «Книгу мертвих» цариці Несітанебташеру. Ми бачимо Шу, який підіймає Нут над Гебом і створює цим простір, у якому відбувається наше життя. Чому автор обрав саме це зображення? Є надія, що студенти, які будуть засвоювати цей курс, познайомляться з цікавим відчуттям. Користуючись нехитрими інструментами, ти створюєш схематичний опис певного середовища... Це ж нескладно: передбачити, як буде розгортатися імітація? Створюючи імітаційну модель певного екологічного процесу, слід задати певне середовище і дозволити йому розвиватися за тією логікою, яку ми для нього обрали. Запускаєш модель — і бачиш, що вона живе своїм життям, досить часто непередбачуваним, несподіваним навіть для її творця. Іноді несподіванки відбиваються у прикрих помилках та збоях, іноді — у контрінтуїтивній поведінці моделі, яка відкриває перед нами щось нове.

Модель починає жити...

Д.А.Шабанов, професор кафедри зоології та екології тварин Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна

# Зміст

1. Вступ до курсу імітаційного моделювання	3
1.1. Призначення і особливості курсу	3
1.2. Основні поняття	4
1.3. Порівняння аналітичних і імітаційних моделей	6
1.4. Моделювання в біології	8
1.5. Прогнозування	8
1.6. Уточнення уявлень про об'єкт в ході їх формалізації	9
1.7. Тестування гіпотез, відбитих в варіативній частини моделі	9
1.8. Структура моделі	10
1.9. Література	11
2. Приклад простої моделі: імітація експоненційного зростання	12
2.1. Освоєння Calc: використання адрес комірок, введення формул	12
2.2. Графічне відображення отриманої залежності	15
2.3. Вдосконалення графіка	16
2.4. Проміжні підсумки	21
3. Ускладнення моделі: імітація логістичного зростання	22
3.1. Порівняння експоненціального та логістичного зростання	22
3.2. Облік смертності в певному віці	23
3.3. Чисельність популяції не може бути від'ємною	25
3.4. Округлення до цілих	26
3.5. Ймовірнісне округлення до цілих	28
3.6. Приклад отриманого при моделюванні артефакту	29
1 Provensouve zovernativnoj errevensu zovezevič	20
4. Брахування демографічної структури популяціи	<b>UC</b> DC
	טכט רר
4.2. Опис наипростишої модели з трьома поколіннями	
4.3. Аналіз отриманої моделі	
4.4. Логтка пооудови імптаціиної моделі	טנ דר
4.5. модель з відмінностями груп особин за виживаністю	
5. Імітація обмеження доступної кількості ресурсів	
5.1. Молель з обмеженням розмноження особин при нестаці ресурсів	39
5.2. Модель з конкурентним скороченням чисельності при нестачі ресурсів	39
5.2. Подель 5 конкурстным скороченным чисельности при пестичи ресурств	Δ1
э.э. порыллий детерминетсяког та имовирисног моделей	
6. Аналітичні вставки в імітаційній моделі	45
6.1. Моделювання взаємодії окремих особин з окремими одиницями ресурсу	45
6.2. Функції для моделювання біноміального розподілу	47
6.3. Скільки «мух» отримає кожна «жаба» згідно з біноміальним розподілом?	48
7. Підбір параметрів і пошук рішення	50
7.1. Підбір параметра	50
7.2. Пошук рішення з кількома параметрами	55
7.3. Приклад аналізу результатів за допомогою умовного форматування	59
7.4. Дві лінійні залежності для двох внутрішньопопуляційних стратегій	61
	05
<b>б. іміоделі на основі клітинних автоматів</b>	<b>b</b> 5
о.1. 1 ра «луиття» джона конвея	
о.2. Реалізація гри «життя» в LO Calc	
Позначення, що викопистовуються у молелях ланого курсу	

## 1. Вступ до курсу імітаційного моделювання

### 1.1. Призначення і особливості курсу

Я почув — я забув. Я побачив — я запам'ятав. Я зробив — я зрозумів.

(Приписується Конфуцію)

Цей курс можна назвати по-різному; зараз його автор обрав би назву «Імітаційне моделювання надорганізмових систем»; раніше цей курс мав варіанти назв «Моделювання складних біосистем», «Імітаційне моделювання в екології» тощо. Цей курс викладається студентам кафедри зоології та екології тварин (магістрам першого року навчання) Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна з 2013 року. В різний час він розглядався то як спеціальний курс, то як розділ великого практикуму. Тут (на цій і на наступних сторінках) знаходиться створюваний і перебудовуваний «на ходу» підручник цього курсу. Курс має розвинути у студентів кафедри зоології та екології тварин здатність створювати імітаційні моделі популяцій і інших надорганізмових (і не лише надорганізмових) біосистем (і не лише біосистем). Автор курсу сподівається, що наведені тут матеріали можуть бути корисними в освоєнні моделюванні і іншими «споживачами» — від школярів до фахівців в інших галузях. Практика показала, що не лише студент-магістр може пройти цей курс (в усякому разі — до 6-7 розділу) і почати створювати свої моделі; з цим можуть впоратися навіть деякі мотивовані школярі. Втім, у тих магістрів, що намагаються лише виконати певні завдання, а не проходити весь курс послідовно, досить часто виникають проблеми з його засвоєнням.

Навіщо треба робити імітаційні моделі? В першу чергу, щоб зрозуміти, як функціюють об'єкти моделювання. Деякі об'єкти ми можемо «зробити» (в тому сенсі, як це розуміється в епіграфі до цього пункту), наприклад, ми можемо створити експериментальну популяцію. Але її створення і експерименти з нею розтягнуться на значний час. Деякі об'єкти «зробити» не можна, як, наприклад, не можна зробити другу біосферу. Але і для тих, і для інших об'єктів ми можемо зробити імітаційні моделі, які сприятимуть розширенню нашого розуміння.

«Після створення моделі— а іноді і в процесі розробки— ми починаємо досліджувати структуру і розуміти поведінку системи, перевіряти, як вона поводиться при певних умовах, порівнювати різні сценарії і оптимізувати її. Коли оптимальне рішення буде знайдено, ми зможемо застосувати його в реальному світі.

По суті, моделювання є пошуком рішення задачі в захищеному від ризику світі моделей, в якому ми можемо помилятися, скасовувати операції, повертатися в минуле і починати все спочатку». (І. Григорь'єв)

Курс імітаційного моделювання можна розділити на три етапи (які не мають чітких меж, але відрізняються за основним характером діяльності студентів і викладача).

**Етап I** — виконання покрокових інструкцій. Студенти знайомляться з основними інструментами, використовуваними для моделювання в середовищі LO Calc. Ймовірно, на них чекатиме здивування: дуже невеликий список команд і прийомів дозволяє створювати дуже різні імітаційні моделі, які, часом, демонструють непередбачувану поведінку. В ході цього етапу студенти повинні крок за кроком повторити інструкції, докладно прописані в даному конспекті. У міру очікуваного зростання професіоналізму студентів детальність інструкцій знижується.

**Етап II** — аналіз (та, при змозі, удосконалення) чужих моделей. Студенти знайомляться з прикладами різних імітаційних моделей, що створені викладачем, іншими авторами і іншими студентами, що вивчали і вивчають імітаційне моделювання. На цьому етапі треба розібратися в тому, як працює та чи інша модель, зрозуміти, як її можна оптимізувати або розвинути, і включити в свій арсенал використані при створенні такої моделі прийоми.

**Етап III** — вільний політ: створення власних моделей. Кількість проблем, для вирішення яких можна використовувати імітаційне моделювання, воістину необмежено. На цьому етапі викладач знайомить студентів з деякими проблемами, які здаються цікавими для нього. Студенти можуть самі пропонувати проблеми, які цікавлять їх самих. На цьому етапі слід в ході самостійної роботи з обговоренням проблем, прийомів і результатів моделювання вирішувати цікаві для учасників процесу завдання. Деякі з отриманих в ході цього етапу моделей, за згодою всіх зацікавлених сторін, можуть бути використані як навчальні моделі для II етапу курсу. Деякі з моделей, створені на цьому етапі, були оприлюднені у публікаціях або кваліфікаційних роботах та зіграли певну роль у науковому становленні своїх авторів.

Коли розроблено концептуальну модель (виділено підсистеми модельованої системи, структура та характер зв'язків між ними), вона може бути реалізована на різному програмному забезпеченні. Головне завдання курсу — отримання досвіду конструювання імітаційних моделей, і для того, щоб зосередиться безпосередньо на цьому завданні можна використовувати саме доступне програмне середовище: електронні таблиці. Звичайно, найпоширенішою програмою для роботи з електронними таблицями (табличним процесором) є Microsoft Excel, частина пакета Microsoft Office.

MS Excel — пропріетарна програма, тобто її вихідний код є власністю її виробника. Крім того, це — комерційний продукт, який його виробник продає користувачам. У MS Office є ряд аналогів, що відносяться до вільного і безкоштовного ПО. До складу цих пакетів також входять електронні таблиці. Для того, щоб описані в даному підручнику дії можна було виконувати на будь-якому комп'ютері, незалежно від того, яка операційна система на ньому встановлена, незалежно від того, чи є користувач володарем ліцензії на комерційне програмне забезпечення, наведені в цій книзі приклади відносяться до LibreOffice Calc (LO Calc). LO Calc поширюється по вільній ліцензії. Треба підкреслити, що це — не послаблений аналог Microsoft Office Excel, а самостійний програмний продукт, який, насправді, у багатьох відносинах перевершує свої аналоги.

Як LO Calc (щиро рекомендований автором цього курсу), так і MO Excel і інші електронні таблиці надають чудові можливості для непрофесійного імітаційного моделювання. Вони задають необмежене поле, в комірках якого можна розміщувати будь-які величини, пов'язувати їх необхідними залежностями, а також відображати отримані ряди величин в графічній формі.

Можливо, в майбутньому було б доцільно освоювати в рамках даного курсу якійсь із професійних мов програмування (швидше за все — R або Python). Автор курсу сподівається з часом додати до пояснень, що стосуються роботи з LO Calc, аналогічні пояснення відносно роботи з R або Python. До речі, якщо хтось з слухачів даного курсу допоможе у вирішенні цієї задачі, автор буде йому безмежно вдячним.

Автор щиро дякує колегам, які пройшли через цей курс, а також усім студентам, що прикладали зусилля по його засвоєнню, за співучасть у розробці курсу. Низка фрагментів цього підручника з'явилася як розгорнуті відповіді на питання, що задавали студенти; низка помилок та «темних» фрагментів були виправлені саме тому, що студенти повідомляли, що на них «спотикалися».

Крім того, автор буде вдячний за мовну і стилістичну правку даного тексту.

### 1.2. Основні поняття

Система — організоване ціле; сукупність підсистем з характерною структурою зв'язків і спільною метою (функцією оптимізації).

**Моделювання** — процес вивчення системи-оригіналу, в ході якого відбувається її заміна більш зручною (доступною, простою, зрозумілою, безпечною, з більш швидкою реакцією тощо) системою-моделлю. Результатом моделювання в тій чи іншій мірі є поширення на систему-оригінал висновків, отриманих при вивченні моделі.

**Модель** — уявлення про систему; система, істотні (з точки зору досліджуваної проблеми) властивості якої відповідають системі-оригіналу.

**Імітаційна модель** — система, яка переходить з одного стану в інший відповідно до певного набору правил, що відповідають логіці перетворень системи-оригіналу.

Властивості систем можна розділити на дві групи: адитивні і емергентні (докладніше — в підручнику екології<sup>1</sup>). **Адитивні** властивості системи визначаються сумою властивостей її підсистем. **Емергентні** властивості виникають в результаті взаємодії підсистем і відсутні на рівні самих цих розрізнених підсистем поза їх взаємодії. Навіть кваліфікований спостерігач, що знає набір підсистем у системі та характер зв'язків між ними часто опиняється в стані, коли він не може заздалегідь передбачити, які емергентні властивості будуть характерними для системи. Можна сказати, що емергентні властивості систем часто виявляються важкопередбачуваними і навіть часто

<sup>1</sup> https://batrachos.com/Рівні\_організації\_біосистем

контрінтуїтивними, тобто не такими, якими їх інтуїтивно очікує дослідник. Чому так виходить? Якуюсь мірою, це наслідок характерного для нас способу мислення. Наше мислення добре пристосоване для відстеження ланцюжків з причин і наслідків (див. «Ланцюжок слідів антилопи<sup>2</sup>») і погано — для прогнозування результату взаємодії багатьох процесів, що йдуть одночасно і впливають один на одного. Моделювання засноване на явищі, значення якого вперше було усвідомлено в загальній теорії систем Людвіга фон Берталанфі: системи, які мають подібний характер зв'язку підсистем, мають й подібні емергентні властивості.

В ході моделювання надзвичайно важливо тримати в увазі, що модель — це не оригінал. Те, що модель має якісь властивості, не доводить, що їх має оригінал. Зазвичай з використанням моделей не можна довести правильність якихось гіпотез, що описують оригінал.

Навіщо ж тоді використовувати моделювання? На щастя, доведення певних гіпотез — не єдина користь від застосування моделі. Слід згадати, що остаточне доведення певних гіпотез щодо дійсності є неможливим для науки<sup>3</sup>. Зате завдяки моделюванню часто можна знайти внутрішні протиріччя в припущеннях, використаних при побудові моделі. Усунення цих протиріч потребують заміни невірних початкових посилок (може бути, на нові невірні припущення, а якщо пощастить — то й на гіпотези, що добре відповідають дійсності).

Таким чином, істинність моделі довести не можна, але можна переконатися в тому, що відбиті при побудові моделі припущення не суперечать дійсності!

Моделі за своєю природою можуть бути розділені на наступні групи:

- фізичні (матеріальні);
- символьні (ідеальні):

— концептуальні:

- ментальні;
- вербальні;
- графічні;

— математичні (чисельні):

- аналітичні;
- імітаційні.

Крім того, математичні моделі можна характеризувати ще за кількома суттєвими ознаками: структурні — функціональні; дискретні — безперервні; детерміністські — ймовірнісні (стохастичні); статичні — динамічні.

У найширшому сенсі, пізнання чого б то не було теж є моделюванням. Моделювання взагалі є однією з головних функцій нашого мозку. Ми не тільки реагуємо на потік стимулів, що надходять ззовні, але й безперервно будуємо в нашій психіці модель дійсності, яку використовуємо для пристосування до неї.

Наша пристосованість (міра внеску в майбутні покоління, що можна очікувати) визначається в результаті нашої взаємодії з надзвичайно складною дійсністю. Щоб підвищити ефективність взаємодії з дійсністю, високорозвинені тварини будують у своїй психіці її модель. Якщо ця модель виявляється хорошою, ми завдяки ній можемо передбачити дійсний хід подій (той самий, який впливає на нашу пристосованість). Крім потоку інформації, який забезпечують наші органи чуття, і обробки цього потоку шляхом побудови на його основі моделей, ніяких інших способів взаємодії нашої психіки із середовищем не існує в принципі! Виходячи з цього, все, чим ми займаємося, може бути представлено як створення і вдосконалення моделей.

У людини для побудови моделей використовуються складні символьні системи; крім іншого, це дозволяє різним індивідам використовувати і вдосконалювати загальні моделі важливих для них аспектів дійсності. Моделями є, наприклад, фізичні формули і фізичні закони. Прикладом масштабної моделі, що спільно підтримується та розвивається, є наука. На певному етапі для розвитку складних моделей починають використовуватися екстрасоматичні (позателесні) носії та середовища моделювання.

З цієї точки зору, засвоєння курсу, в рамках якого відбувається спільне створення формалізованих моделей, які реалізуються в середовищі комп'ютерних програм, є видом діяльності, що лежить на магістральній осі нашої еволюції.

<sup>2</sup> https://batrachos.com/Цепочка\_следов\_антилопы

<sup>3</sup> https://batrachos.com/Науковий\_метод

У ситуації, коли мова йде про використання імітаційних моделей, весь процес моделювання може бути розділений на чотири етапи:

- формалізація уявлень про систему-оригіналі;
- побудова моделі за допомогою тих чи інших засобів;
- експериментування з моделлю;
- інтерпретація результатів моделювання.

#### 1.3. Порівняння аналітичних і імітаційних моделей

Математичні моделі можуть бути представлені у вигляді перетворення вхідних параметрів (позначимо їх сукупність X) у вихідні (Y). В такому випадку роботу системи перетворень, яку задає, власне, алгоритм моделі (позначимо її як W) можна описати так: W(X)=Y. Інакше кажучи, модель — це закономірність, яка перетворює вхідні параметри у вихідні. У самій загальній формі можна сказати, що модель пов'язує значення деяких параметрів з певними функціями. Таким чином, нам треба всього лише виділити важливі для нас параметри та налаштувати установки, які їх визначають!

У чому різниця між **аналітичними моделями** (англ. *analytical models*) та **імітаційними моделями** (англ. *simulation models*)? У разі аналітичного моделювання **W** — це формула або система рівнянь, в разі імітаційного моделювання **W** — покроковий алгоритм перетворень вхідних параметрів, логіка якого відповідає процесам в системі-оригіналі.

Аналітичне моделювання — потужний метод для рішення відносно простих задач, які можна представити в узагальненій формі. Наприклад, ми вивчаємо динаміку тіла, на яке діє певна сила. Отримавши серію оцінок його стану, ми можемо встановити, що маса тіла (**m**), сила, що діє на нього (**F**), і викликане цією силою прискорення (**a**) пов'язані залежністю **F=m×a** - ця закономірність називається другим законом Ньютона. Це — чудова аналітична модель. Легко уявити собі умови, в яких динаміка тіла буде достатньо точно описуватися цим рівнянням.

«Аналітичне представлення підходить лише для дуже простих і сильно ідеалізованих задач і об'єктів, які, як правило, мають мало спільного з реальною (складною) дійсністю, але мають високу узагальнюваність. Даний тип моделей зазвичай застосовують для опису фундаментальних властивостей об'єктів, так як фундамент простий за своєю суттю. Складні об'єкти рідко вдається описати аналітично». (О.І.Бабіна)

Аналітичні моделі використовують і в екології. Наприклад, ми можемо припустити, що приріст популяції відповідає експоненційної моделі, тобто пропорційний її чисельності, тобто <sup>dn</sup>/dt=r×N (де N — чисельність популяції, а r біотичний потенціал, міра здатності особин до розмноження). Це диференціальне рівняння можна вирішити: Nt=Noe<sup>rt</sup>. Однак в цьому випадку ситуація дещо інша, ніж у фізиці. Отримати ряди спостережень, що точно відповідають цій моделі, практично неможливо. Занадто багато різних факторів впливає на динаміку чисельності практично будь-якої реальної популяції ... Для дії багатьох з цих зв'язків складно знайти їх математично простий опис. Що ж робити?

«Альтернативою аналітичним моделям є імітаційні моделі <...>. Основна відмінність імітаційних моделей від аналітичних полягає в тому, що замість аналітичного опису взаємозв'язків між входами і виходами досліджуваної системи будують алгоритм, що відбиває послідовність розвитку процесів усередині досліджуваного об'єкта, а потім «програють» поведінку об'єкта на комп'ютері. До імітаційних моделей вдаються тоді, коли об'єкт моделювання настільки складний, що адекватно описати його поведінку математичними рівняннями неможливо або важко. Імітаційне моделювання дозволяє розкладати більшу модель на частини (об'єкти, «шматочки»), якими можна оперувати окремо, створюючи інші, більш прості або, навпаки, більш складні моделі. Таким чином, основною перевагою імітаційного моделювання в порівнянні з аналітичним є можливість вирішення більш складних завдань, так як імітаційну модель можна поступово ускладнювати, при цьому результативність моделі не падає». (О.І.Бабіна)

I. Григор'єв (2017) виділяє три основні підходи в створенні імітаційних моделей: системна динаміка, дискретно-подієве моделювання і агентне моделювання.

**Системна динаміка** (*system dynamics*) створена Джеєм Форестером в середині XX століття. Чудовим введенням в цей підхід може бути книга Донелли Медоуз «Азбука системного мислення». Відповідно до цього підходу при аналізі динаміки систем слід виділити основні фонди («накопичувачі»), рівні яких задають стан системи, а також потоки, які змінюють ці фонди. При такому аналізі слід встановити основні прямі і зворотні зв'язки. Системна динаміка використовується для моделювання систем на високому рівні абстракції.

Дискретно-подієве моделювання (discrete-event simulation) представляє модель як хронологічну послідовність покрокових (часто рекурсивних, тобто повторюваних) переходів системи з одних станів в інші. Кожен перехід моделює певну подію в динаміці системи-оригіналу і реалізується в певний момент модельного часу. У переважній кількості моделей цього курсу реалізовано саме цей підхід.

Areнтне моделювання (agent-based model) передбачає опис сукупності окремих об'єктів (агентів), кожен з яких реалізує свою поведінку відповідно до заздалегідь заданих правил. Найчастіше агентні моделі передбачають взаємодію агентів один з одним. Поведінка системи виявляється результатом діяльності окремих агентів. В даному підручнику буде розглянуто один приклад типової агентної моделі, що належить до категорії клітинних автоматів.

Наприклад, якщо ми розглядаємо популяцію як ціле, ми можемо використовувати системну динаміку або дискретноподієве моделювання. Якщо ми захочемо імітувати різні категорії особин всередині популяції і різні етапи їх життєвого або річного циклу, самим адекватним підходом виявиться дискретно-подієве моделювання. При подальшій деталізації дискретно-подієвих моделей (при якому ми захочемо відстежувати долю кожної окремої особини) може бути використано агентне моделювання.

У наступних розділах цього підручнику показано поступовий перехід від втілення аналітичної моделі до все більш складних імітаційних моделей. Від відносно простих формул можна перейти до опису популяції як сукупності особин, для кожної з яких враховувати її вік, стать, ймовірність розмноження з кожним з потенційних партнерів, ймовірність виживання і її динаміку, потенційну плодючість і її динаміку, а також інші характеристики, які можуть вплинути на популяційну динаміку. Хоча в такій моделі і використовуються численні формули (наприклад, для опису змін в часі різних характеристик особи), така модель перетворюється в систему покрокових перетворень, що відповідають (у спрощеній формі) процесам, що протікають в об'єкті-оригіналі — тобто в імітаційну модель. Наприклад, на рис. 1.1 показано, як працює модель, що описує перетворення геміклональних популяційних систем (ГПС) гібридогенного комплексу зелених жаб<sup>4</sup>.



Рис. 1.1. Логіка роботи моделі, яка описує трансформації геміклональних популяційних систем зелених жаб (Shabanov et al., 2019)

У моделі, логіка роботи якої показана на схемі, все особини, що належать до однієї групи і мають один вік, вважаються однаковими. Сукупність цих груп послідовно проходить через кілька перетворень, що імітують процеси, які йдуть в

<sup>4</sup> http://ceur-ws.org/Vol-2387/20190017.pdf

8

дійсних популяційних системах жаб. Представники кожної групи характеризуються своїм набором ймовірностей виживання і розмноження. Так, крок за кроком, імітаційна модель перебудовує опис популяційної системи. Іноді висновки, отримані за допомогою такої моделі, виявляються корисними...

#### 1.4. Моделювання в біології

В даний час моделювання стало цілою наукою (і практикою з елементами творчості), на стику математики, computer scienses і так званих «предметних областей» — наук, які описують об'єкти дослідження, тобто біології у разі вивчення різноманітних біосистем. Проведення досліджень на стику наук часто-густо стикається зі значними труднощами: характер мислення біологів, математиків і комп'ютерних фахівців відрізняється досить сильно. Те, що видається природним одному спеціалісту, «не поміщається в голові» в іншого.

Якщо моделювання проводиться у співпраці з професіоналами, біологам доводиться виконувати роль замовників. Практика показує, що програмістам, які створюють саму програму, буває вкрай важко адекватно відбити те, що має на увазі біолог. В результаті з'являється модель, яка працює не зовсім так, як треба, і її використання може призвести до помилкових висновків. Модель, яка працює не зовсім так, як треба, зі значно більшою ймовірністю підштовхне користувача до помилок, ніж модель, яка працює зовсім не так, як треба! Вихід один: біолог повинен сам розуміти принципи моделювання і вміти будувати хоча б найпростіші моделі. З одного боку, таке вміння стане однією з передумов успішної взаємодії з професіоналами в моделюванні. Отримавши непрофесійну модель, ви зможете набагато краще взаємодіяти з фахівцями, яким замовите модель, що задовольняє найвищим вимогам. З іншого боку в безлічі випадків навички моделювання можуть дозволити біологу впоратися з багатьма завданнями самостійно, без співпраці з математиками або комп'ютерними спеціалістами. Даний курс покликаний закласти фундамент такої здатності.

Більшість біологів бачить користь від моделювання в можливості прогнозу динаміки системи-оригіналу. Однак прогнозуванням користь від імітаційного моделювання не вичерпується. Тут буде розглянуто ще два механізми, які можуть зробити імітаційне моделювання корисним для біолога. Робота цих механізмів перевірена на власному досвіді автором цього підручника.

### 1.5. Прогнозування

Використання моделей для прогнозування — не лише найпоширеніший спосіб використання моделей, а ще й такий, що найлегше сприймається непрофесіоналами. Динаміка системи-оригіналу реєструється на певній сукупності станів (в даному контексті цю сукупність можна назвати «вчителем»). Створюється модель, яка забезпечує на «вчителі» ту ж динаміку, що і у оригіналу. Така відповідність динамік двох різних систем (оригінала та моделі) може бути досягнута різними способами. У разі аналітичних моделей, дослідник може сподіватися на те, що він розкрив сутність зв'язку між вхідними та вихідними параметрами. У разі моделі на нейронної мережі в типовому випадку немає ніякої надії на те, що модель відбиває причинно-наслідкові зв'язки всередині оригіналу: важливо, що модель вміє передбачати його динаміку. З імітаційними моделями ситуація у деякому сенсі лежить між цими двома крайнощами. На наступному етапі за допомогою моделі дізнаються, як буде вести себе система-оригінал за межами набору станів, які були використані для її навчання.

Для подальшого обговорення корисно ввести поняття **фазового простору**, як способу опису динаміки досліджуваної системи. Фазовий простір задається тими змінними, які ми вважаємо важливими для опису стану системи. Зазвичай такий простір можна розбити на частини, що відповідають різним типам станів системи (наприклад, стану здоров'я, хвороби, вмирання та загибелі). Дуже часто «вчитель» репрезентує лише частину фазового простору системи, а прогнози, які бажає отримати дослідник, стосуються інших станів. Наприклад, ми збираємо дані про динаміку кліматичної системи планети, щоб узнати, чи відбудеться катастрофічне потеплення, а якщо відбудеться — то коли. Сучасні стани клімату ми спостерігали, майбутнє потеплення — ні. На жаль, навіть у разі, якщо модель добре відповідає динаміці моделі-оригіналу на вивченій частині фазового простору (на «вчителі»), нема підстав для впевненості, що вона буде настільки ж адекватною для інших станів, що раніше не спостерігалися. Подібні причини є підставою для сумнівів у моделі «ядерної зими». Вивчаючи динаміку атмосфери Землі в спостережуваному діапазоні режимів її функціювання, американські і радянські автори кліматичних моделей намагалися визначити, як ця система буде себе вести в умовах, що не спостерігалися. В результаті двома колективами було отримано сценарій так званої

«ядерної зими»<sup>5</sup>. Реалістичність цього сценарію достатнім чином не обґрунтована (що не завадило йому зіграти помітну роль у світовій політиці). Отже, хоча модельний прогноз довести неможливо, він може бути використаний в ході прийняття рішень як один з можливих сценаріїв. В усякому разі, сценарій «ядерної зими» привертає увагу до проблеми, що заслуговує подальшого вивчення.

### 1.6. Уточнення уявлень про об'єкт в ході їх формалізації

У типовому випадку біолог в своїй роботі використовує неформалізовані ( «пухкі») системи уявлень про досліджувані об'єкти. Природно, такі системи теж є моделями. «Пухкість» таких моделей проявляється, зокрема, в тому, що різні аспекти таких уявлень можуть суперечити один одному. Щоб побудувати імітаційну модель, дослідник має формалізувати свої уявлення, тобто перевести їх в несуперечливий кінцевий набір однозначних тверджень. На цьому етапі можна буде говорити про формалізовану концептуальну модель. Така модель виділяє всередині системиоригіналу ряд підсистем і формулює припущення про характер зв'язків між ними.

Формалізація уявлень при створенні концептуальної моделі — непросте завдання. Очевидно, що дійсність складніше і багатше будь-якої схеми, і в ході формалізації вихідних уявлень відбиття дійсності доводиться в цю схему «впихувати», «обрізаючи» і відкидаючи безліч деталей. Будь-яка модель завжди простіше дійсності! Саме тому, що формалізація є результатом серйозної роботи по створенню несуперечливого (хоча б зовні!) опису дійсності, вона має самостійну пізнавальну цінність. В ході формалізації часто вдається виявити суперечності всередині наявних уявлень, спростити використовувані способи опису. Типовою є ситуація, коли в ході моделювання стає зрозумілим, якого роду емпіричних даних бракує. В такому випадку модель дозволяє створити програму для спрямованого збору відсутніх даних.

Створена в результаті формалізації концептуальна модель може бути втілена в різні імітаційні моделі (наприклад, що створені на різних програмних платформах). На етапі втілення моделі також може відбуватися конкретизація і поліпшення як самої концептуальної моделі, так і вихідної системи уявлень. Зворотні зв'язки, що призводять до вдосконалення використовуваних моделей, умовно показані на схемі, взятої з роботи М.О. Кравченко<sup>6</sup>, що присвячена моделюванню популяційних систем зелених жаб (рис. 1.2).



Рис. 1.2. Робота зворотних зв'язків, що сприяють уточненню моделей, в ході імітаційного моделювання (Кравченко, 2013)

Твердження, що модель приносить користь досліднику ще до того, як почне працювати, здається парадоксальним, але воно підтверджується практикою використання імітаційного моделювання для вирішення дослідницьких завдань.

### 1.7. Тестування гіпотез, відбитих в варіативній частини моделі

Як вже було зазначено, модель дозволяє проаналізувати результати одночасної дії цілого «букета» переплетених ланцюжків причинно-наслідкових зв'язків. При вирішенні такого класу задач наша система мислення і наша логіка часто спрацьовують з помилками. У той же час навіть простий алгоритм імітаційної моделі здатний «розкрутити» те, чим ми не можемо ефективно оперувати в своїй голові. Після того, як модель запущена, вона може продемонструвати неадекватну поведінку, пов'язану з тим, що деякі з використаних при її побудові припущень суперечать один одному. У

<sup>5</sup> https://batrachos.com/Военная\_опасность

<sup>6</sup> https://batrachos.com/Кравченко\_Автореферат

такому випадку, як зазначено в попередньому пункті, реалізація імітаційної моделі дозволяє відкоригувати концептуальну модель або загальну систему уявлень про оригінал.

Здатність моделі перевіряти різні припущення, на підставі яких будувалися її алгоритми, можна використовувати і спеціально. Для цього слід розділити алгоритм моделі на дві частини: інваріантну і варіативну. Інваріантна частина алгоритму моделі реалізується в будь-якому випадку, так як відбиває ті особливості оригіналу, які можна вважати надійно встановленими. Варіативна частина алгоритму може бути представлена кількома альтернативними варіантами, кожен з яких відбиває певну гіпотезу про невідомі аспекти функціювання системи-оригіналу.

Як проявиться протиріччя між певною гіпотезою, відбитою в одному з варіантів варіативної частини моделі, і надійно встановленими фактами? Не тільки в неадекватності роботи моделі. Результати моделювання можна протестувати на відповідність наявним результатами спостережень за системою-оригіналом. Ось як цей процес був описаний в роботі, присвяченій моделюванню різноманітності ГПС (геміклональних популяційних систем) гібридогенного комплексу зелених жаб (рис. 1.3).



Рис. 1.3. Тестування гіпотез, відбитих в варіативної частини моделі (Shabanov et al., 2019)

У лівому верхньому кутку рис. 1.3 схематично показано різноманіття ГПС, що спостерігається емпірично. Причини такого різноманіття розглядає система уявлень, яка будується дослідником. Система уявлень неформалізована; крім встановлених фактів вона включає презумпції (припущення, що приймаються «за замовчуванням», до того, як з'являться підстави замінити їх на якісь альтернативи) і гіпотези. Гіпотези і ті презумпції, справедливість яких хоче перевірити автор моделі, включаються в варіативну частину моделі. Дослідження проводиться з прийняттям різних варіативних частин моделі; в кожному з цих випадків модель породжує певне різноманіття станів модельованих систем. Це дає можливість порівняти результати моделювання з емпіричними даними.

У прикладі, який умовно показаний на рис. 1.3, варіант варіативної частини моделі, позначений А, породжує розподіл станів, що відрізняється від емпіричного. Це є підставою вважати комплекс припущень, покладений в основу цього варіанту, спростованими. Варіант В породжує набор станів, відповідне емпіричним даним. Визнавати доведеним його не можна (істинність моделі довести взагалі неможливо), але можна зробити висновок, що він з успіхом пройшов цю перевірку.

### 1.8. Структура моделі

Ми вказали, що робота моделі може бути представлена так: **W(X)=Y**. Використовуємо ці позначення, щоб описати структуру моделі. Модель — це система, яка в мінімалістському варіанті складається з наступних підсистем:

X— вхідні (початкові) параметри;

- W— система перетворень:
  - розрахункові величини:
  - зв'язки формули і умови, за якими здійснюється обчислення розрахункових величин і вихідних

параметрів на підставі вхідних параметрів і, при необхідності, інших розрахункових величин; Y — вихідні (підсумкові) параметри.

У деяких випадках імітаційні моделі є більш складними. Так, для опису моделей, які ми будуватимемо в цьому курсі, буде потрібна наступна розгорнута структура:

Е — інформаційне поле (з назвою моделі і необхідними поясненнями);

Х — вхідні (початкові) параметри:

— значення вхідних параметрів;

— засоби редагування і візуалізації вхідних параметрів;

**W** — система перетворень:

V — варіативна частина моделі: відбиття в алгоритмі обробки вхідних параметрів певних гіпотез, що описують функціонування системи-оригіналу:

— значення варіативних параметрів, використовуваних при обчисленнях;

— умови, що описують певний варіант алгоритму обчислень;

I — інваріантна частина моделі:

— проміжні значення:

— розрахункові величини;

— випадкові величини, задані генератором псевдовипадкових чисел;

— зв'язки — формули і умови, за якими здійснюється обчислення розрахункових величин і вихідних параметрів на підставі вхідних параметрів, інших розрахункових величин, а також випадкових величин; У — вихідні (підсумкові) параметри:

— значення вихідних параметрів;

— засоби візуалізації вихідних параметрів.

Ви можете переконатися, що розгорнута структура відрізняється від мінімалістської в кількох важливих відносинах. Розгорнута структура описує стохастичну (ймовірнісну) модель, оскільки використовує в обчисленнях випадкові числа. Мінімалістська структура описує детерміністську модель, в якій будь-якого певному набору вхідних параметрів однозначно відповідає певних набір вихідних параметрів. В розгорнутій структурі система перетворень розділена на дві частини: варіативну (V) і інваріантну (I). Нарешті, розгорнутий варіант передбачає більш багатий набір засобів редагування і, особливо, візуалізації.

### 1.9. Література

Підручником з даного курсу слугує цей текст. З ним можна працювати онлайн, а можно завантажити його або в форматі текстового редактора LibreOffice<sup>7</sup> або в форматі pdf<sup>8</sup>.

Крім того, для роботи в ході освоєння програми курсу буде корисною певна кількість друкованих та мережевих джерел. Серед них деякі сприяють розвитку загального розуміння, а деякі розглядають певні аспекти модельованих систем. Посилання на низку таких джерел наведено нижче.

Медоуз Д.Х. Азбука системного мышления<sup>9</sup>. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2011. — 343 с.

Медоуз Д., Рандерс Й., Медоуз Д. Пределы роста. 30 лет спустя<sup>10</sup>. М.: ИКЦ «Академкнига», 2007. — 342 с.

Коросов А. В. Имитационное моделирование в среде MS Excel (на примерах из экологии)<sup>11</sup>. ПетрГУ. Петрозаводск, 2002. 212 с.

Григорьев И. AnyLogic за три дня. Практическое пособие по имитационному моделированию<sup>12</sup>. Интернет-издание: 2017. 273 с.

Каталевский Д.Ю. Основы имитационного моделирования и системного анализа в управлении. М.: Изд-во МГУ, 2011. — 304 с.

<sup>7</sup> https://batrachos.com/sites/default/files/pictures/Modelling/Shabanov\_2019\_Simulation\_I-VIII.odt

<sup>8</sup> https://batrachos.com/sites/default/files/pictures/Modelling/Shabanov\_2019\_Simulation\_I-VIII.pdf

<sup>9</sup> https://batrachos.com/sites/default/files/pictures/Books/medouz\_2011\_azbuka sistemnogo myshleniya.djvu

 $<sup>10 \</sup> https://batrachos.com/sites/default/files/pictures/Books/meadows\_dr\_2007\_predely\_rosta\_30\_let\_spustya.djvu$ 

 $<sup>11\</sup> https://batrachos.com/sites/default/files/pictures/Books/korosov_2002\_excel-simulating.doc$ 

<sup>12</sup> simulation.su/uploads/files/default/2017-uch-posob-grigoriev-anylogic.pdf

# 2. Приклад простої моделі: імітація експоненційного зростання

### 2.1. Освоєння Calc: використання адрес комірок, введення формул

Як відомо всім, хто вивчав курс екології, найпростішою моделлю, яка описує <u>популяційне зростання<sup>13</sup>, є експоненційна</u> модель (рис. 2.1).



Рис. 2.1. Динаміка експоненційного зростання (Шабанов, Кравченко, 2009)

У показаної на рисунку моделі **N** — чисельність популяції, **t** — час, **r** — репродуктивний потенціал (мальтузіанський параметр), <sup>м</sup>/<sub>dt</sub> — зміна (приріст) чисельності популяції. В цілому ця модель відбиває найпростіший факт: можливий приріст чисельності популяції пропорційний її чисельності. Дослідження експоненційного зростання розпочато ще Леонардо Фібоначчі (1170—1250) і Томасом Мальтусом (1766–1834). На рисунку представлена аналітична модель. У ній зростання описується за допомогою однозначної функції.

Створимо в LibreOffice Calc імітаційну модель, що описує експоненційне зростання. Подальші приклади наводяться для роботи з україномовною версією LibreOffice Calc 6 для Linux; використання інших версій LO Calc може мати свої особливості.

Лист LO Calc— це таблиця, що складається з стовпців і рядків. У найбільш поширеному режимі адресації (т. зв. А1) стовпці позначаються латинськими літерами (або їх поєднаннями), а рядки— номерами. Існує й інший стиль адресації (т. зв. R1C1); щоб перемкнутися між цими стилями треба пройти шляхом «*Засоби / Параметри / LibreOffice Calc / Формула*» (тут і далі послідовності обираних опцій в меню LO Calc виділяється курсивом).

В цьому конспекті робота з таблицями LO Calc описується або на прикладах простих таблиць, вставлених в текст (такі таблиці будуть використовуватися тільки в початковій частині конспекту; можна сподіватися, що в міру підвищення кваліфікації читача вони стануть надлишковими), або ілюструється скрінами (перехопленими зображеннями вікон). Перш за все, треба зрозуміти основні принципи відносної і абсолютної адресації в LO Calc.

Створимо файл LO Calc. Перш за все, задамо комірки, в які ми будемо вводити основні параметри (табл. 2.1).

Таблиця 2.1. Початок побудови моделі, яка описує експоненційне зростання

C D

```
A B

1 ₀N= 1000

2 r= 0,2

3

4 0 1000 {=B1}

5 1

6 2

7 3
```

Комірки **A1** і **A2** (ми будемо позначати адреси комірок, рядків та стовпців напівжирним шрифтом), в яких вказані позначення початкових величин, не використовуються при обчисленнях. Вони потрібні не для роботи самої моделі, а для користувача, щоб він розумів, де що знаходиться. **«N** — це позначення початкової чисельності. Щоб перетворити 0 в нижній індекс, скористаємося бічною панеллю LO Calc. Бічна панель може бути згорнута; в такому випадку, її треба розгорнути, вибравши закладку «*Властивості*» (рис. 2.2). Якщо бічної панелі нема навіть у згорнутій формі, її треба

<sup>13</sup> https://batrachos.com/Экспоненциальный\_и\_логистический

викликати: «*Перегляд / Бічна панель*». Щоб змінити параметри шрифту, треба виділити символ, до якого слід застосувати специфічне форматування, і вказати це форматування на бічній панелі (рис. 2.3).

Файл	Зміни Пер	регляд Встав	ка Форм	ат Стилі	Аркуш Да	ні Засоби	Вікно До	відка								
0	· 🛅 · 🔚	• 🗯 Задати н	азву 🛅	16	) 💥 🖳	🖻 · 🧧	(G) + p0	· 🔍 🗛	• 🗏 • 🔳	• 🗉 • 🗖	• 177 • 1	- 49	🛛 Ω		. 🔳 · 🔳	
Libe	ration San:	• 10 •	a	<b>z <u>a</u> a</b> i	a <sub>b</sub> <u>a</u>	• 🔳 • 📳	+ = =	<b>=</b>	E % 0	.0 💠 🔒	: 🖽 • 🛛	<b>-</b>   b	6	•		<u>.</u>
A2		- 5ΞΣ =	-												•	
	A	В	С	D	E	F	G	Н	1	J	К	L	М	N	0	
1														Налашту	вання бічної і	панелі
3	-															T
4								2		S			-	-		-
6																-
7																$\odot$
9																22
10						30		2		6						100



Файл 3	Зміни Перегляд В	ставка Форн	мат Стилі	Аркуш Да	ні Засоби	Вікно Дов	зідка						
•	🕒 • 🔒 • 🇯 Зад	ати назву 🛛 🧧		1 🔏 🕾	🖻 · 💁	(5) · (7)	- 🔍 崎		· 🖂 • 🗖	• 류 •	· 🖃 🕼 🍖 <u>Ω</u> 📒		
Libera	ation San: 💌 🚺	- a.	aaa	ba <sub>b</sub> a	• 📃 • 📑	+ = =	<b>-</b>	- %	0.0	co 🔢 -	· 🔳 • 🛯 😓 🐺	•	
A1	- jii 1	× 🖉 🕅 N=									Властивості	3	× ¬
	B	C	D	E	F	G	Н	1	J	К	🗉 Стиль		105
2	DN=										Типово	• @ @	T
4						-					Е Символ	-	
6 7											Liberation Sans	• 10 •	0
8 9											a <i>a</i> <u>a</u> .ea	a a	1×
10											<u>a</u> -		
13 14											🗄 Формат чисел	Нижній індекс (Shift+	Ctrl+B)

Рис. 2.3. У комірці А1 виділено символ; його властивості можна змінити за допомогою бічній панелі LO Calc

Того ж самого результату можна досягти, якщо виділити потрібні символи у комірці або в рядку для формул і пройти шляхом «*Формат / Текст / Нижній індекс*». Можна також скористатися клавіатурним скороченням, яке вказано на хінті (підписи, що з'являється при виділенні певного об'єкту) на рис. 2.3

У відповідних комірках стовпчика В введемо значення початкових параметрів, зазначених в таблиці 2.1.

У стовпці **А** (відступивши певне місце), введемо шкалу часу. Для цього достатньо ввести цифри 0 і 1, виділити їх курсором, помістити курсор в правий нижній кут блоку, що утворився, нажати клавішу миші та «потягнути». LO Calc заповнить необхідну область продовженням заданої арифметичної прогресії. Іноді бажання LO Calc вибудовувати арифметичної прогресії стає незручним. Якщо аналогічним чином «розтягнути» одну комірку, в яку введена певна цифра, програма не повторить ту ж цифру на весь блок, а вибудує прогресію. Щоб заповнити блок тією самою цифрою, її доведеться скопіювати у буфер, виділити блок та виконати команду «*Вставити*». Якщо «розтягнути» комірку, в яку введена певна ведена формула, ця формула може залишитися незмінною, а може і закономірно змінюватися — залежно від того, як вона задана (див. далі).

У стовпці **В** розмістимо імітацію експоненціального зростання. У комірці, що відповідає початку імітації, введемо формулу =**B1**. Якщо вміст комірки починається зі знака =, LO Calc розглядає його, як формулу. В цьому конспекті формули будемо показувати в фігурних дужках на жовтому тлі, після величини, яку LO Calc показує в цій комірці. Так, запис «1000<mark>{=B1}</mark>» означає, що LO Calc показує в цій комірці величину 1000, і це задається формулою =**B1**.

Один із способів ввести формулу у комірку **В4** такий: ввести в неї (виділивши її курсором) знак =, потім перейти в рядок формул (клацнувши по ній), і, розмістивши курсор після знака =, виділити цільову комірку (**B1**). Після цього важливо не клацати курсором по різних місцях таблиці (щоб LO Calc не редагував абияк формулу), а вийти з режиму редагування, натиснувши Enter.

Коли ця комірка виділена, в самій комірці показується її значення, а в рядку формул — введена в комірку формула (рис. 2.4). Якщо перевести курсор в рядок формул, комірки, на які посилається формула, «підсвітяться» (рис. 2.5).

До речі, за замовченням LO Calc вирівнює текстовий вміст комірок за лівою межею комірки, а числовий — за правою межею. У моделі, що показана на рис. 2.4, вирівнювання у комірках **A1— B2** було змінено, щоб краще показати зв'язок між позначенням початкового параметру та його значенням. Крім того, ці комірки виділено напівжирним шрифтом.



Рис. 2.4. Курсором виділено комірку В4; в комірці показується її значення, а в рядку формул — введена в цю комірку формула

Файл	Зміни П	ерегляд	Вставка	Формат	Стилі	Аркуц	. Дані	Засоби
· 🖌 ·	- 📑	•	Задати назву		< 등	*		<u>a</u>
Libe	ration San	•	0 -	a a	<u>a</u> a	b a <sub>b</sub>	<u>a</u> -	<b>-</b> -
SUM		- #	<b>X</b> 4	=B1				
	А	в	0	:	D	5		F
1	"N=	1000			Ря,	док ввс	ду	
2	r=	0,2						
3								
4	0	=B1						
5	1						8	
6	2							
7	3							
8	4							
9	5							
10	6							

Рис. 2.5. Курсор стоїть в рядку формул; комірка, до якої звертається ця формула, виділена. З цього режиму слід виходити натисканням клавіш Enter або Esc! Натискаючи на інші комірки в режимі редагування формули, ви призведете до засмічення формули

Тепер визначимо, якою буде чисельність популяції після одиничного проміжку часу. Для цього введемо в комірку **B5** формулу, що відповідає виразу №=₀№+г\*₀№ (табл. 2.2).



В комірці **B6** відповідно до цієї логіки повинна знаходитися формула {=B5+B5\*B2}. Цю та наступні формули можна ввести в комірки **B6** і всі наступні вручну, але це занадто складно. Очевидно, що і всі наступні вирази в стовпці **B** аналогічні тому, що введено в клітинку **B5**. Чи можна «розтягнути» його на весь стовпець?

Виділіть в Calc комірку **B5** і розтягніть її на комірку **B6**. В комірці **B6** виявиться формула <mark>{=B5+B5\*B3}</mark>. При «розтягуванні» LO Calc зрушив все адреси, згадані у формулі. Щодо посилання на попередню комірку ряду (**B5** для комірки **B6**) це абсолютно правильно, а при посиланні на значення параметра г (**B3** для комірки **B2**) — невірно.

Справа в тому, що для посилань у формулі ми використовували **відносну адресацію**. Фактично, коли в комірці **B5** стоїть формула **{=B4+B4\*B2}** вона означає **{=на\_комірку\_вище+ на\_комірку\_вище\*на\_трі\_комірки\_вище}**. Щоб вказати, що потрібна саме певна комірка, посилання на яке має бути однаковим, незалежно від того, в якому місці аркуша знаходиться формула, слід використовувати **абсолютну адресацію**. У тій системі адресації, яку ми розглядаємо в цьому прикладі, вона позначається символом долара: **{=B4+B4\*\$B\$2}**. До речі, в нашому випадку (коли «розтягування» формули відбувається у певному стовпчику) наведеній записи є аналогічним і варіант **{= B4+B4\*B\$2}**. Однак у другому з цих випадків, якщо «розтягнути» таку формулу в інший стовпець, посилання буде вказувати на другий рядок цього, нового стовпчика. Очевидно, що посилання на попередню комірку в ряду обчислень чисельності популяції слід залишити відносним. У деяких випадках для вибору відносної і абсолютної адресації в LO Calc може бути корисна команда «*Аркуш / Змінити тип посилань*» або її аналог, клавіша **F4**. Понатискайте на цю клавішу і подивіться, як змінюється формула: відбувається циклічний перехід між чотирма станами:

- відносна адресація і по стовпцях, і по рядках;
- абсолютна адресація і по стовпцях, і по рядках;
- відносна адресація по стовпцях і абсолютна по рядках;
- абсолютна адресація по стовпцях і відносна по рядках.

Такі перемикання часто виявляються зручними. Втім, для випадку, який ми розглядаємо, перемикання по функції **F4** незручно, так як в одній формулі слід поєднувати відносне посилання (для попереднього значення в ряду) і абсолютне посилання (для одного з початкових параметрів).

До речі, при використанні стилю посилань R1C1 та ж формула буде виглядати так: {=R[-1]C+R[-1]C\*R2C}; відносні посилання взяті в квадратні дужки, абсолютні — ні. R[-1]C означає в такому випадку відсилання до комірки на один рядок вище в тому ж стовпці, де знаходиться формула, а R2C — посилання на комірку у другому рядку того ж стовпця, в якому знаходиться формула.

Втім, в нашому прикладі ми користуємося традиційними посиланнями. В такому випадку, «розтягнувши» формулу з комірки **В5** на весь стовпець (ймовірно, більш довгий, ніж на показаному в табл. 2.3 прикладі), ми отримаємо необхідний ряд значень.

Таблиця 2.3. Результат «розтягування» формули з абсолютною адресацією по рядках

C D

	Α	В
1	₀N=	1000
2	r=	0,2
3		
4	0	1000 <mark>{=B1}</mark>
5	1	1200 <mark>{=B4+B4*B\$2}</mark>
6	2	1440 <mark>{=B5+B5*B\$2}</mark>
7	3	1728 <mark>{=B6+B6*B\$2</mark> }

Отже, залежність чисельності модельної популяції від часу, що відповідає експоненційному зростанню, є побудованою.

### 2.2. Графічне відображення отриманої залежності

Ми отримали ряд чисел, що описує динаміку чисельності популяції, що росте відповідно до експоненційної моделі. Цю динаміку буде значно легше інтерпретувати, якщо вона буде відбита на графіку. Ймовірно, щоб графік був зрозумілішим, стовпцям слід дати заголовки. Введемо в комірку **A3** символ **t**, а в **B3** — **N**. Відцентруємо ці позначення, зробимо їх напівжирними. Виділимо мишею діапазон, що починається з цих заголовків і охоплює два стовпці з обчисленнями до самого кінця. Виберемо команду «*Вставка / Діаграма…*» (або оберемо відповідну кнопку-іконку на панелі інструментів). Виберемо тип діаграми, показаний на рис. 2.6.



Рис. 2.6. Вибір типу графіка, який буде вставлений на лист LO Calc

Натискаючи кнопку «*Далі >>*», ми зможемо задати деякі властивості створюваного графіка. Щоб його осі виявилися підписаними, варто використовувати і перший рядок, і перший стовпчик як підписи (рис. 2.7).



Рис. 2.7. Редагування параметрів графіка

В одному з таких діалогів можна ввести назву графіка в цілому (рис. 2.8). Розберіться самостійно з ефектами від застосування інших елементів діалогу.



Рис. 2.8. Редагування підписів на створюваному графіку

Отриманий результат можна побачити на рис. 2.9. (зайве позначення величини, що відбивається на графіку, прибрано). Крім іншого, моделі треба надати змістовне ім'я (його теж можна побачити на рис. 2.9).



#### 2.3. Вдосконалення графіка

У LO Calc слід відрізняти два різні варіанти виділення діаграми. На рис. 2.10 виділено простим кліком миші виділено саму діаграму; її помічають зелені маркери на кутах та у середині боків. На рис. 2.11 можна виділяти елементи діаграми; для цього слід увійти у редагування діаграми подвійним кліком; зверніть увагу, що маркери стали темносиніми.



Рис. 2.10. Виділено діаграму; у цьому стані її можна масштабувати, рухати тощо



Рис. 2.11. Редагування діаграми; у цьому стані можна змінювати її елементи

У режимі редагування діаграми можна клікнути правою клавішею мишею на вісі та обрати опцію «*Формат осі…*»; можна також клікнути правою клавішею і відразу попасти на діалог, показаний на рис. 2.12. Там можна змінити діапазон, який відбивається на осі (знявши позначку «*Автоматичний*»). Спробуйте перебудувати шкалу в логарифмічному масштабі, поставивши відповідну відмітку, як це показано на рис. 2.12. Як зміниться вигляд графіка? Як це пояснити?

0.0			Berne	Annua Annua Anna	Exponer	ntial	grov	wth.ods - LibreOffice Calc
( 5)	- 3MI	Вісь У	BCTab	ка формат засоби вікно довіді • 😳 💕 🛄 Обл	ко асть побудови ,	діаграм	и	9 👪 🖬 🌆 🗉 🕼 🔳 🛄 🛄 🔟 xa oo
K28		- 3	Ξ Σ	= (	_	_		
	A	В	C.					Вісь У
1	"N=	1000	-	Macurafi Desurbessure Biole D	anus theses	1110		Teursel share
2	(=	0,2		посштао позициовання линя п	цинис числа	mps	ψ	Текстові ефекти
3	. 1	N		Масштаб				
4	0	1000	-					
5	1	1200		Воротни напрямок				
7	2	1790	-	🖾 Логарифмічна шкала				
8	4	2073.6	-	a al a la mana	6			
9	5	2488.32	9	мінімум	0	-	+	Автоматичнии
10	6	2985,984	2	1	20000			
11	7	3583,1808	- Ho	Максимум	20000	-	+	Автоматичнии
12	8	4299,81696	2e	0	-			
13	9	5159,780352	문	Основнии інтервал	2000	1	T	Автоматичний
14	10	6191,736422	-	Лічильник основного інтервалу	6			Antourstumme
15	11	7430,083707			2		-	Автоматичний
17	12	10899 32054						
18	14	12839.18465						
19	15	15407,02157						
20	16	18488,42589						
21			-					
22								
23								
24								
25			27					
27				Beelawa				Dessa Cragmany Binnenutry
28				довідка				таразд Скасувати Відновити

Рис. 2.12. Редагування властивостей осі графіка

Залишився останній крок. Щоб моделлю можна було користуватися, треба додати в неї необхідні пояснення. Виділимо всі комірки, зайняті моделлю. Візьмемося курсором за бічний край блоку і потягнемо його (рис. 2.13). Звільнимо пару

18

рядків для підпису. Це ж саме можна зробити й інакше: виділити заголовки двох рядків, кликнути на них правою клавішею миші та обрати вставку рядків (рис. 2.14). Результат змін, показаних на рис. 2.13 і 2.14, є ідентичним.

Файл	і Змін	и Перегля	ц Вст	гавка (	Рорм	ат Ст	илі и	Арку	ш Дан	i 3a	<b>Ехр</b> соби	<mark>onen</mark> l Вікно	ial_g Дог	<b>rowtl</b> зідка	h.ods	- Libr	eOffi	ce Ca	lc
	- 🖻	- 🛃 - 🏄	Задат	и назву		<	Ξ	×	먣	<b>i</b> •	9		- 6	- Ç	X Ab	5	<b>-</b>	·	-
Lib	eration	n San: 👻	10	-	a. a	<i>и</i> <u>а</u>	aþ	ab	a	- 🔳	· 🗐	- =	-	=		E	%	0.0	
A1:J2	20	•]]	μΣ	= 0	N=														
	А	8		c	Đ	-		2		F	-	6		н		1		J	
1	<sub>o</sub> N=	1000		1															
2	r=	0,2																	1
3	t	N						LINCI	IOHEHL	џине .	spocia	anna							
4	0	1000		20000	-														
-	-	1200		18000															
- 6		1440	-	16000												/			-
-	3	1/28		10000												1			
	4	2073,0		14000											1	-			
10	6	2400,02		₹ 12000	+										$ \checkmark $		-		
1	7	3583 1808	- 1	10000	-												_		
12	8	4299.81696		8000	-								-				_		
13	9	5159,780352	-	6000								-							
14	10	6191,736422		1000							-	-							
15	11	7430,083707		4000					-	-									
16	12	8916,100448		2000	-			-									-		
17	13	10699,32054		0	-			1	1 1	1.	1. 1.		24	1			_		
18	14	12839,18465			0 1	2	3	4	5 6	7	8 9	10	11	12 1	3 14	15	16		
19	15	15407,02157								Uan	m								
20	16	18488,42589								100.	10								
21			2						1		1		1		1		- 1		1
22						_							i				_		_

Рис. 2.13. Переміщення блоку комірок; курсор «тягне» виділений блок, в який потрапила й діаграма, за лівий бік



Рис. 2.14. Щоб отримати вільне місце, можна просто додати необхідні рядки

Слід вказати на певний «баг» (на комп'ютерному жаргоні — помилка, від англ. *bug* — клоп) LO Calc. При переміщенні графіку він з великою ймовірності може «сповзти» — втратити відповідність тим діапазонам даних, що мають на ньому відбиватися (приклад показано на рис. 2.15). Якщо з вами це не відбудеться — то й добре; але ця помилка дає можливість познайомитися з важливим діалогом редагування графіку.



Рис. 2.15. Діапазон даних, заданий для графіку, не відповідає його новому розташуванню; цей діапазон треба змінити

Ввійдемо у режим редагування графіку (виділимо його як на рис. 2.11), і після кліку правою клавішею миші оберемо опцію «*Діапазони даних…*» (рис. 2.15).

										Exponent	ial_growth	.ods - Libre	Office Calc
Файл	змін	ни Перегляд	Встав	ка Фор	мат	Зас	оби	Вікн	о Довідка				
6		Діаграм	a			•	1	16	06ласть	побудови ді	аграми 🌖		
K25		- 5	ε Σ :	-									
	Α	B	С		D		E		F	G	н	I.	J
1				3							1		
2											1		
3	°N=	1000	_	i de la companya de l					• • • • • • • • • • • • • • • • • • •				
4	ţ.	= 0,2					F	Експе	оненційне за	остання			
5	ţ	N							one and the of				
6	0	1000		20000 -						0			
7	1	1200		18000						1 -		_	_
8	2	1440		16000								/	
9	3	1728									/		
10	4	2073,6	~	14000									
11	5	2488,32	Z	12000			-	Ko	піювати				
12	6	2985,984	5	10000 👳			-	Be	тавити				
13	7	3583,1808	돌	8000									
14	8	4299,81696	0e	0000				Φ	ормат комірс	эк			
15	9	5159,780352	5	6000				По	ложення та ј	розмір			
10	10	0191,730422		4000		-	10.0	De					_
10	12	7430,083707		2000	-	-		BC	тавити компр	ки			_
10	13	10600 32054		0 -	_	-	_	До	дати легенд	у	10000		-
20	14	12020 10465		2	3	4	5	BC	тавити/вилу	чити осі	13 14	15 16	
21	15	15407 02157						-					
22	16	18488 42599						ТИ	пдіаграми				
23	10	10400,42005				_	_	Дi	апазони дани				
24						-	-						100

Рис. 2.16. Показане на рисунку меню дає широкі можливості для редагування графіку. Розберіться, які його елементи за що відповідають!

Яким має бути діапазон, що відбивається на графіку? Вісі ми вже підписали, і опція «*Перший рядок як підпис*» (рис. 2.17) втратила сенс. Знімаємо «галочку» в цій опції, і задаємо діапазон з 6-го рядку до 22-го.



Рис. 2.17. Все зрозуміло! Діапазони даних не відповідають розташуванню розрахунків

Ось що має вийти (рис. 2.18).

						Exponent	ial_growth.	ods - Libre	Office Calc		
Файл	Эмін	и Перегляд Діаграма	вставка Фор а Σ =	мат Засоби Ві	кно Довідка 🔮 📊 Облас	ть побудови діа	грами 🛞	<b>1</b>	<b>.</b> E		Властия
1	A	B	C	DE	F	G	Н Діапазон	и даних	J	к (	В Елеме
3	<sub>e</sub> N=	1000 0,2		Діапазон	даних Ряд д	аних					
5 6 7 8 9 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 21 22	t 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16	N 1000 1200 1440 1728 2073,6 2488,32 2995,984 3583,1808 4299,81696 5159,780352 6191,736422 7430,083707 8916,100448 12839,18465 15407,02157 18498,42589	20000 18000 16000 14000 12000 12000 0 4000 2000 0 1	Діапазон Рядки Рядки Рядки Перш 2	и даних: \$А , даних у ряди , даних у стов ий рядок як п ий стовпчик я	ркуш1.\$А\$б: ах пцях ідпис ік підпис	\$B\$22				
23 24 25 26 27				Довідк	a					Гаразд Ск	асувати

Рис. 2.18. Діапазони виправлені, «галочку» на опції « Перший рядок як підпис» знято

Тепер можна навести на нашу модель красу. Використаємо для цього звичайну, а не логарифмічну шкалу.

Виділимо комірки двох верхніх рядків, в яких ми розмістимо пояснення. Об'єднаємо їх в одне ціле (*«Формат / Об'єднати и центрувати комірки»*). Введемо у об'єднану комірку заголовок, який має пояснити, що саме і як моделюється на цьому аркуші. Якщо напис не вміщується в один рядок, слід натиснути правою клавішею миші на об'єднаній клітинці, щоб викликати контекстне меню, в якому вибрати опцію *«Формат комірок»*. На вкладці *«Вирівнювання»* слід поставити прапорець в клітині *«Переносити по словах»*. Напис у комірці прийме акуратний вигляд. Додамо ще пару косметичних змін, відбитих на рис. 2.19. Візьмемо початкові параметри у рамочку; надамо кольорову заливку (розберіться самі, як це робити!), змінимо колір та відмітки на графіку (у режимі редагування елементів діаграми клік правою клавішею на графіку, *«Формат рядів даних… / Лінія»*, де можна обрати колір та піктограми відміток), тощо.



Рис. 2.19. Імітаційна модель готова!

### 2.4. Проміжні підсумки

Зверніть увагу: в показаній на рис. 2.19 моделі ми можемо побачити такі структурні елементи:

- інформаційне поле;
- вхідні параметри;
- систему перетворень (покрокові розрахунки чисельності популяції що імітують послідовність етапів її зростання);
- візуалізацію вихідних параметрів (графік).

Такою моделлю вже можна користуватися, наприклад, при вивченні закономірностей експоненційного зростання. Ще більш важливим є те, що цю модель можна добудовувати, додаючи додаткові припущення та умови, що будуть її ускладнювати та наближати до дійсності.

При доведенні моделі до «товарного» вигляду були використані наступні можливості LO Calc:

- нижній індекс у позначенні ₀N;
- «розтягування» арифметичної прогресії;
- робота з найпростішими формулами;
- «розтягування» формули;
- використання абсолютної і автоматичної адресації;
- побудова та редагування графіка;
- перетягування блоків;
- додавання рядків;
- об'єднання комірок;
- настройка перенесення тексту;
- форматування меж комірок, а також заливка комірок кольором.

Отриману <u>модель<sup>14</sup> можна завантажити на сайті, але краще зробити її самостійно.</u>

<sup>14</sup> batrachos.com/sites/default/files/pictures/Modelling/Exponential\_growth.ods

### 3. Ускладнення моделі: імітація логістичного зростання

#### 3.1. Порівняння експоненціального та логістичного зростання

На попередньому етапі ми зробили модель, що описує експоненційне зростання популяції. Як ви пам'ятаєте з курсу екології, ускладненням експоненційної моделі є логістична (рис. 3.1). Бельгійський математик П'єр Ферхюльст (1804-1849) ввів в рівняння компонент, який забезпечує гальмування популяційного зростання в міру наближення до величини **К**— місткості середовища.



Рис. 3.1. Логістичне зростання (Шабанов, Кравченко, 2009)

Коли **N** мало, вираз в дужках практично дорівнює одиниці, і зростання мало відрізняється від експоненційного; коли **N** досягає величини **K**, приріст зупиняється, і чисельність популяції стає стабільною і відповідає **K**.

Внесемо в модель, створену на попередньому етапі, ще один стовпець, що відповідає логістичному зростанню. Щоб табл. 3.1 відповідала моделі експоненційного зростання, створеній на попередньому етапі, ми додали в неї дві порожні перші рядки — в моделі вони зайняті інформаційним полем.

### Таблица 3.1. Додавання до моделі експоненційного зростання комірок, що імітують логістичне зростання

	Α		В	С	D
1					
2					
3	٥N	=1000			
4	ſ	=0,5			
5	K	=10000	)		
6	t		N (exp)	N (log)	
7	0	1000	{=B3}	1000 <mark>{=B3}</mark>	
8	1	1500	{=B7+B7*B\$4}	1450 {=C7+C7*B\$4*(B\$5-C7)/B\$5}	
9	2	2250	{=B8+B8*B\$4}		
10	3	3375	{=B9+B9*B\$4}		
	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10	A 1 2 3 ₀N 4 r 5 K 6 t 7 0 8 1 9 2 10 3	A 1 2 3 <b>₀N=1000</b> 4 <b>r=0,5</b> 5 <b>K=10000</b> 6 t 7 0 1000 8 1 1500 9 2 2250 10 3 3375	A     B       1     2       3     ₀N=1000       4     r=0,5       5     K=10000       6     t     N (exp)       7     0     1000 {=B3}       8     1     1500 {=B7+B7*B\$4}       9     2     2250 {=B8+B8*B\$4}       10     3     3375 {=B9+B9*B\$4}	A B C 1 2 3 <b>0N=1000</b> 4 <b>r=0,5</b> 5 <b>K=10000</b> 6 t N (exp) N (log) 7 0 1000 {=B3} 1000 {=B3} 8 1 1500 {=B7+B7*B\$4} 1450 {=C7+C7*B\$4*(B\$5-C7)/B\$5} 9 2 2250 {=B8+B8*B\$4} 10 3 3375 {=B9+B9*B\$4}

Вводячи формулу в комірку **С6** (саме її потім треба буде «розтягнути» на весь стовпець), врахуйте, що посилання на попередню комірку **(С5)** має бути відносним, а на комірки для введення параметрів (**B2** і **B3**) — абсолютним, принаймні, щодо рядка (<mark>B\$2</mark> і <mark>B\$3</mark> — цього достатньо, якщо формула буде «розтягуватися» всередині стовпчика).

Тепер можна заповнити формулами весь стовпець, що описує логістичне зростання, і вставити в файл графіки (рис. 3.2). Поєднувати на одному полі дві криві — експоненційного та логістичного зростання — не дуже зручно: розмірність шкали визначить експонента, що стрімко піднімається, і динаміка логістичного зростання буде непомітною. Може виявитися так, що для сприйняття зростання модельної популяції варто поєднати два способи представлення результатів: криві окремо (з діапазонами шкали, що відповідають значенням) і об'єднані на одному полі два графіка (з штучно обрізаним діапазоном шкали).



Рис. 3.2. Два способи порівняння експоненціального та логістичного зростання поруч; зверніть увагу: комірка С10 виділена, курсор на рядку формул, комірки, на які посилається формула, виділені кольоровими рамочками (при необхідності <u>модель<sup>15</sup></u> можна скачати з сайту)

### 3.2. Облік смертності в певному віці

Настав час задуматися, наскільки реалістична наша модель. Вона є імітаційним відображенням двох аналітичних моделей. На жаль, поки що при їх створенні ми не дуже-то замислювалися над тим, наскільки описувані такою моделлю процеси відображають дійсні події. Ця модель має кілька дуже серйозних відмінностей від біологічної дійсності, яку ми прагнули імітувати. Ми будемо наближатися до дійсності в кілька кроків, і їх порядок буде визначатися не стільки важливістю, скільки логікою засвоєння прийомів моделювання.

У дійсному світі особини не тільки народжуються, але і гинуть (існує <u>міф про «безсмертя»<sup>16</sup></u> бактерій і найпростіших, але це, загалом, скоріше міф, ніж факт). Як його врахувати?

У експоненційної моделі облік смертності не настільки обґрунтований, як в логістичній. Експоненціальна модель побудована на твердженні <sup>м</sup>/<sub>dt</sub>=г×N. Ми можемо окремо розглянути народжуваність і смертність і врахувати, що народжуваність збільшує чисельність популяції, а смертність — знижує. Ми можемо розглядати г як різницю між народжуваністю і смертністю.

У логістичної моделі ми приймаємо наявність народжуваності, яка залежить і від чисельності потенційних батьків, і від кількості доступного ресурсу. Насправді, смертність теж повинна залежати від наявного ресурсу. Крім того, у різних видів ймовірність смерті протягом онтогенезу змінюється по-своєму, відображаючи особливості життєвого циклу (згадайте про <u>криві смертності Р. Перля<sup>17</sup></u>). Фактично, логістичну залежність можна отримати, прийнявши припущення про народжуваність, яка залежить тільки від чисельності потенційних батьків, і про смертність, яка залежить від доступного ресурсу. В даному випадку ми розглянемо нескладний і досить умовний варіант.

Припустимо, потенційне зростання популяції відповідає логістичної моделі, але на кожному кроці в популяції гинуть особини, що народилося певний час назад (наприклад, три кроки назад). Крім того, приймемо, що на початковому етапі з'являються новонароджені особини, які будуть вмирати тільки на четвертому кроці (табл. 3.2).

<sup>15</sup> batrachos.com//sites/default/files/pictures/Modelling/Growth\_with\_log.ods

<sup>16</sup> batrachos.com/Бессмертие\_популяций

<sup>17</sup> batrachos.com/Демографические\_таблицы\_пирамиды\_Кривые\_выживания

		Таблица 3.2. Порівняння логістичного зрос	тання без урахування смертності особин та з ії урахуванням
	Α	В	С
1			
2			
3	٥N	=1000	
4	P	=0,5	
5	K	=10000	
6	t	N (логістичний)	N (логістичний зі смертю на 4-му кроці)
7	0	1000 <mark>{=B3}</mark>	1000 <mark>{=B3}</mark>
8	1	1450 <mark>{=B7+B7*B\$4*(B\$5-B7)/B\$5}</mark>	1450 <mark>{=C7+C7*B\$4*(B\$5-C7)/B\$5}</mark>
9	2	2069,9 <mark>{=B8+B8*B\$4*(B\$5-B8)/B\$5}</mark>	2069,9 <mark>{=C8+C8*B\$4*(B\$5-C8)/B\$5}</mark>
10	3	2890,6 <mark>{=B9+B9*B\$4*(B\$5-B9)/B\$5}</mark>	1890,6 <mark>{=C9+C9*B\$4*(B\$5-C9)/B\$5-C7}</mark>
11	4	3918,1 <mark>{=B10+B10*B\$4*(B\$5-B10)/B\$5}</mark>	2207,2 <mark>{=C10+C10*B\$4*(B\$5-C10)/B\$5-C7*B\$4*(B\$5-C7)/B\$5}</mark>

D

У таблиці 3.2 розрахунки, що відповідають логістичному зростанню, перенесені в стовпець В (в LO Calc, як ви пам'ятаєте, досить виділити стовпець і перетягнути його). У стовпці С побудовано нову залежність.

В комірках 7-го рядка стоять ті ж самі формули і значення. Якби адресація в комірці В7 була абсолютною, формулу в ній можна було б просто «розтягнути» на комірку С7. А оскільки адресація в цій комірці відносна, формулу в ній можна скопіювати. Однак, зверніть увагу, що якщо ви просто скопіювали комірку **В7** і вставите її в **С7**, LO Calc перепише формулу (вона буде вказувати на осередок С5). Діяти треба інакше: виділити комірку В7, увійти в рядок формул, виділити формулу, скопіювати її в буфер (Cntr+C), вийти з режиму редагування формули за допомогою клавіш Enter або Esc, увійти в комірку **C7**, перейти в рядок формул, вставити потрібну формулу (Cntr+V) і вийти за допомогою клавіші Enter.

Тепер побудуємо потрібну залежність. Формули в осередках С8 і С9 аналогічні таким в В8 і В9. Їх потрібно не копіювати, а розтягувати (посилання на вхідні дані в цих комірках носять абсолютний характер, а звернення до попередніх кроків мають адресуватися до комірок в стовпці С, а не В). В комірці С10 з'являється новація: потрібно врахувати загибель особин, що з'явилися в комірці С7. Починаючи з комірки С11, з формул треба віднімати приріст, який додавався три кроки назад. Так, з чисельності особин у комірці **С11** треба відняти <mark>С7\*В\$4\*(В\$5-С7)/В\$5</mark>, тобто приріст в комірці **С8**. Потім формулу, яка вийшла в комірці C11, можна «розтягнути» на весь стовпець.

Дослідіть отриману модель (рис. 3.3). Ви можете переконатися, що якщо г є досить великим (наприклад, r=0,5) чисельність стабілізується на рівні, нижчому, ніж К. Якщо г є невеликим (наприклад, г=0,3), чисельність популяції спочатку зростає, а потім, з появою смертності, знижується.



Рис. 3.3. Ми врахували смертність особин після досягнення ними певного віку. Показана формула в комірці С11; при необхідності, <u>модель<sup>18</sup> є</u> доступною для скачування

Чи є адекватною така поведінка моделі? Цілком. Як уже сказано, сама логістична модель будується на припущенні про смертність, залежною від доступності ресурсу. «Навісивши» на популяцію ще один потужний фактор, що призводить до зростання смертності, ми її з великою ймовірністю губимо.

#### 3.3. Чисельність популяції не може бути від'ємною

Використовуємо тільки що отриману модель ще для одного експерименту (не цілком коректного з точки зору біології). Що буде, якщо г прийме від'ємне значення (наприклад, r =-0,1)? Біологічного сенсу тут небагато, оскільки від'ємне значення г може приймати в тому випадку, якщо в ньому вже враховується смертність, яку в даній моделі ми і так вже передбачили. Проте розглянемо і такий випадок. Результат показаний на рисунку 3.4.



Рис. 3.4. Чи може чисельність популяції бути від'ємною?

Модель, що не передбачає смерть особин через 4 роки, веде себе адекватно: її чисельність крок за кроком знижується (і рано чи пізно дійде до нуля). А в моделі з загибеллю чотирирічних особин чисельність популяції на певному етапі (наприклад, на 3-му кроці в показаному на рис. 3.4 варіанті) стає від'ємною (а потім знову на якийсь час стає позитивною)! Має це будь-якої біологічний сенс? Ймовірно, не має (в якомусь випадку ми можемо вкласти в від'ємну чисельність якийсь сенс, але, ймовірно, це не той випадок). Ймовірно, потрібно зробити так, щоб чисельність популяції в нашій моделі не могла приймати від'ємні значення.

Таким чином, ми виявили умови, за яких модель веде себе неадекватно. Ймовірно, її слід перебудувати, щоб привести її у кращу відповідність до дійсності.

Для вирішення цієї проблеми використовуємо одну з функцій LO Calc. До сих пір в формулах ми використовували дії. Крім того, ми можемо вводити в формули функції, вибираючи їх з досить великого набору. Функції мають назви, які набираються прописними буквами, а після назв в них завжди знаходяться круглі дужки, в яких можуть стояти необхідні дані. LO Calc і, наприклад, MO Excel мають сумісні набори функцій. Назви функцій можуть вводитися і показуватися на різних мовах. Наприклад, зараз ми обговорюємо функцію, яка на англійській мові називається IF. Російський варіант цієї назви — ЕСЛИ. При переході з однієї мови на іншу електронні таблиці самі будуть переводити назви функцій. У цьому посібнику ми будемо використовувати англійські назви (наприклад, тому, що при написанні формул зручно не перемикати мови при необхідності використовувати символи, присутні тільки в англійській розкладці, як, наприклад, \$). Для того, щоб вводити англійські назви функцій, треба включити їх в параметрах LO Calc. Пройдіть шляхом «Засоби / Параметри / LibreOffice Calc / Формули», і ви потрапите на діалог, показаний на рис. 3.5. Поставте «прапорець» на опції «Використовувати англійські назви функцій». До речі, на вкладці «Параметри мови» можна вибрати українську мову (на якій надаються наведені в цьому посібнику приклади), якщо в системі за замовчуванням встановлено якусь іншу мову.



Рис. 3.5. У цьому посібнику використовуються англійські назви функцій

#### Формат обговорюваної нами функції такий:

IF(умова;результат\_якщо\_умова\_виконується;результат\_якщо\_умова\_не\_виконується). Умовою може бути будь-який вираз, що використовує знаки =, >, <, > = (більше або дорівнює, не менше; ≥; ≥), <= (менше або дорівнює, не більше; ≤; ≤). Після першої точки з комою слід вказати, що функція вставить в комірку в разі якщо вираз є істинним, після другої — що повинно стояти в комірці, якщо вираз є хибним.

Так, в комірці **C8** стояло {=C7+C7\*B\$4\*(B\$5-C7)/B\$5}. Напишемо там {=IF((C7+C7\*B\$4\*(B\$5-C7)/B\$5)<0;0;C7+C7\*B\$4\*(B\$5-C7)/B\$5)}. Якщо результат обчислення для чисельності популяції виявиться від'ємним, ця функція підставить замість нього 0; в іншому випадку буде вставлений результат обчислень відповідно до початкової формули.

Забезпечимо подібним ускладненням всі рядки в розрахунках, — і результат обчислень ніколи не виявиться від'ємним. Щоб зробити це, треба вставити зазначену виправлену формулу в комірку **C8** і «розтягнути» її на комірку **C9**, а потім змінити (подібним чином) вирази в комірках **C10** і **C11**, і, нарешті, «розтягнути» комірку **C11** до кінця стовпчика.

На жаль, на цьому складності не закінчуються. Кількість особин, яке вмирає на кроці, імітованому в комірці **C11**, розраховується як {C7\*B\$4\*(B\$5-C7)/B\$5} — це приріст, який додався на кроці **C8**. Якщо величина г від'ємна, приріст в осередку **C8** теж від'ємний. Віднімаючи від'ємну величину, ми отримуємо позитивну. Після того, як чисельність популяції знизилася до 0, вона продовжує рости! Природно, це не відповідає біологічної суті імітованих явищ. Як бути? Вставити ще одну функцію IF в уже наявну! Наприклад, це можна зробити так. Вставимо в комірку **C11** вираз {=IF((C10+C10\*B\$4\*(B\$5-C10)/B\$5-C7\*B\$4\*(B\$5-C7)/B\$5)<0;0;IF(C7\*B\$4\*(B\$5-C7)/B\$5>0;C10+C10\*B\$4\*(B\$5-C10)/B\$5-C7\*B\$4\*(B\$5-C7)/B\$5)]. Його зміст такий: якщо чотири кроки назад чисельність модельної популяції збільшувалася, наявна чисельність скорочується на цю величину; якщо не збільшувалася — лишається без змін. Конструкція, яку ми використовували, мала такий вигляд:

IF(умова\_1;результат\_якщо\_умова\_1\_виконується;якщо\_умова\_1\_не\_виконується\_тоді\_IF(умова\_2;результат\_якщо\_умов а\_2\_виконується;результат\_якщо\_умова\_2\_не\_виконується)).

### 3.4. Округлення до цілих

Зверніть увагу, що в багатьох випадках результати обчислень представлені дробовими числами. Ця проблема складніша за попередню; справа в тому, що в ряді випадків дробові значення можуть мати сенс. Втім, для початку визначимо, як позбутися від нецілих значень.

По-перше, десяткові дроби можна просто не показувати. Це можна зробити, наприклад, за допомогою кнопки *«Вилучити десяткове місце*», яка разом з кнопкою *«Додати десяткове місце*» знаходиться на панелі інструментів за замовчуванням. Інший спосіб — можна натиснути правою клавішею миші на потрібній комірці, в контекстному меню вибрати «*Формат комірок …*», а там — першу вкладку, «*Числа*». У віконці «*Десяткові знаки*» можна вказати кількість знаків після коми. У той же самий діалогове вікно можна потрапити в результаті виконання команд «*Формат/Формат комірок…*». На жаль, використання кнопки «В*илучити десяткове місце*» часто призводить до помилки у показі результатів розрахунків; розглянемо таку ситуацію детальніше (рис. 3.6).

На рис. 3.6 «сходинками» показані послідовні етапи змін відображення певного результату обчислення. На першому кроці ми бачимо, як у комірці А1 відбивається результат обчислень за формулою {=1/3}. На наступному кроці можна впевнитися, що у контекстному меню «*Формат комірок… / Числа*» можна побачити, що цей результат є числовим, кількість десяткових знаків не зазначено, у комірці демонструється стільки цифр, скільки в неї вміститься, а в самому контекстному меню результат вказано з точністю до 15-го знаку. На третьому кроці користувач натиснув на кнопку «*Вилучити десяткове місце*», і в комірці опинилися символи ###, що свідчать про те, що результат обчислення не вміщується в наявні межі. Четвертий крок: «зменшення» кількості десяткових знаків призвело до того, що їх має вказуватися 14; звісно, такий результат не вміщується у комірку. П'ятий крок: кількість знаків зменшено до 3, і вони з запасом вміщуються у комірку.



Рис. 3.6. Шість етапів перебудов показу результату обчислень у комірці А1; пояснення у тексті

В описаних випадках йдеться не про округлення чисел, а просто про те, скільки знаків буде демонструватися. Якщо LO Calc при цьому не буде показувати десяткові розряди, він все одно буде враховувати їх при обчисленнях: вони нікуди не дінуться, вони просто стануть невидимими. Існує й інший шлях; нецілі значення можна округлити. Для цього можна використовувати команди ROUND(аргумент;кількість\_розрядів), ROUNDUP(аргумент;кількість\_розрядів) і

ROUNDDAWN(аргумент;кількість\_розрядів). ROUND(аргумент;кількість\_розрядів) округлює відповідно до прийнятих правил округлення (значення, менші, ніж 0,5 округлюються в нижню сторону, а більші, ніж 0,5 — в верхню), ROUNDUP(аргумент;кількість\_розрядів) округлює до верхнього значення, а ROUNDDAWN(аргумент;кількість\_розрядів) — до нижчого. Роботу цих команд можна показати на прикладі, наведеному в таблиці 3.3. Числа, які стоять в заголовках рядків, в кожному стовпці тут округлені командою, що стоїть в заголовку стовпця.

	Таблица 3.3	. Порівняння різних	функцій LO Calc, що	забезпечують округле	ння даних
Число	ROUND(число;2)	ROUND(число;0)	ROUND(число;)	ROUNDUP(число;)	ROUNDDOWN(число;)
1,345	1,35	1	1	2	1
1,5	1,50	2	2	2	1
1,666	1,67	2	2	2	1

Як ви можете побачити, якщо не вказувати кількість розрядів, аргумент буде заокруглений до цілих значень.

Отже, вказавши для всіх рядків нашої моделі округлення, ми отримаємо тільки цілі значення. Найкраще використовувати саме округлення за прийнятими правилами. Таке округлення надасть найменший вплив на кінцевий результат (округлення вниз буде його занижувати, а вгору — завищувати). Наведена в минулому підпункті формула для комірки **С11** буде в такому випадку виглядати так:

C11 {=ROUND(IF((C10+C10\*B\$4\*(B\$5-C10)/B\$5-C7\*B\$4\*(B\$5-C7)/B\$5)<0;0;IF(C7\*B\$4\*(B\$5-C7)/B\$5>0;C10+C10\*B\$4\*(B\$5-C10)/ B\$5-C7\*B\$4\*(B\$5-C7)/B\$5;C10+C10\*B\$4\*(B\$5-C10)/B\$5));)}.

### 3.5. Ймовірнісне округлення до цілих

Давайте тепер розглянемо ситуацію, коли дробові значення мають вагомий біологічний сенс. Наприклад, відомо, що проста відтворювальна народжуваність (кількість дітей на одну матір, при якому чисельність покоління дітей дорівнює чисельності покоління батьків) становить для високорозвинених країн 2,03, а для слаборозвинених — 2,2 (припустимо, що для України ця величина буде близька до 2,1). Якби у кожної матері (пари батьків) було рівно 2 нащадка (сумарний коефіцієнт народжуваності = 2), неминуча смертність привела б до того, що покоління дітей виявилося б менше, ніж покоління батьків.

А що означає сумарний коефіцієнт народжуваності 2,1? Матерів, які народжують одну десяту нащадка, на щастя, немає. Але така народжуваність буде характерна для випадку, коли в 9 сім'ях з 10 буде по 2 дитини, а в одній — 3 (21 дитина на 10 матерів). Округляючи таку величину за допомогою функцій **ROUND** і **ROUNDDAWN**, ми завжди отримаємо 2, а **ROUNDUP** — завжди отримаємо 3. А як зробити, щоб величина 2,1 округлялася до 2-х 9 разів з 10, а до 3-х - 1 раз з 10?

Для цього ми можемо скористатися функцією RAND(). Ця функція генерує випадкове число, що знаходиться між 0 і 1. До речі, функція RANDBETWEEN(нижча\_межа;верхня\_межа) задає діапазон, всередині якого має перебувати ціле випадкове число.

Для нас важливо те, що формула {= ROUNDDOWN(2,1+RAND();)} задає саме таку залежність, яка нам потрібна: в 9-ти випадках з 10-ти результат дорівнюватиме 2, а в 1-му — 3. При кожному перерахунку випадкове число буде приймати нове значення. У 9 випадках з 10 випадкова величина буде менше 0,9, і значення суми округлятиметься до 2; в 1 випадку з 10 значення випадкової величини буде перебувати між 0,9 і 1, і значення суми округлятиметься до 3. Запустити такі перерахунки можна, натискаючи клавішу **F9**.

Таким чином, функція, яку ми редагували, повинна виглядати так (до речі, вона показана у вікні формул на рис. 3.7; можливо, там вона виглядає менш страхітливо):

C11 {=ROUNDDOWN(IF((C10+C10\*B\$4\*(B\$5-C10)/B\$5-C7\*B\$4\*(B\$5-C7)/B\$5)<0;0;IF(C7\*B\$4\*(B\$5-C7)/ B\$5>0;C10+C10\*B\$4\*(B\$5-C10)/B\$5-C7\*B\$4\*(B\$5-C7)/B\$5;C10+C10\*B\$4\*(B\$5-C10)/B\$5))+RAND();)}. Якщо вас лякає зовнішній вигляд цієї функції, не біда; він і повинен здаватися громіздким і незрозумілим для людини, яка раніше не працювала з подібними виразами. Сенс курсу моделювання, крім іншого, в тому, щоб навчитися вибудовувати такі вирази, розуміти їх і навіть знаходити в них, при потребі, помилки.

Два варіанта логістичної залежності, побудовані з випадковим округленням, наведені в <u>цьому файлі<sup>19</sup></u>. Завантажте (а краще — самі побудуйте!) його і дослідіть, як змінюється підсумковий результат при кожному натисканні клавіші **F9** або виконанні команди «*Дані / Обчислити / Переобчислити*» (рис. 3.7).



Рис. 3.7. Результат ймовірнісного округлення логістичного зростання з урахуванням і без урахування смертності. Зверніть увагу: на відміну від попередніх моделей результат цього моделювання є ймовірнісним; при натисканні на клавішу F9 результати зміняться. Наприклад, те, що на певних кроках зростання зі смертністю випереджує звичайне логістичне зростання, є випадковим

### 3.6. Приклад отриманого при моделюванні артефакту

У наведеному на рис. 3.7. прикладі встановлена дуже низька початкова чисельність популяції (1). Оскільки приріст при таких умовах невисокий, багато шансів, що він округлятиметься до нульового значення. Згодом ситуація змінюється, і чисельність починає рости. Чим вище чисельність популяції, тим менше (відносно) вплив на її зростання процедури округлення (розумієте, чому так виходить?).

Однак, наприклад, «популяція», чисельність якої на протязі багатьох поколінь залишається рівною одиниці, в дійсності є неможливою. Випадковість впливає не тільки на кількість приплоду, а й на смертність дорослих особин. Стійкість модельної популяції з чисельністю в 1 особину є артефактом (тобто результатом дослідження, яке відображає не властивості досліджуваного процесу, а вплив використовуваної методики). Ви можете підібрати такі початкові параметри, що логістична модель призведе до необмеженого існування модельної популяції чисельністю у одну особину. Використовуваний нами алгоритм (відносно адекватний при одних умовах моделювання) привів до «виникнення» «популяції» з «безсмертної» особини.

Насправді, в даному випадку проявилася одна із загальних властивостей будь-яких моделей. Якщо модель задовільно відображає властивості системи-оригіналу в одних умовах, це не означає, що і в інших умовах модельні прогнози будуть відповідати дійсності. Вивчаючи простір станів моделі (сукупність значень вхідних параметрів) ми часто можемо побачити такі поєднання, при яких модель працює неадекватно. До речі, такий пошук часто допомагає зрозуміти щось нове не тільки про моделі, а й про систему-оригіналі (це відбувається при з'ясуванні, чому ж оригінал відрізняється від моделі).

Що робити в такому випадку? Один варіант — використовувати наявну модель тільки в тій частині простору її можливих станів, де вона адекватна. Другий варіант — ускладнювати модель, наближаючи її до дійсності.

# 4. Врахування демографічної структури популяцій

### 4.1. Нові можливості

Моделі, що описують експоненційне і логістичне зростання, які ми розглядали на минулому етапі, залишаються надзвичайно умовними, відірваними від дійсності. Фактично, ми адаптували аналітичні залежності до покрокового розрахунку за допомогою різницевих рівнянь (рівнянь, що вираховують різницю між значенням певної величини на попередньому та наступному кроках). Ми не використали в повному масштабі ключова перевагу імітаційних моделей — можливість послідовного моделювання різних процесів, що відбуваються в системі-оригіналі на кожному циклі її динаміки. Спробуємо виправити це упущення.

Для початку зробимо якомога простішу модель. Задамо в ній дві статі, три покоління і смертність в результаті конкуренції, коли чисельність перевищує ємність середовища (це не логістичне зростання, а експоненційне, який «обрізається» кожен раз, коли ємність середовища перевищує чисельність модельної популяції). Цю модель не слід вважати остаточною, але її створення дозволить нам розглянути деякі важливі принципи побудови імітаційних моделей.

При створенні цієї моделі використовуємо дві можливості, які ми ще не застосовували. По-перше, для тих комірок, у які ми вводили вхідні параметри, використовуємо імена. Це дозволить краще розуміти формули, які ми будемо вводити у комірки у зоні розрахунків.

Щоб привласнити комірці (або діапазону комірок) унікальне ім'я, треба розгорнути меню, що розташовано поруч з полем у лівому верхньому куті листа LO Calc, де вказується адреса комірки. Якщо ви оберете опцію «К*ерування назвами…*», ви ввійдете у діалог, де зможете задавати, змінювати та видаляти імена окремих комірок (рис. 4.1). Деякі сполучення символів використовувати в якості імені не можна (наприклад, ім'я не може збігатися з позначенням будьякої іншої комірки, тобто не може бути комбінація літери і номера). В іменах символів можна використовувати підкреслення ().

														generations.oo	ls - LibreOffice				
Фай	л Зміни	Пер	егляд	Файл	л Зміни	Пер	егляд	Встав	ка Фо	рмат	Стилі А	Аркуц	и Дані Засоби	Вікно Довідка	l.				
		- F	:		· P.	回.	4 :	Задати н	азву [		18	32	A B A	G C	y Abç 🖽 .				
	_		-	:		0.0					Керування назвами								
Ut	ountu Co	nder	▼ 1	Ub	untu Cor	nder	• ] [1	1 -	a	a	a ab	db	Назва	Ліапазон або фо	ому Область вил				
a0 n	F1		- 2				-12	. 7 -	-			-	a0_n_f1 \$Лист1.\$B\$9 Док						
Керування назвами							22			a0_n_m1	\$Лист1.\$В\$10	Документ							
К	K				А	Bauia ce	С	D	E	F	b_f3	\$ЛИСТ1.\$B\$12 \$ЛИСТ1.\$B\$13	Документ Локумент						
T	T (1-				тры	х поко.	лінь (1-	ro. 2-ro	і 3-го).	Якшочи	цо та т ТЬ ПОІ	ĸ	\$Лист1.\$В\$11	Документ					
a0 n	а0 р. т. ИЩ				місткіст	гь сере	довищ	а (К), в	онаскор	очуєть	ся до К. ч	исел	Т	\$Лист1.\$В\$14	Документ				
b F2			рчу	3	поко	лінь с	корочу	сться о	днако в	о. Після									
b_f3			opc	4	необхід	ності, і	ї скоро	ченні,	відбува	ється ро									
2	самців	кількіс	ть потс	5	самців	кількіс	ть пото	MKIB BI	изначає	ться кілі									
0	_b <sup>r</sup> 3для тр	ретього	о віку)	6	b', для тр	ретього	віку)	самиць	Якщо о	амців н	едостати	160, К							
/	ви зна	чаєтьс	якільк	7	визна	чаєтьс	я кільк	істюса	мців, як	кілы									
8	a of -			8		_		3	аплідни	ти один	Назва:								
9	"0"1=	19	1	9	°0 <b>U</b> 1=	19	4			<u>}</u>	Початк	кова і	-0 - 51						
10	"""=	10	<b>▲</b>	10	°0"""=	10	4			•	Початк	кова і	au_n_r1						
11	K=	760	<b>▲</b>	11	K=	760	4			•	Емніст	ь сер	Діапазон або формула:						
12	b'2=	2 _	<b>▲</b>	12	b'2=	2	٠			+	Плодю	чість	\$Лист1.\$В\$9						
13	b'3=	22	<b>▲</b>	13	$b_3^{f} =$	22	4				Плодю	чість	Область дії:						
14	T=	3	4	14	T=	3	4			•	Самеци	ь мо)							
15		1	Іочатк	15		1	очатк	ова чи	сельніс	ть у ци	клі	Зага	документ (гло	оально)					
16	Цикл	aUl	°n'2	16	Цикл	aUt1	ant <sup>2</sup>	aUt <sup>3</sup>	°n <sup>m</sup> 1	4N <sup>m</sup> 2	°n"3	۵	Параметри	діапазону					
17	0	19	0	17	0	19	0	0	10	0	0	2							
18	1	0	19	18	1	0	19	0	0	10	0	2	Додати	Видалити					
19	2	19	0	19	2	19	0	19	19	0	10	6							
20	3	209	19	20	3	209	19	0	209	19	0	4	Довідка	Гар	оазд Скас				
21	4	19	209	21	4	19	209	19	19	209	19	49							
22	5	418	19	22	5	418	19	209	418	19	209	12	92 246 11	123 246	11 123				

Рис. 4.1. Іменування комірок. Ліворуч показано, де треба викликати діалог «*Керування назвами…*». Праворуч — такий діалог для моделі, яку ми будемо зараз будувати

По-друге, в якості засобів управління використовуємо смуги прокрутки. Це один з різновидів елементів управління, передбачених електронними таблицями. Найпростіший спосіб вставити в файл смугу прокрутки — скопіювати її з того файлу, де вона вже є. Більш складний (але більш правильний) спосіб такий. Пройдіть по шляху « *Перегляд / Панелі інструментів*» і оберіть панель «*Елементи керування*». На аркуші LO Calc з'явиться ця панель. Перейдіть в режим розробки за допомогою кнопки, на якій написано «ОК»: «*Режим розробки*» (рис. 4.2). Вам стануть доступні елементи управління, серед яких можна вибрати смугу прокрутки (рис. 4.3). Вибравши її, окресліть якийсь простір на аркуші; LO Calc вставить туди цей елемент управління. Залежно від того, який простір ви окреслите для цього елементу, він буде горизонтальним або вертикальним.

gene Bixilo	ration: Aoni,	s.ods - Lil дка	breOff	lice Cali	•							00
(m) -	de :	Q ^	b¢ 🗐	• •	• E	· 🗖	· F. ·	1	n 👩 🕻	2 <mark>9</mark> E		
j=	1	<b>-</b>	E	% 0	.0	tt0	E.	3.	6 8	Режим розра	а () () 16ки	
К	L	M	N	0	Ρ	Q	R	5	т	U	v	
гь до цус а vcix	Ініт	аційна м рі	одель годілы	динам ностате	ikn yn Bmr o	исельнос praniamin	ri nony/ B	ляції				-

Рис. 4.2. Тут показано фрагмент налаштованої панелі інструментів LO Calc, у яку входить і панель «*Засоби керування*». Важливо слідкувати, у якому положенні знаходиться кнопка «*Режим розробки*», на якій зображено руку, що натискає надпис «ОК»

Þ.	0.	Q 45	(FF	• 1	・用	- 🛄 -				ΩDĒ	A	🗄 • 🔤	30
10	-	75 Im		%		۹: _:	T:	目.	1 10	8.	(e)	8 (1	) 1478 
												Смуга п	юкрут
		1 1		1.5.80	1			L a L	T U				

Рис. 4.3. Кнопка «*Режим розробки*» натиснута; тепер можна обрати смугу прокрутки, поставити її на лист LO Calc та налаштувати

Щоб налаштувати смугу прокрутки, виділіть її, залишаючись в режимі розробки. Стане активною кнопка «*Елемент керування*», на якій зображені перекреслені інструменти. Натиснувши її, ви потрапите в діалог «*Властивості: Смуга прокрутки*». На першій вкладці, «*Загальні*», можна налаштувати властивості смуги, в число яких входять розміри, положення, мінімальне і максимальне значення, що задаються за допомогою цієї смуги, крок зміни, її розміри тощо. На другій вкладці, «*Дані*», слід вказати ту комірку, значення в якій буде змінюватися за допомогою цієї смуги прокрутки. Після того, як властивості елементу керування налаштовані, вікно діалогу можна просто закрити: зміни будуть збережені. Зверніть увагу: смуга прокрутки запрацює лише тоді, коли ви вийдете з режиму розробки! Щоб змінити розташування смуги або її інші властивості, треба буде знову входити у режим розробки.

Як ви вже зрозуміли, в тій моделі, що ви будете зараз створювати, коміркам з початковими параметрами слід надати імена та зв'язати з ними смуги прокрутки, щоб змінювати значення цих параметрів найзручнішим образом (рис. 4.4).

Починаючи з цієї моделі, ми будемо дотримуватися стилю позначень, який можна назвати «рекомендованим» (в даному курсі), в усякому разі, для популяційно-екологічних моделей. Список позначень, які використовуються в таких моделях, <u>наведено тут<sup>20</sup></u>. Уся сукупність особин (її чисельність позначається заголовною літерою **N**) в таких моделях складається з окремих груп (їх чисельність позначається рядковими літерами **n** з необхідними позначками — верхніми та нижніми індексами). У моделях експоненційного та логістичного зростання, які ми робили раніше, для кожного циклу роботи моделі (рядку на листі LO Calc) характерна була якась певна чисельність модельної популяції. Ми переходимо до складніших моделей: в них на кожному циклі чисельність модельної популяції та окремих груп, що її складають, можуть зазнавати низку перетворень. Етапи цих перетворень ми будемо позначати за допомогою грецьких літер. Наприклад, на початку циклу в наступній моделі чисельність групи позначається літерою **a**, а у кінці, після скорочення — **w** ( «рух» від початкового стану до кінцевого символізують перша і остання літери грецького алфавіту). У більш складних моделях на певному циклі (який ми позначимо **t**) чисельність модельної популяції може проходити через етапи **°**t № <sup>6</sup>t М → <sup>¢</sup>t М → <sup>¢</sup>t N → <sup>c</sup>t N → … → <sup>w</sup>t N. Як ви бачите, верхній лівий індекс позначає етап розрахунків в циклі, а нижній лівій індекс — цикл.

<sup>20</sup> batrachos.com/Simulation\_Denotation

	generations.ods - LibreOffice Calc																				
Фай,	л Зміни	Пер	егляд	Встав	ка Фо	рмат С	тилі А	ркуш Д	ані За	асоби	Вікно	Довіді	ка								
	• 🖻 •	- 12	3	адати н	азву		8	🔏 🗗	-	<u>a</u>	<b>\$</b>	· @ -	🔍 A	bc ✔	-	•	- 🗖	•	-		
Ut	ountu Co	ndeı	• 1	1	a	a	<u>a</u> b	a <sub>b</sub> a	- =	<mark>] -</mark>	-		<b></b>	=	%	0.0	00. 0. 00 - 00.	-	-		
a0 n	f1		- 5	Σ =	19																
	A B C D E F G H I J K L M N O P Q R													S							
1	1 Популяція складається з особин двох статей (самиць та самців), що належать до																				
2	трьох поколінь (1-го, 2-го і 3-го). Я кщо чисельність по пуляції (N) перевищує Імітаційна модель динаміки чисельності популяції																				
3	місткість середовища (К), вона скорочується до К. Чисельність обох статей та усіх роздільностатевих організмів																				
4	поколінь скорочується однаково. Після порівняння чисельності з <b>К</b> та, при необхідності. Її скороченні, відбувається розмноження. У разі достатньої кідькості 350															· · · ·					
5	а необхідності, пі скороченні, відоувається розмноження. У разі достатньої кількості — 350 самців кількість потомків визначається кількістю та плодючістю (b <sup>i</sup> , для другого і																				
6	b <sup>f</sup> , для третього віку) самиць. Якщо самців недостатньо, кількість плодючих самиць																				
7																					
8	8 запліднити один самець (Т).																				
9	°0Ui	19	4			•	Початк	ова кільк	сість са	миць	1-го вік	y 150		$\Lambda \Pi$	$\Lambda$	$\Lambda$	ΛΛ	Λ.			
10	°°Uw <sup>1</sup> =	10	•			F	Початк	ова кільк	сість са	мців 1	-го вік	/									
11	K=	760	•	_		<b>F</b>	Ємніст	ь середов	вища			- 100			N -						
12	b <sup>r</sup> 2=	2	•			•	Плолю	чість сам	иць 2-	го віку		50									
13	b <sup>r</sup> _=	22	- -	-	1		Плолю	чість сам	инь 3-			0									
14	T=	3	4	-	<u> </u>	 ▶	Самеш	може за	плілни	ити	амиць	_ (	0 3	6	9	2 5	~~~	2 20	2		
15	· ·		Точатк	ова чи	сельніс	ТЬ V ЦИК	лi	Загалом		Чисель	ність г	ісля ск	ороченн	я		P	озмноже	ння			
16	Цикл	anf,	anf,	aUt <sup>1</sup>	۵ <b>۵</b> ۳,	°n <sup>m</sup> ,	۵ <b>۵</b> ۳,	αΝ	<sup>ω</sup> Π <sup>f</sup> ,	ω <b>υ</b> ξ <sup>5</sup>	۳ <mark>۵</mark> ړ	<sup>ω</sup> Π <sup>m</sup> ,	۳ <b>۵</b> ۳,	۳Um	۵NF	ωNM	ω <b>P</b> F2	ω <b>P</b> ₽	0		
17	0	19	0	0	10	0	0	29	19	0	0	10	0	0	0	0	0	0	0		
18	1	0	19	0	0	10	0	29	0	19	0	0	10	0	19	10	19	0	38		
19	2	19	0	19	19	0	10	67	19	0	19	19	0	10	19	10	0	19	418		
20	3	209	19	0	209	19	0	456	209	19	0	209	19	0	19	19	19	0	38		
21	4	19	209	19	19	209	19	494	19	209	19	19	209	19	228	228	209	19	836		

Рис. 4.4. Курсор стоїть на комірці В9; її ім'я можна побачити в полі в лівому верхньому куті. Значення початкових параметрів змінюються смугами прокрутки. Позначення відповідають рекомендованому стилю, що пояснюється у відповідному додатку

Модельна популяція в цілому складається з окремих груп; для їх позначення використовуються праві індекси. Верхній правий індекс слугує для позначення статі, генотипу або якійсь подібної характеристики особин, що утворюють цю групу, а нижній правий індекс — для позначення віку особин: <sup>α</sup>tn<sup>g</sup><sub>a</sub> → <sup>β</sup>tn<sup>g</sup><sub>a</sub> → <sup>γ</sup>tn<sup>g</sup><sub>a</sub> → <sup>δ</sup>tn<sup>g</sup><sub>a</sub> → <sup>ε</sup>tn<sup>g</sup><sub>a</sub> → ... → <sup>ω</sup>tn<sup>g</sup><sub>a</sub>. Зрозуміло, що, наприклад, <sup>α</sup>tN = Σ(<sup>α</sup>tn<sup>g</sup><sub>a</sub>).

В моделі, яку показано на рис. 4.4, початкова (тобто така, що відповідає нульовому циклу) чисельність самиць першого віку позначена як on<sup>f</sup>1, а самців, відповідно, on<sup>m</sup>1. Місткість середовища, як і в логістичній моделі, позначено як **К**. Для позначення плодючості самиць використовується літера **b** (від англійського *breed*). Індекси для позначення плодючості відповідають таким для чисельностей груп: b<sup>f</sup>2 для самиць другого віку і b<sup>f</sup>3 для самиць третього віку. Кількість самиць, яких за один сезон може запліднити один самець, позначено літерою **Т**. Вибір цієї літери досить довільний, що пов'язано з тим, що більшість літер латинської абетки зарезервовані за змінними, які будуть використовуватися у наступних моделях. Цей вибір пов'язаний з англійським словом, що позначає зраду, — *treason*; така асоціація поліпшить запам'ятовування обраного позначення.

### 4.2. Опис найпростішої моделі з трьома поколіннями

Отже, розглянемо структуру найпростішої моделі, що імітує динаміку популяції з трьох поколінь (рис. 4.4). Цю модель можна завантажити, хоча, звісно, її набагато корисніше зробити самостійно.

В інформаційному блоці дані короткі пояснення щодо роботи моделі.

У блоці для вхідних параметрів — 6 комірок, пояснення до яких видно на рис. 4.4. Їм привласнені імена (зверху донизу): a0\_n\_f1, a0\_n\_m1, K, b\_f2, b\_f3 і T.

Візуалізація вихідних даних представлена звичайним графіком, який ви вже вмієте будувати, а структуру поля для розрахунків ми зараз детально проаналізуємо. У стовпці **А** представлені цикли роботи моделі (що у дійсності можуть відповідати, наприклад, рокам). Перший рядок у зоні розрахунків — нульовий, **A17{<mark>0</mark>}. Друга комірка цього стовпця, A18**, як і усі наступні комірки («розтягнуті» з **A18**) містять найпростіший лічильник: **A18{=A17+1}**.

У стовпці **В** вказується чисельність самок першого року на початку циклу — «n<sup>f</sup>1. Формули в комірках такі: **B17**{=a0\_n\_f1}, **B18**{=ROUNDDOWN(S17/2+RAND();)}; всі наступні комірки цього стовпчика отримані з **B18** «розтягуванням». Сенс цієї формули простий. В комірці **S17** вказано кількість потомства, що з'явилося на попередньому кроці моделі. Половина цієї кількості — самиці. Округлення (важливе в тому випадку, якщо з'являється непарна кількість нащадків) носить ймовірнісний характер (як пояснювалося раніше).

У стовпці С вказується чисельність самиць другого віку на початку циклу — «tnf2. Формули в осередках такі: C17{0} (за умовами все особини на початку роботи моделі відносяться до першого віку), C18{=I17}; всі наступні комірки стовпчика отримані з C18 «розтягуванням». В комірці I17 вказується чисельність самиць першого віку, які лишилися після скорочення чисельності рік тому. Тепер вони досягли другого віку.

Аналогічні формули введені в стовпець D, де вказується чисельність самиць третього року— «tn<sup>f</sup>3. Формули в осередках такі: D17{0}, D18{0} (особини третього віку не встигають з'явитися і через рік), D19{=J18}; всі наступні комірки стовпчика отримані з D19 «розтягуванням». Пояснення цієї формули аналогічно попередньому випадку— це чисельність самиць попереднього віку роком раніше.

Формули в стовпці Е (нижче комірки Е17 з посиланням на один з початкових параметрів), де вказується чисельність самців першого року, «<sub>t</sub>п<sup>m</sup>ı, визначають число самців як різницю між загальною кількістю нащадків і числом самиць в їх складі; E18<mark>{=S17-B18}</mark>. Стовпець F аналогічний стовпцю C, а G — аналогічний D.

Рухаємося далі. У стовпці Н, ⁰N, розраховується загальна чисельність всіх особин; Н17{=SUM(B17:G17)}. Функцію SUM ми ще не розглядали, але її застосування є інтуїтивно зрозумілим і не потребує багатослівних пояснень.

У стовпчиках I — N чисельність всіх вікових класів перераховується після порівняння ⁰N і K. Їх позначення аналогічні таким для стовпців B — G, за тим винятком, що ми розглядаємо вже чисельність груп після скорочення (°n). Для перерахунку використовуються формули, аналогічні наступним:

I17{=ROUNDDOWN(IF(\$H17>K;B17\*K/\$H17;B17)+RAND();)}. У функції IF визначається, чи виконується умова H17>K, тобто перевищує сумарна чисельність особин місткість середовища. Якщо не перевищує, скорочення не проводиться. Якщо перевищує, чисельність всіх груп скорочується пропорційно, внаслідок множення на величину K/H17, тобто на різницю від ділення місткості середовища на наявну чисельність. Наприклад, якщо чисельність особин перевершує ємність середовища в два рази, то K/H17=1/2 і чисельність всіх груп особин зменшується вдвічі. Обчислена за допомогою функції IF величина піддається ймовірнісному округленню за допомогою функцій ROUNDDOWN і RAND, як це описувалося в пункті 3.5.

У стовпчиках **О** і **Р** відбувається обчислення загальної кількості статевозрілих самиць і самців, **wNF** і **wNM** відповідно. Формули є дуже простими: **O17**{=SUM(J17:K17)} і **P17**{=SUM(M17:N17)}, тобто в цих комірках складається чисельність статевозрілих самок і самців різного віку.

У стовпчиках **Q** і **R** обчислюється кількість пар з самицями другого і третього віку, **wPF2** і **wPF3** відповідно. Слід передбачити, що самців може не вистачити на всіх самиць, і обчислення необхідно проводити так: Q17{=IF(P17=0;0;ROUNDDOWN(IF(O17/P17>T;P17\*T\*J17/O17;J17);))}. Перша з функцій **IF** оберігає від ділення на 0, оскільки далі необхідно ділити чисельність самиць на чисельність самців. Якщо самців в популяції немає, то і пар немає. Якщо самці є, то треба визначити, чи достатня їх чисельність для того, щоб вони покрили всіх самиць. Якщо відношення числа самиць до числа самців менше величини **T**, то чисельність пар з самицями другого віку дорівнює чисельності самиць другого віку, а чисельність пар з самицями третього віку дорівнює чисельності самиць третього віку. Якщо самців бракує (треба сказати, що при передбачених в моделі умовах це може відбутися тільки на найпершому етапі, якщо задати надлишок самиць і недолік самців), то чисельність пар з самицями обох вікових груп скорочується пропорційно наявного кількості самців:

кількість\_самців\*Т\*кількість\_самиць\_відповідного\_віку/кількість\_самиць, або для самиць другого віку, Р17\*Т\*J17/О17.

Нарешті, в стовпці **S** обчислюється кількість потомства (позначимо його як **O**, від англійського *offspring*). Для цього до добутку кількості пар з самицями другого віку і плодючості самиць другого віку слід додати добутку кількості пар з

самицями третього віку і плодючості самиць третього віку: S17{=Q17\*b\_f2+R17\*b\_f3}. Після цього всі обчислення даного циклу закінчені, можна переходити до наступного циклу і виконувати ту ж послідовність дій знову.

#### 4.3. Аналіз отриманої моделі

Тепер є сенс задуматися про деякі аспекти отриманої моделі. Як видно по її скріну (рис. 4.4), при деяких поєднаннях значень вхідних величин в моделі виникають згасаючі «биття». Важливо зрозуміти, що є їх причиною. Які поєднання вхідних коефіцієнтів породжують ці «биття»? Чим відрізняються ситуації в їх мінімумах і максимумах? Чому протягом декількох перших років при показаннях на малюнку вхідних значеннях зростання модельної популяції було загальмованим, а потім вона зробила «ривок»?

Чи можна обчислити співвідношення, зміна якого викликає «биття» чисельності? Чи можна побудувати графік такої величини? Чи можна накласти графік такої величини на графік динаміки чисельності?

Які спрощення, прийняті при побудові даної моделі, були найважливішими? Ймовірно, саме серйозне спрощення (тісно пов'язане з причиною биття) полягає в тому, що смертність при перевищенні ємності середовища для всіх вікових класів виявлялася однаковою. Друге серйозне спрощення полягає в тому, що чисельність популяції зростає без будь-якого уповільнення, поки не досягає ємності середовища, а потім рік за роком різко зрізається на цьому рівні.

Виходячи зі сказаного, стає зрозумілим напрям подальшого ускладнення отриманої моделі і наближення її до дійсності. Треба ввести окремі показники смертності (і, можливо, конкурентоспроможності) для різних вікових класів (і, ймовірно, різної статі). Треба ускладнити механізм конкурентного скорочення чисельності.

Програма подальших дій починає вимальовуватися… Втім, перш за все, слід дати відповідь на поставлене питання: з якими процесами пов'язані затухаючі періодичні коливання чисельності популяції в побудованій нами моделі з трьома поколіннями.

Перш все, можна переконатися, що ці коливання виявляються тим сильніше, чим більшою буде різниця в плодючості між особинами другого і третього віку. Це можна встановити, просто розглядаючи, як відображаються на вихідному графіку зміни початкових параметрів. При рівній плодючості двох вікових груп чисельність популяції швидко встановлюється на певному рівні.

А з чим пов'язані коливання чисельності? З періодичною зміною співвідношення між поколіннями. Розглянемо докладніше, як візуалізувати ці зміни, тим більше, що це дасть можливість обговорити найпростіші прийоми редагування графіків. Введемо в одну з комірок збоку від зони обчислень формулу, яку видно на рис. 4.5. Над нею зробимо підпис, що пояснює, що саме ми обчислюємо. Виберемо для цієї комірки процентний формат даних (рис. 4.5).

		Life.ods - LibreOffice Calc																			
Файл	п Зміни	Пере	егляд	Встав	ка Фо	рмат С	тилі А	Аркуш Д	ані За	асоби	Вікно	Довід	ка								
E.	• 🖻 •	<b>-</b>	<u>Å</u> 3	Задати на	азву		8	<mark>%</mark> B		<u>a</u>	0	- 64 -	Q A	<b>5</b>	•	l • <u>I</u>	9 · 🗖	• [[]	=	UN (	Ω
Ub	untu Co	ndei	• 1	1 •	a	a	a ab	a <sub>b</sub>	· 🗉	•	•	]≡ :	<b>-</b>	-	%	0.0	00. 0.0	· E		•   ]>	<b>B</b>
U17			- 50	Σ =	= (B1	17+E17)	/\$H17														
	A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S													S	Т	U					
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10	<ul> <li>популяція складається з осорин двох статем (самиць), що належать до</li> <li>поколінь (1-го, 2-го і 3-го). Якщо чисельність популяції (N) перевищує</li> <li>місткість середовища (K), вона скорочується до К. Чисельність обох статей та усіх</li> <li>поколінь скорочується однаково. Після порівняння чисельності з Кта, при</li> <li>необхідності, її скорочується однаково. Після порівняння чисельності в Кта, при</li> <li>самиць кількість потомків визначається кількість салодочих самиць, яких може</li> <li>визначається кількістю самиців, яку помножено на кількість самиць, яких може</li> <li>аподучіний один самець (П).</li> <li>аподучіни один самець (П).</li> <li>початкова кількість самиць 1-го віку</li> <li>початкова кількість саміців 1-го віку</li> </ul>																				
11	K=	760	4			•	EMHICT	ь середов	вища			50									
12	0 <sub>2</sub> -	z _	•	1			Плодю	чість сам	иць 2-	го віку		0									
13	<b>D</b> <sub>3</sub> =	22 _	1				Плодю	ючість самиць 3-го віку O G G G J J J D D D													
14	1=	3	4			•	Самец	ь може за	плідні	ИТИ С	амиць	alene en			· · ·		, ,			-	
16	Iluxa	ant	aní	an!	anm	апа	anm	AULTIPE	"n'	"n'	wn!	UDIN CK	ирочени ирл	<sup>u</sup> n <sup>n</sup>	uNF	EINIM	#PF	wD€	0		1
17	цикл	10	0	0	10	0		20	10	0	"3	10	0	. 3	0	0	0	- 3	0	-	1-0 BIK
18	1	0	19	0	0	10	0	29	0	19	0	0	10	0	19	10	19	0	38		100 /0
19	2	19	0	19	19	0	10	67	19	0	19	19	0	10	19	10	0	19	418	-	
20	3	209	19	0	209	19	0	456	209	19	0	209	19	0	19	19	19	0	38		
21	4	19	209	19	19	209	19	494	19	209	19	19	209	19	228	228	209	19	836		
22	5	418	19	209	418	19	209	1292	246	11	123	245	11	122	134	133	11	123	2728		

Рис. 4.5. Починаємо додавати до моделі елементи, що призначені для аналізу її динаміки. Зверніть увагу на формулу в комірці U17

«Розтягнемо» додані нами комірку з формулою і комірку з заголовком (**U16** і **U17**) на дві комірки вправо. LO Calc сам зрозуміє, що в нових комірках з підписами треба замінити одиницю на двійку і трійку! Потім «розтягнемо» комірки з підписами униз (до кінця моделі або на її початкову частину, протягом якої найсильніше проявляються биття). Відобразимо отримані дані на графіку. Результат показаний на рис. 4.6.



Рис. 4.6. Додано графік, що дозволяє проаналізувати динаміку співвідношення поколінь. Для економії місця його розташовано над зоною розрахунків

Причиною «биття» є коливання співвідношення між поколіннями! Коли більш численне покоління переходить у третій вік, це призводить до стрибка чисельності потомства, різкого скорочення чисельності особин усіх віків та формуванню менш численного покоління. Коли воно почне розмножуватися, у модельній популяції зможе лишитися більша кількість потомства; так сформується більш численне покоління... Зазначені циклічні коливання співвідношення поколінь й породжують згасаючі циклічні «биття» чисельності популяції. Згодом чисельність стабілізується, але будьяке збурення (наприклад, суттєва зміна чисельності популяції в результаті якогось впливу) знову породить «биття» чисельності, які в стабільних умовах з часом згасатимуть.

Цікавий спосіб представлення тих же результатів показано на рис. 4.7. Дані стовпчика, що описує частку молодих особин, відкладені по осі ординат, а дані про частки трирічних — на осі ординат. Ламана крива описує траєкторію системи в показаному фазовому просторі. Найперша точка — в нижньому правому куті наведеного графіка (100% молодих). Наступна — на початку координат (всі особини — дворічки). На третьому році співвідношення поколінь <sup>50%</sup>/<sub>50%</sub> (особини першого покоління залишили потомство, і на кожну пару батьків довелося, відповідно до показаних на рис. 4.4 параметрів, по двоє нащадків). Побудуйте такий графік самостійно!



Рис. 4.7. Траєкторія модельної популяції в фазовому просторі. З кожним кроком модельна система переміщається з одного кута цієї ламаної лінії в наступний. Початок — у правому нижньому кутку

Наскільки реалістичним є припущення, що особини різного віку в рівній мірі вичерпують ресурси середовища і мають рівні шанси на виживання в разі конкурентного скорочення чисельності? Швидше за все, це дуже грубе наближення. Досвід катастроф, пов'язаних з нестачею ресурсів (і в популяціях людини, і в популяціях інших видів) свідчать, що деякі групи населення виявляються особливо вразливими. Співвідношення статей і вікових груп у популяції, що пройшла через «голодне» скорочення чисельності, сильно зсувається, в порівнянні з вихідною.

### 4.4. Логіка побудови імітаційної моделі

Спираючись на модель, показану на рис. 4.4, ми можемо обговорити ще одну навчальну проблему. Як будується модель? Спочатку автор моделі розділяє процес, який він вивчає, на певні кроки. Більшість моделей в цьому курсі працюють, багато разів повторюючи певний цикл (наприклад, такий, що відповідає року або ж певному поколінню). Події, що відбуваються на кожному циклі, можна розділити на певні етапи. Наприклад, етапи, що розглядає наша модель — розрахунок α-чисельності на кожному циклі, визначення ω-чисельності (зі скороченням у разі перевищення ємності середовища), утворення пар та розмноження. Що, наприклад, впливає на α-чисельність, визначає її значення? Для першого циклу у моделі (його можна вважати нульовим) — початкова чисельність, що задається серед початкових параметрів. Для усіх наступних циклів α-чисельність залежить від ω-чисельності та результату розмноження на попередньому етапі. Сукупність таких зв'язків умовно показано на рис. 4.8.

Для розрахунків, що входять у систему перетворень, необхідно визначити початкові параметри. Результатом розрахунків буде певний вихідний результат, наприклад, динаміка певного показника. Інтегральним показником, динаміка якого демонструється на графіку на рис. 4.4, є чисельність статевозрілих особин.

Якщо ми визначимо, за якими формулами розраховуються усі проміжні та прикінцеві значення, ми створимо концептуально модель. Цю модель можна реалізувати на різній основі (можна, навіть, на сукупності папірців, на яких записувати розраховані значення, або, навпаки, на одному великому листі паперу). Звісно, краще робити це на комп'ютері з використанням певного програмного забезпечення. Як ви розумієте, в цьому курсі ми використовуємо LO Calc.

Як ми це робили? Виділили на листі LO Calc зону для розміщення вхідних параметрів, зону розрахунків та зону виводу результатів. У зоні розрахунків крок за кроком приписали перший (нульовий, за нашою нумерацією) цикл. За результатами цього циклу почали наступний. Логічно розміщувати цикли в рядках, а певні показники, що розраховуються на кожному циклі — у стовпчиках. Нульовий рядок можна «розтягнути» на перший; відмінність між ними стосується лише того, як розраховується α-чисельність. Перший рядок, у такому разі, можна «розтягнути» на усі останні.


Рис. 4.8. Залежності змінних у моделі показані на цій схемі стрілками. Якщо ми вкажемо формули, що визначають ці залежності, ми отримаємо концептуальну модель. Її можна реалізувати на різній програмній основі

Засоби демонстрації вихідних результатів можуть брати те, що на рис. 4.8 названо інтегральними показниками, з самих розрахунків чи з особливого, окремого блоку (як це зроблено, наприклад, на рис. 4.6). За необхідності, крім динаміки можна вивести необхідний показник, що дозволить порівнювати різні прогони моделі (наприклад, чисельність популяції наприкінці 100-го циклу).

У вас не виникає відчуття дива? Ми розмістили на листі електронних таблиць певну кількість комірок, зв'язали їх нескладними формулами. Рутинна робота, але внаслідок її виконання модель «ожила». Можна змінювати початкові параметри та спостерігати, як буде змінюватися поведінка моделі. У певних випадках ці зміни будуть прогнозованими, інтуїтивно зрозумілими, у інших— навпаки, контрінтуїтивними.

У будь-якому разі, виконання такої роботи на крок наближає до розуміння поведінки моделей-оригіналів, до розуміння дійсності, яку повністю не може відбити ніяка модель.

### 4.5. Модель з відмінностями груп особин за виживаністю

Спробуємо зробити нашу модель більш реалістичною. У попередньому розглянутому нами варіанті смертність залежить від чисельності популяції (і є однаковою для всіх вікових категорій), а народжуваність — не залежить. Спробуємо реалізувати інший варіант: той, в якому смертність не пов'язана з чисельністю популяції (але відрізняється для різних вікових груп і статей), а народжуваність — залежить.

Зверніть увагу: задавати смертність (або зворотний їй величину — виживаність) можна по-різному. Ми будемо використовувати наступний варіант. Смертність 0,2 означає, що на кожному кроці гине 20% особин. Такий смертності аналогічне виживання (s, від *survival*) 0,8. У наборі параметрів, який ми будемо використовувати, задається саме виживання, а не смертність.

Перебудуйте попередню модель наступним чином. У число вхідних даних моделі введіть показники виживаності для кожної з шести розглянутих груп. Так, s<sup>f</sup>1— це частка самиць першого віку (потомства на попередньому кроці моделі),

які збережуться після скорочення чисельності. Аналогічно слід визначити s<sup>f</sup>2, s<sup>f</sup>3, s<sup>m</sup>1, s<sup>m</sup>2 і s<sup>m</sup>3. Вам доведеться додати комірки для цих початкових параметрів та надати новим параметрам імена.

На жаль, смуга прокрутки не дозволяє задавати дробові значення. У вас є два виходи. Ви можете використовувати просто комірки, значення в яких будуть редагуватися вручну, як в попередніх моделях. Втім, можна зробити й інакше: за допомогою смуги прокрутки змінювати ціле число (комірку з цим числом можна заховати під саму смугу), а зчитувати значення виживаності з комірки, в якій число, задане за допомогою смуги прокрутки, буде зменшуватися, припустимо, в 100 раз.

Самостійно визначте, які значення виживаності (і, що ще важливіше — які співвідношення між виживаностями представників різних груп) можна вважати правдоподібними.

Чисельність представників всіх груп після скорочення (<sup>w</sup>n<sup>f</sup><sub>1</sub>, <sup>w</sup>n<sup>f</sup><sub>2</sub>, <sup>w</sup>n<sup>f</sup><sub>3</sub>, <sup>w</sup>n<sup>m</sup><sub>1</sub>, <sup>w</sup>n<sup>m</sup><sub>2</sub>, <sup>w</sup>n<sup>m</sup><sub>3</sub>) слід обчислювати за таким прикладом: <sup>w</sup>n<sup>f</sup><sub>1</sub> = <sup>a</sup>n<sup>f</sup><sub>1</sub> × s<sup>f</sup><sub>1</sub>. Щоб ця чисельність не опинилася нецілою, можна використовувати ймовірнісне округлення. З цього моменту засвоєння курсу моделювання ми почнемо використовувати комбіновану форму записи формул: ми будемо поєднувати символьні позначення змінних з функціями LO Calc. У такому разі можна запропонувати такий варіант: <sup>w</sup>n<sup>f</sup><sub>1</sub>=ROUNDDOWN(<sup>a</sup>n<sup>f</sup><sub>1</sub>\*s<sup>f</sup><sub>1</sub>+RAND();).

У попередній версії моделі загальна чисельність особин (<sup>®</sup>N) обчислювалася до скорочення чисельності (так як ця величина використовувалася при самому скороченні). В цій версії необхідно буде розраховувати <sup>®</sup>N, і, таким чином, вам доведеться додати новий стовпчик (при цьому чи вилучити стовпчик з розрахунком <sup>®</sup>N, чи залишити — справа вашого смаку). Зрозуміло, що <sup>®</sup>N=Σ(<sup>®</sup>n<sup>9</sup><sub>a</sub>), тобто <sup>®</sup>N=<sup>®</sup>n<sup>f</sup><sub>1</sub>+<sup>®</sup>n<sup>f</sup><sub>2</sub>+<sup>®</sup>n<sup>m</sup><sub>1</sub>+<sup>®</sup>n<sup>m</sup><sub>2</sub>+<sup>®</sup>n<sup>m</sup><sub>3</sub>.

Способи обчислення "N<sup>F</sup> і "N<sup>M</sup>, тобто загальної кількості статевозрілих самців і самиць після скорочення чисельності, а також "P<sup>F</sup>2 і "P<sup>F</sup>3, тобто чисельності пар з самицями другого і третього віку можна не змінювати. Залишилося зрозуміти, як слід обчислювати кількість нащадків.

У даній моделі реалізуємо найпростіший (і досить далекий від дійсності) варіант. Якщо наявна кількість особин в сумі з приплодом не досягає К, має зберігатися весь приплід. Якщо перевищує — приплід має скорочуватися так, щоб сумарна чисельність сягала К. Зробити це можна за допомогою наступної формули, написаної в комбінованій формі: O=ROUNDDOWN(IF((<sup>w</sup>N+<sup>w</sup>P<sup>F</sup><sub>2</sub>\*b<sup>f</sup><sub>2</sub>+<sup>w</sup>P<sup>F</sup><sub>3</sub>\*b<sup>f</sup><sub>3</sub>)<K;<sup>w</sup>P<sup>F</sup><sub>2</sub>\*b<sup>f</sup><sub>2</sub>+<sup>w</sup>P<sup>F</sup><sub>3</sub>\*b<sup>f</sup><sub>3</sub>;K-<sup>w</sup>N)+RAND();).

Можна переконатися, що популяція в такій моделі досить швидко досягає постійної чисельності та сталого співвідношення вікових груп. Але це не означає, що така модель не потребує вдосконалення. Опис її подальших перебудов дається надалі.

# 5. Імітація обмеження доступної кількості ресурсів

### 5.1. Модель з обмеженням розмноження особин при нестачі ресурсів

На даному етапі роботи с моделлю, описаною на попередніх сторінках, її пропонується перебудувати, враховуючи різне споживання ресурсів представниками різних статевовікових груп. Правда ж, не буває так, щоб новонароджена дитина вимагала стільки ж ресурсів, скільки доросла самиця (жінка) або дорослий самець (чоловік)?

Якщо особини в популяції відрізняються одна від одної за потрібною для них кількістю ресурсів, нам доведеться інакше задавати обмеження, які середовище накладає на зростання чисельності популяції. Ми будемо задавати це обмеження не через місткість середовища K, задану так, що загальна чисельність особин після скорочення чисельності <sup>∞</sup>N не повинна перевищувати K (тобто <sup>∞</sup>N≤K), а як забезпеченість ресурсами V (*volume*). У такому випадку (відповідно до прийнятих нами правил) нам знадобиться ще два позначення. Використовуємо букву D (*demand*) для позначення потреби в ресурсах, а букву U (*use*) – для позначення спожитої кількості ресурсів. Швидше за все, для новонароджених самиць і самців потреба в ресурсах має бути однаковою: d<sup>f</sup>₀=d<sup>m</sup>₀; а крім цих величин, доведеться задати ще й d<sup>f</sup>₁, d<sup>f</sup>₂ тощо. Потреба в ресурсах може обчислюватися для чисельності модельної популяції на різних етапах: для <sup>e</sup>N або для <sup>∞</sup>N; відповідно до цього можна обчислювати <sup>e</sup>D або <sup>∞</sup>D.

Розглянемо два варіанти таких обмежень кількості доступних ресурсів. Для початку побудуємо **модель з обмеженням розмноження особин при нестачі ресурсів**. Будемо вважати, що на світ з'явиться стільки особин, на скільки вистачить вільних ресурсів. При цьому розмноження буде відбуватися тільки в тому випадку, якщо збільшення потреби в ресурсах внаслідок дорослішання наявних особин НЕ буде перекривати ефект від загибелі частини особин внаслідок неповної виживаності.

Припустимо, в нашій моделі початкова чисельність популяції буде позначена як **№**, альфа-чисельність. Після скорочення альфа-чисельності, викликаного різною виживаністю особин різних груп, ми перейдемо до **№**, омегачисельності. Якщо оселище забезпечує усю потрібну кількість ресурсів для популяції (тобто **ФС≤V**), то споживання популяції відповідає її потребам (**ФС=U**). Якщо потреби популяції перевищують забезпеченість ресурсами, вона стикається з певними обмеженнями.

При визначенні чисельності нащадків на кожному кроці моделі розглянемо наступні три випадки:

•<sup>∞</sup>D≥V, тобто потреба в ресурсах вже наявних особин перевершує кількість ресурсів у середовищі. Приплоду немає.

•<sup>•</sup>D<V, но (<sup>•</sup>D+n<sup>f</sup><sub>0</sub>\*d<sup>f</sup><sub>0</sub>+n<sup>•</sup><sub>0</sub>\*d<sup>•</sup><sub>0</sub>)>V, тобто для наявних особин ресурсів достатньо, але якщо до наявних особин додати все можливе потомство, ресурсів не вистачатиме. У цьому випадку кількість потомства визначається як (V-<sup>•</sup>D)/d<sup>f</sup><sub>0</sub>.

•(<sup>∞</sup>D+n<sup>f</sup>₀\*d<sup>f</sup>₀+n<sup>m</sup>₀\*d<sup>m</sup>₀)≤V, тобто ресурсів вистачає і для наявних особин, і для всіх їх можливих нащадків. В такому випадку приплід визначається кількістю потенційних батьків і їх плодючістю.

Побудуйте таку модель і дослідіть її динаміку при різних значеннях вихідних параметрів. У чому ця модель краща, а в чому — гірша в порівнянні з попередньою?

## 5.2. Модель з конкурентним скороченням чисельності при нестачі ресурсів

Якщо ви побудували описану на попередньому кроці модель, зробіть ще один крок, і побудуйте **модель з** конкурентним скороченням чисельності при нестачі ресурсів. Для імітації такого скорочення чисельності можна застосувати <u>алгоритм, використаний в роботі М. О. Кравченко<sup>21</sup></u>. Наведемо цей алгоритм в злегка зміненому вигляді, що враховує систему позначень, яку ми використовуємо в даному посібнику.

Ми розглядаємо популяцію або ГПС, геміклональну популяційну систему гібридогенного комплексу зелених жаб, як в роботі Кравченко, а може бути — гільдію, тобто сукупність різних популяцій, що використовують один і той же ресурс. У розглянутій сукупності представлені особини, що відносяться до різних форм, позначених **g** (*genotypes*). У

<sup>21</sup> batrachos.com/Кравченко\_Автореферат#Algoritm

попередньому прикладі форм дві: самиці (**F**) і самці (**M**), але, строго кажучи, їх може бути скільки завгодно; якщо їх кількість дорівнює **k**, різні генотипи — це **g**<sup>1</sup>, **g**<sup>2</sup>, **g**<sup>3</sup> ... **g**<sup>k</sup>. Ці генотипи можуть належати до одного виду, як самиці та самці, або до різних видів, або до батьківських видів гібридогенного комплексу та до їх різноманітних гібридів. Представники кожного генотипу можуть бути представлені різними віковими групами. Якщо у системі, яку ми розглядаємо, представлено **тах\_а** вікових груп, починаючи з нульової (новонароджених), то генотип **g**<sup>9</sup> може бути представлений наступними віковими групами: **g**<sup>9</sup>0, **g**<sup>9</sup>1, **g**<sup>9</sup>2... **g**<sup>9</sup><sub>тах.</sub>а.

Особливістю даного алгоритму є те, що смертність в ньому розділена на дві групи: неконкурентна смертність і конкурентна смертність. Мірою, що визначає неконкурентну смертність, є виживаність (s). Неконкурентна смертність не залежить від кількості ресурсів; конкурентна має місце тільки в тому випадку, коли спостерігається нестача ресурсів. Логічно неконкурентну смертність імітувати до того, як імітувати конкурентну смертність.

Для обговорюваного алгоритму серед інших початкових параметрів слід задавати значення виживаності для всіх груп: s<sup>9</sup>0, s<sup>9</sup>1, s<sup>9</sup>2 ... s<sup>9</sup>max.a. Це можна зробити двома різними способами: таблицею та функцією. Перший шлях полягає в тому, щоб перерахувати кожне з значень s<sup>9</sup>a і вказати у відповідному віконці моделі відповідну величину (в навчальній моделі, яку будуть робити студенти, найпростіше зробити саме так). Другий підхід полягає в тому, щоб задати певну функцію, що описує, як змінюється виживання представників кожного генотипу з віком. Конкретні значення s<sup>9</sup>a будуть при цьому обчислюватися на підставі значення цієї функції.

Перетворення, які відбуваються з кожною групою особин **g**<sup>9</sup><sub>a</sub>, можна описати як перехід по ланцюжку станів <sup>е</sup>∩<sup>9</sup><sub>a</sub> → <sup>β</sup>∩<sup>9</sup><sub>a</sub> → <sup>ω</sup>∩<sup>9</sup><sub>a</sub>. Приймемо, що альфа-чисельність — це чисельність на початку циклу, бета-чисельність — чисельність після неконкурентної смертності, а омега-чисельність — чисельність після конкурентного скорочення чисельності.

Отже, на початку кожного циклу чисельність кожної групи становить «nºa. На початку циклу t початкова чисельність «tnºa визначається остаточної чисельністю попереднього віку на циклі t-1: «tnºa="ten"a". У тому випадку, коли мова йде про потомство, що з'явилося на попередньому циклі роботи моделі (O), можна прийняти, що чисельність самиць і самців першого року життя приблизно дорівнює половині від загальної чисельності потомства минулого року. Обчислювати їх можна так: спочатку визначити чисельність самиць, а потім в залежності від неї визначити і чисельність самців: «tn<sup>f</sup>1~1/2\*t10, а також «tn<sup>f</sup>1=t10 - «tn<sup>f</sup>1.

Потім імітується неконкурентна смертність, яка залежить від виживаності: <sup>β</sup>t**n<sup>g</sup>a =** <sup>a</sup>t**n<sup>g</sup>a \* s<sup>g</sup>a**.

На наступному кроці імітується конкурентне скорочення чисельності  ${}^{\beta}_{t} \mathbf{n}^{\mathbf{f}}_{1} \rightarrow {}^{\omega}_{t} \mathbf{n}^{\mathbf{f}}_{1}$ . Звісно, найскладнішою частиною цієї моделі є алгоритм конкурентної смертності, обчислення омега-чисельності. Для того, щоб спростити розрахунки, ми можемо обчислювати проміжні величини: квотовані за конкурентоспроможністю чисельності всіх груп. Позначимо їх як дельта-чисельності, і задамо, що  ${}^{\nu}_{t} \mathbf{n}^{\mathbf{f}}_{1} = {}^{\beta}_{t} \mathbf{n}^{g}_{a} * c^{g}_{a}$ . Крім того, для подальших обчислень нам будуть потрібні ще дві величини, які необхідно розрахувати: сумарна потреба в ресурсах усіх особин до скорочення чисельності,  ${}^{\beta}D = \Sigma({}^{\beta}_{t}\mathbf{n}^{g}_{a} * d^{g}_{a})$ , і сумарна потреба в ресурсах, що відповідає чисельності всіх квотованих груп,  ${}^{\nu}D = \Sigma({}^{\mu}_{t}\mathbf{n}^{g}_{a} * c^{g}_{a} * d^{g}_{a})$ .

Після обчислення цих величин ми можемо встановити, за яким сценарієм буде проходити конкурентне скорочення чисельності. Позначимо сценарій як **W** (*way*— шлях, спосіб).

I сценарій: <sup>β</sup>D≤V; ресурсів всім вистачає, конкурентне скорочення чисельності не проводиться: <sup>ω</sup>n<sup>g</sup><sub>a</sub> = <sup>β</sup>n<sup>g</sup><sub>a</sub>.

II сценарій: <sup>в</sup>D>V і <sup>v</sup>D≥V; ресурсів не вистачає навіть після квотованого скорочення; в цьому випадку квотувану чисельність слід ще скоротити пропорційно V/vD: "n<sup>9</sup>a = <sup>v</sup>n<sup>9</sup>a \* V/vD. У разі, якщо після квотованого скорочення потреба усієї сукупності особин як раз дорівнює наявній кількості ресурсів, також можна застосовувати це формули (просто V/vD=1).

III сценарій: <sup>в</sup>D>V і <sup>v</sup>D<V; ресурсів не вистачає для всіх, але більше, ніж потрібно квотованим групам; в цьому випадку <sup>∞</sup>n<sup>g</sup>a = <sup>β</sup>n<sup>g</sup>a - (<sup>β</sup>n<sup>g</sup>a - <sup>v</sup>n<sup>g</sup>a) **\*** (<sup>в</sup>D-V)/(<sup>в</sup>D-<sup>v</sup>D). Один з можливих варіантів розміщення такої моделі на аркуші LibreOffice Calc показаний на рис. 5.1. Чи треба копіювати цей варіант розміщення? Ні. Але моделі слід роботи так, щоб можна було зрозуміти, як вони побудовані. Не копіюйте цей варіант, зробіть краще!

Competitions_dep.ods - LibreOffice Calc	886
	🤪 🗐 🔓 📰 • 🗐
Ubuntu Conder 🔹 11 🔹 a a a a a a a a a a a a a a a a a a	
W26 ▼ ∰ ∑ = =IF(\$V26=1;H26;0)+IF(\$V26=2;N26 <sup>+</sup> V_\$U26;0)+IF(\$V26=3;H26-(H26-N26)*(\$T26-V_)/(\$T26-\$U26);0)	
	AD AE AF AG AH
2 нестачі ресурсів). У модельній популяції є гурии самиць (11) та самиць (11); і ті, й інші перецтавлені трьома віковими групами. Для кожної в шести груп (2 crait та 3 вікові групи) задається з виковими групами. Для кожної обох статей (*nº, 1*, nº*, 1), оступна кількість ресурсія (4). До понаткових параметрів входять початкова кількість собяни обох статей (*nº, 1*, nº*, 1), оступна кількість ресурсія (4). До понаткових параметрів входять початкова кількість симиць (11). Для кожного циккум полідовно розраховуються початкова кількість симиць, яких може запідняти один самець (1). Для кожного циккум полідовно розраховуються початкова кількість очисельність (*n), чисельність після конкурентного скорочення (*n), квотована за конкурентного чи скороченого полуляціко (*U). На підставі 5 чисельність (*n), чи вірно проведене конкурентне скорочення, розраховується рівниця вік назеною кількістю ресурсів та то викорихстанням скороченою полуляціко (*U). На підставі 7 чисельність потомства (0). На графіку демонструється чисельність пара конкурентно скорочення (*n). Для статевото піки ци налечать до другого або третього віку самиць та самців.	Модель з конкурентним ороченням чисельності при нестачі ресурсів
9 Линаміка чисельності статевозоїлих сам	миь та самиів
10     1 </td <td></td>	
13 I=3 . IF Mandel Che Campanya and Annual A	
10     5 <sup>a</sup> €,99 ·	
23 24. Поизтирев инсельність и ник лі. Наконкулентив сколонанив. Кертевни инсельності гонп. Конкулентив сколонанив инсельності	Розмиожения
	aNF aNa apr apr 0
26 0 10 0 0 10 0 0 9 0 0 7 0 0 54 0 0 49 0 0 64 412 1 9 0 0 7 0 0 36	0 0 0 0 0
26         0         10         0         0         0         9         0         7         0         0         5,4         0         0         4,3         0         0         64         41,2         1         9         0         0         7         0         0         336           27         1         0         9         0         7         0         0         5,04         0         0         3,35         0         75,6         55,44         1         0         72         0         0         324,4	0 0 0 0 0 0 7,2 4,2 7 0 21

конкурентне скорочення чисельності

Природно, найменш інтуїтивно зрозумілим є третій сценарій. Щоб його зрозуміти, треба врахувати наступне. (**βD-V**)/(**βD-γD**) — це відношення нестачі ресурсів для нескороченої чисельності до різниці в потреби в ресурсах між нескороченою (**β**) і квотованою (**γ**) чисельністю. Наприклад, бета-чисельність (нескорочена) потребує 500 одиниць ресурсу, гамма-чисельність (квотована) — 200 одиниць. Всього в наявності 400. Нестача ресурсів для бета-чисельності — 100 одиниць, різниця в потребах бета- і гамма-чисельностей — 300 одиниць. Відношення **(βD-V)/(βD-γD)** дорівнює 1/3. Значить, з бета-чисельності треба відняти третину різниці між бета- і гамма-чисельністю: 500 - 300/3 = 400.

Таке скорочення чисельності задовольняє двом умовам.

1) чисельність до скорочення знижується до величини, яка відповідає забезпеченості ресурсами;

2) чисельність кожної групи до конкурентного скорочення **βnga** знижується до такої чисельності після конкурентного скорочення **ωnga**, що в кожній групі частка особин, які зберіглися після конкурентного скорочення, пропорційна конкурентоспроможності представників цієї групи: **ωnga/βnga~cga**. Після виконання цього алгоритму корисно обчислити остаточне споживання ресурсів: **ωU = Σ(ωnga \* dga)**. Якщо **ωU** відповідає **V**, то скорочення проведено правильно. Треба підкреслити, що відповідність **ωU** і **V** буде точним лише у тому разі, якщо обчислення проводилися без округлення, як це зроблено в моделі, показаної на рис. 5.1 (що, загалом-то, є далеким відходом від біологічного сенсу). В описаних розрахунках слід використовувати або скорочення вниз (в разі детермінованих моделей), або скорочення після додавання випадкового числа (в разі імовірнісних моделей).

Для освоєння рутинних дій, що здійснюються в ході імітаційного моделювання, можна порекомендувати студентам спочатку зробити детерміновану модель, зберегти її, а потім зробити на її основі ймовірнісну модель. Це дозволити вирішити нетривіальну задачу: порівняти поведінку однаково побудованих детермінованої і ймовірнісної моделей.

### 5.3. Порівняння детерміністської та ймовірнісної моделей

Великий французький астроном та математик кінця XVIII – початку XIX століття П'єр-Симон Лаплас вважав, що світ детермінований своїм початковим станом. «Демон Лапласа» – уявна істота, яка знає координати, напрям руху та швідкість усіх частинок Всесвіту. За Лапласом, ця істота може розрахувати минулі та майбутні стани Всесвіту на будьякий час. Світ, за Лапласом, є детерміністським, тобто таким, зміни якого повністю визначаються його початковим станом. Важливим результатом, що був отриманий сучасною наукою, є розуміння того, що світ є не детерміністським, а є статистично-ймовірнісним. Особливо яскраво це проявляється у квантовій механіці. З початкових параметрів стану певної системи не можна отримати однозначний прогноз її динаміки; прогноз майбутнього може мати лише вигляд розподілу ймовірностей її майбутніх станів.

Моделі, які ми будуємо, набагато простіші за Всесвіт (і саме тому їх використання має сенс). Більшість моделей, які ми будували, є детерміністськими. Детерміністські моделі переходять до певного, однозначного стану. Часто люди, знайомі з моделями лише поверхово, очікують, що модель дасть точний прогноз динаміки якогось природного процесу. Найчастіше це неможливо. На перебіг природних процесів в дійсності впливає величезна кількість випадкових подій і непередбачуваних факторів. Природно, в моделі не можна відбити усе різноманіття процесів, що йдуть в дійсності. Однак імітаційна модель може так чи інакше імітувати випадковий хід природних процесів. Такими були наші моделі з ймовірнисним округленням. Результат ймовірнісного моделювання буде різним раз від разу. Проаналізувавши розподіл результатів моделювання, ми можемо встановити, до яких станів модель (при заданих початкових параметрах) приходить найчастіше, до яких – рідко, а до яких – не переходить ніколи. Ймовірнісні моделі породжують певний розподіл ймовірностей кінцевих станів. Ця інформація теж буває дуже цінною для розуміння природних процесів, які вивчаються з використанням імітаційного моделювання.

На цьому етапі засвоєння нашого курсу є гарна можливість порівняти ці два типи моделей. Скопіюйте рядки, на яких розміщується система перетворень (див. пункт 1.8) моделі, яку ви побудували на попередньому кроці (рис. 5.1). Вставте копію цих рядків нижче. Якщо все зроблено правильно, блок введення початкових параметрів моделі буде «працювати» на обидва варіанти системи перетворень. Тепер один варіантів системи перетворення, що дублюють один одного, можна змінити, щоб встановити, як впливає ця зміна на роботу моделі.

Залиште верхній варіант системи перетворень детерміністським, а нижній зробіть ймовірнісним. Як ми вже встановили (див. пункт 3.5), це можна зробити, додавши в формули округлення:

**=ROUNDDOWN("значення\_комірки"+RAND();)**. Як ви зрозуміли, «значення\_комірки» – це та формула, яка стояла в детерміністській моделі. Природно, розподіл усіх округлення слід додавати тільки в ті формули, які визначають чисельності особин і в яких можуть виникати нецілі значення; наприклад, в формулу для обчислення потреби в ресурсах ніяке округлення додавати не потрібно. Ймовірно, при визначенні чисельності особин першого року (в тому випадку, якщо на попередньому циклі визначено загальну кількість нащадків), досить округлити чисельність представників однієї статі, а потім відняти її з чисельності потомства і отримати чисельність представників протилежної статі.

Тепер дві моделі показують різні результати. Як їх порівняти? Наприклад, вивести на графік водночас показання обох моделей. Простіше за все буде зробити службову групу комірок, яка буде збирати з двох альтернативних моделей динаміку важливих для нас параметрів. У прикладі, показаному на рис. 5.2, з детерміністської та ймовірнісної моделей збираються дані про динаміку чисельності кількості статевозрілих самиць і самців, а потім динаміка цих змінних демонструється на спільному графіку.

Скоріше за все, результати роботи детерміністської та ймовірнісної моделей будуть відрізнятися. Якщо ми здійснимо перерахунок (хоча б за допомогою кнопки **F9**), результати роботи ймовірнісної моделі зміняться, а детерміністської – лишаться незмінними. Швидше за все, ми захочемо встановити розподіл результатів ймовірнісного моделювання.

Щоб побудувати розподіл результатів моделювання, використовуємо лічильник ітерацій (ітерації – це повтори, в даному випадку – повторні прогони моделі). Для роботи з лічильником треба включити режим ітерацій. Це можна зробити (рис. 5.3) в меню «*Засоби / Параметри / LibreOffice Calc / Обчислити*».

Ввімкніть (якщо воно ще не ввімкнене) меню «*Перегляд / Панелі інструментів / Елементи керування*», робота з яким пояснювалася в пункті 4.1. Включіть «*Режим розробки*» і вставте в модель елемент управління «*Лічильник*». Цей елемент управління змінює з кожним клацанням по ньому значення в певній комірці, якою він керує. Надамо комірці, якою керує лічильник, ім'я **cnt** (*counter*).

Тепер нам знадобляться комірки, в яких ми будемо запам'ятовувати результати кожної ітерації. Для кожній з цих комірок можна було б вказати, якому значенню лічильника відповідає ця комірка (в одну комірку поміщається значення результату моделювання при показаннях лічильника 1, в іншу – при показаннях лічильника 2 і так далі). Однак найпростіше зробити ряд комірок зі значеннями ряду натуральних чисел (поставити в одну клітинку 1, в іншу – 2 і розтягнути ряд), а в комірки для запам'ятовування результатів моделювання вписати формулу з умовою рівності показань лічильника значенням комірки в цьому ж ряду. На рис. 5.4 показаний такий варіант: ряд з 20 комірок з номерами «обслуговує» 100 комірок для результатів. У першому стовпці комірок для результатів показання лічильника порівнюються зі значеннями комірок для номерів; у другому стовпці до значення комірок з номерами додається 20, в третьому – 40 і так далі.



При натисканні на цій картинці вона відкриється в новому вікні з більш високою роздільною здатністю; там її можна збільшити та роздивитися я слід. Показано формулу у комірці AS3; ця формула забезпечує запис результатів імітації при певному значенні лічильника. Позначення cnt відповідає показнику лічильника (AJ3), а probab – комірці, в якій вміститься підсумок ймовірнісного моделювання (AJ10)

Результати моделювання відображаються в двох комірках: одній для детерміністської моделі і другій для ймовірнісної. Для характеристики результату моделювання вибрано загальна кількість «статевозрілих» особин ( «дворічок» і «трирічок»). Результати детерміністського моделювання збираються в одній групі комірок, ймовірнісного – в інший. У кожній групі в комірках стоять формули, аналогічні тій, яку видно на рис. 5.2: =IF(cnt=0;"";IF(cnt=AQ4;probab;AR4)). Якщо в комірці лічильника (cnt) стоїть 0, всі комірки для запису результатів звільняються (вираз "" відповідає порожній комірці). Якщо значення лічильника відповідає значенню комірки з номером, в комірку для запису результатів поміщається результат ймовірного моделювання. Якщо значення лічильника якесь інше, значення комірки дорівнює самому собі, тобто не змінюється.



Рис. 5.3. Режим ітерацій ввімкнено

Значення результатів детерміністського моделювання залишаються тими й самими (чого і слід було очікувати). Результати ймовірнісного моделювання змінюються. У моделі на рис. 5.4 використаний наступний прийом. У стовпці АУ відображається кількість різних результатів. Для цього використано формулу, що підраховує у певному діапазоні комірок кількість таких, що містять певне значення: =COUNTIF(діапазон;значення). Значення, що шукає ця функція, задані у стовпчику АХ. У сьомому рядку цього стовпчика воно відповідає округленому вниз результату детерміністського моделювання, в шостий – на одиницю менше, в сьомий – на одиницю більше тощо. Отриманий розподіл показується на гістограмі.

Файл Зміни Перегляд Вст	гавка Ф	рормат	Стилі и	Аркуш Да	Сот ні Засоби	petitions_ Вікно До	dep&pro	ob.ods -	LibreOf	fice Cal	c										••
📓 • 🔓 • 🔒 • 🍰 Задат	ти назву			🖌 🔁	🖻 · 🛛 💁	<b>6</b> - e	- 9	K VPč	🖶 • 🛙	• E	• 🗖	•	• =	4	•	Ω			G I	1 · 6	-
Ubuntu Conder 🔻 11		1 a	<u>a</u> ab	a <sub>b</sub> a	• 💻 • 📲	= = =			%	0.0	00 <u>00</u>	E		-	₿ <sup>□</sup>	* <b>2</b>	E.				
AY9 The L		COUNTIF	(AR3:AV	22;AX9)														1			
Y Z AA AB	AC AI	D AE	AF	AG AH	AI	AJ	AK	AL	AM	AN	AO	AP	AQ	AR	AS	AT	AU	AV	AW	AX	AY
1 движиваності) та	Порія	зняння	двох ва	ріантів	ITE	рації		Ineg	ації детерм	ністського	моделюван	ня		Itepa	ULI NMOB	рнісного	моделк	вання		Posno pesyns	дл Taris
ових параметрів входять	MO	лелі ко	нкурент	гного		100		24 474	"+20"	*+40	*+60*	*+80*	1		*+20*	*+40*	"+60"	"+80"		NOBI PH	CHORD
4 миць, яких може	скоро	ченнач	исельн	ості при	_	100	2	31,476	31,4/0	31,4/0	31,4/0	31,470	2	32	3/	35	32	20	-	лоделю	a
5 вотована за	chopo	нестаці	nervori	B.		Кількість	3	31,476	31,476	31,476	31,476	31,476	3	35	33	31	32	30		26	0
6 тення, розраховується		TOONIU	CTCL KOT	0.72		статевозрілих особин на 50-	4	31,476	31,476	31,476	31,476	31,476	4	32	31	30	31	32		21	1
7 о третього віку) саминь та	Де	ймори			Детерміністо	му цихлі:	5	31,476	31,476	31,476	31,476	31,476	5	33	32	34	33	32		28	0
8		имовір	HICHOIG	,	ка модель:	31,476	6	31,476	31,476	31,476	31,476	31,476	6	30	31	32	31	30		29	0
9 врідих самиць та самців					<b>Ймовірніска</b>		7	31,476	31,476	31,476	31,476	31,476	7	31	33	32	32	- 34		30	10
10 татами детерміністської	Ϋ́ Ι				wolfene	31	8	31,476	31,476	31,476	31,476	31,476	8	30	31	31	32	32	6	31	26
11 ю імітацій		Deane	nin pantu	ni revin Gar	ninuisurto	Honomonau	9	31,476	31,476	31,476	31,476	31,476	9	32	32	32	32	31		32	36
12		Fushoy	dui beay	IDIGITO MM	Delhucuru	моделновал	10	31,476	31,476	31,476	31,476	31,476	10	35	33	34	31	32		33	16
13		40					11	31,476	31,476	31,476	31,476	31,476	11	32	31	33	31	31	-	34	8
14	~	30					12	31,476	31,476	31,476	31,476	31,4/6	12	32	33	30	32	32	-	35	2
15	-	30					13	31,476	31,476	31,476	31,476	31,476	13	31	34	32	34	32		36	-
17	~	20					14	31,410	31,470	31,470	31,470	31,470	14	25	34	34	33	24		31	
18		15					15	31,476	31,476	31,476	31 476	31,476	16	27	32	37	33	37	i i		
19 самиці детерміністська м	иодель	10					17	31.476	31.476	31.476	31 476	31.476	17	33	33	30	33	77			
20 самиц стехастична моде	сль	5					18	31,476	31,476	31,476	31,476	31,476	18	32	32	35	33	32	-		
21 самці_стохастична_модел	пь	0	_				19	31,476	31,476	31,476	31,476	31,476	19	31	32	31	34	31			
22 3 4 4 4 4 4	2	25	26 27 3	28 29 30	31 32 33	34 35 36	37 20	31,476	31,476	31,476	31,476	31,476	20	32	33	30	31	- 31			
23	_																				
24 pentile choporenna	V-11	Po	змноженн	HR		Дані для п	обудови	графіку п	отічної і	герації:											
25 °n' <sub>3</sub> °n'' <sub>1</sub> °n'' <sub>2</sub> °n'' <sub>3</sub>	"N	F UNM	wpF2	"P", 0		Цикл	Nideterm	N=deter m	Nprobab	<b>₩</b> probab											
26 0 7 0 0	336 0	2 62	0	0 0		0	0,000	0,000	0	0										i	
Duc F A Divum www.izo	nauiŭ (	Anaru	AUT NO	noni wo	ROKADAN	2 112 046	E 2) 3	nonuis		الم دير بر	00447		iovu	AV0+	DAU	, nine	2240	DUC (	wint		ain n

Рис. 5.4. Лічильник ітерацій (фрагмент моделі, що показана на рис. 5.2). Зверніть увагу на формулу комірки АҮ9; вона підраховує, скільки разів в блоці з результатами ймовірнісного моделювання зустрічалося значення, що дорівнює числу в комірці АХ9

Побудуйте таку модель і, користуючись нею, встановіть, за яких значень початкових параметрів результат ймовірного моделювання виявляється більш стійким, а при яких – більш мінливим.

# 6. Аналітичні вставки в імітаційній моделі

#### 6.1. Моделювання взаємодії окремих особин з окремими одиницями ресурсу

У попередній моделі ми описали механізм, який скорочує чисельність сукупності особин, що відрізняються за конкурентоспроможністю, до кількості <sup>∞</sup>N, що відповідає певній забезпеченості ресурсами (V). Треба відзначити, що в одному важливому відношенні використаний нами механізм відрізняється від того, що ми можемо спостерігати в дійсності. Якщо ресурсів вистачає на 100 особин, і популяція складається зі 100 особин, залишиться, ймовірно, 100. А якщо популяція складається з 200 особин? Істотна частина з них загине, але в кінцевому підсумку залишиться, ймовірно, не 100, а менша кількість особин (адже ті індивіди, яким судилося загинути, встигнуть спожити певну кількість ресурсу, і для тих, хто виживе, його залишиться менше). А якщо на ту кількість ресурсів, яке може забезпечити 100 особин, претендуватиме 10000? Насправді буде добре, якщо з них виживе хоч хтось…

Як відбити ці закономірності в імітаційної моделі? Щоб зробити це, неминуче доведеться перейти на моделювання взаємодії окремих особин з окремими одиницями ресурсів. Річ у тому, що для того, щоб врахувати зменшення кількості ресурсу в результаті споживання його тими особинами, які зможуть задовольнити свої потреби лише частково, а потім загинуть, так чи інакше доведеться розглядати, як розподіляються частини тієї порції, яку має отримати кожна особина, щоб лишитися живою.

Отже, ми розглядаємо сукупність з особин (простіший варіант— з груп однакових особин), які споживають певну кількість одиниць ресурсу— можна, якщо хочете, говорити про «жаб», які ловлять «мух». Важливим є те, що ймовірність споживання одиниці ресурсу різними особинами може бути різною. Строго кажучи, одиниці ресурсів теж можуть бути різними («мухи» можуть бути «великими» чи «дрібними», наприклад).

Ймовірність споживання певною особиною певної одиниці ресурсу залежить від складу усіх особин, що конкурують за ресурс. Залежно від кількості особин та їх здатності заволодіти ресурсом ця ймовірність може бути різною, і визначити її заздалегідь дуже важко. На щастя, набагато легше визначити відношення ймовірності заволодіти певною одиницею ресурсу для двох різних особин. Не знаючи, у який популяційних умовах опиняться ці особини, ми, з усім тим, можемо припустити, що одна з них має, наприклад, вдвічі більші шанси заволодіти одиницею ресурсу, ніж інша. Таку відносну ймовірність ми позначимо **q** (від англ. *quota*). У такому разі, <sup>ј</sup>**q**<sup>9</sup> — відносна ймовірність заволодіти одиницею j-тої категорії ресурсу для g-тої особини. Саме по собі одне значення <sup>ј</sup>**q**<sup>9</sup> не має сенсу; важливо співвідношення цих значень для різних особин або різних категорій особин.

Як перейти від сукупності <sup>ј</sup>**q**<sup>9</sup> до сукупності <sup>ј</sup>**p**<sup>9</sup>, тобто ймовірностей заволодіти одиницею ј-тої категорії ресурсу для g-тої особини у певному популяційному оточенні? Так: <sup>ј</sup>**p**<sup>9</sup>=<sup>j</sup>**q**<sup>9</sup>/Σ(<sup>j</sup>**q**<sup>9</sup>).

Вирішимо відносно нескладну задачу: зімітуємо розподіл 500 одиниць ресурсу, з яких 300 належить до категорії 1 (припустимо, «дрібні мухи»), а 200 — до категорії 2 (припустимо, «великі мухи»), між 8 особинами («жабами»). Позначимо кількість цих категорій ресурсів так: <sup>1</sup>V=300, <sup>2</sup>V=200; прописні літери позначають, що ми оцінюємо загальну кількість одиниць ресурсів.

Задамо відносні ймовірності заволодіти цими одиницями ресурсів для усіх особин (рис. 6.1). Ви бачите, що ці відносні ймовірності задані цілими числами. Це необов'язково, але зручно і дає простий шлях для розуміння їх сутності. Оскільки Σ('qº)=19, ми можемо вважати, що вказали квоти для розподілу 19 «дрібних мух» між 8 «жабами». Ймовірності <sup>1</sup>p<sup>9</sup> мають бути пропорційними цим квотам. Саме таким чином розрахуємо усі потрібні нам ймовірності.

До речі, вхідними параметрами в моделі, яку ми почали будувати на рис. 6.1, слугують відносні ймовірності, <sup>ј</sup>**q**<sup>9</sup>, а у розрахунках використовуються абсолютні, **јрд**, які визначаються на підставі відносних. Унікальні імена (завдяки яким буде легше розуміти формули) ми, звісно, будемо надавати саме абсолютним ймовірностям, <sup>ј</sup>**р**<sup>9</sup>. Формат таких імен видно на лівій частині рис. 6.1.

Наші подальші розрахунки значно спростяться, якщо ми розрахуємо ще й накопичувальні ймовірності для кожної категорії ресурсів: крім <sup>1</sup>р<sup>1</sup>, розрахуємо ще <sup>1</sup>р<sup>1-2</sup>=<sup>1</sup>р<sup>1+1</sup>р<sup>2</sup>, <sup>1</sup>р<sup>1-3</sup>=<sup>1</sup>р<sup>1+1</sup>р<sup>2</sup>+<sup>1</sup>р<sup>3</sup>, тощо. Зрозуміло, що <sup>1</sup>р<sup>1-8</sup>=<sup>2</sup>р<sup>1-8</sup>=1. Коміркам з цими величинами теж будуть потрібні спеціальні імена; надамо їх за дещо іншим зразком (рис. 6.1, права частина).

Д.А. Шабанов. Підручник за курсом «Імітаційне моделювання надорганізмових систем (з використанням LibreOffice Calc)» 46

								Frogs&Flie:	.ods - LibreOffice Ca	lc
Фай	іл Зміни Перегляд	Вставка Формат С	тилі Аркуш Дані За	Файл	Зміни Перегляд	Вставка Формат	Стилі Аркуш Дані	Засоби Вікно Дові,	дка	
. 2	j • 🛅 • 🛃 • 🏄 3	бадати назву 🛄 🏹	1 🖬 💥 🖫 🖻 ·	. 🖻	• 🛅 • 🛃 • 🏄	Задати назву 🛅 🦉	1 🖼 💥 🗄 🖻	1 · 💁 🤤 · 🐡 ·	📿 Abç 🚍 - 🛙	∎ • 🖻 • 🗖 • 🕞
⊳	• • • •		🚇 🛛 Ubuntu Condei	2			Ubuntu Conde	n 🔹 10 💌 🗃	<i>α</i> <u>a</u> ab ab	<u>a</u> - E - E
p1_	2 💌 <b>F</b> ii	Σ = =B3/SUM(B	\$2:B\$9)	_1p2	- 1	🛱 Σ = (=F3+J2				
	A B	C D	E F		A B	C D	E F	G H	1	K L
1	<sup>1</sup> V= 300	<sup>2</sup> V= 200		1	<sup>1</sup> V= 300	<sup>2</sup> V= 200				
2	<sup>1</sup> q <sup>1</sup> = 4	<sup>2</sup> q <sup>1</sup> = 2	<sup>1</sup> p <sup>1</sup> = 0,211	2	<sup>1</sup> q <sup>1</sup> = 4	<sup>2</sup> q <sup>1</sup> = 2	<sup>1</sup> p <sup>1</sup> = 0,211	<sup>2</sup> p <sup>1</sup> = 0,125	<sup>1</sup> p <sup>1</sup> = 0,211	<sup>2</sup> p <sup>1</sup> = 0,125
3	<sup>1</sup> q <sup>2</sup> = 3	$^{2}q^{2}=3$	<sup>1</sup> p <sup>2</sup> = 0,158	3	<sup>1</sup> q <sup>2</sup> = 3	<sup>2</sup> q <sup>2</sup> = 3	<sup>1</sup> p <sup>2</sup> = 0,158	<sup>2</sup> p <sup>2</sup> = 0,188	<sup>1</sup> p <sup>1-2</sup> = 0,368	<sup>2</sup> p <sup>1-2</sup> = 0,313
4	<sup>1</sup> q <sup>3</sup> = 1	<sup>2</sup> q <sup>3</sup> = 2	<sup>1</sup> p <sup>3</sup> = 0,053	4	<sup>1</sup> q <sup>3</sup> = 1	<sup>2</sup> q <sup>3</sup> = 2	<sup>1</sup> p <sup>3</sup> = 0,053	<sup>2</sup> p <sup>3</sup> = 0,125	<sup>1</sup> p <sup>1-3</sup> = 0,421	<sup>2</sup> p <sup>1-3</sup> = 0,438
5	<sup>1</sup> q <sup>4</sup> = 1	<sup>2</sup> q <sup>4</sup> = 1	<sup>1</sup> p <sup>4</sup> = 0,053	5	<sup>1</sup> q <sup>4</sup> = 1	<sup>2</sup> q <sup>4</sup> = 1	<sup>1</sup> p <sup>4</sup> = 0,053	<sup>2</sup> p <sup>4</sup> = 0,063	<sup>1</sup> p <sup>1-1</sup> = 0,474	<sup>2</sup> p <sup>1-1</sup> = 0,500
6	<sup>1</sup> q <sup>5</sup> = 0	<sup>2</sup> q <sup>5</sup> = 4	<sup>1</sup> p <sup>s</sup> = 0,000	0	<sup>1</sup> q <sup>5</sup> = 0	<sup>2</sup> q <sup>5</sup> = 4	<sup>1</sup> p <sup>s</sup> = 0,000	<sup>2</sup> p <sup>5</sup> = 0,250	<sup>1</sup> p <sup>1-5</sup> = 0,474	<sup>2</sup> p <sup>1-5</sup> = 0,750
7	1q6= 2	<sup>2</sup> q <sup>6</sup> = 2	<sup>1</sup> p <sup>6</sup> = 0,105	7	1q6= 2	<sup>2</sup> q <sup>6</sup> = 2	<sup>1</sup> p <sup>6</sup> = 0,105	<sup>2</sup> p <sup>6</sup> = 0,125	<sup>1</sup> p <sup>1-6</sup> = 0,579	<sup>2</sup> p <sup>1-6</sup> = 0,875
8	<sup>1</sup> q <sup>7</sup> = 3	<sup>2</sup> q <sup>7</sup> = 1	<sup>1</sup> p <sup>7</sup> = 0,158	8	<sup>1</sup> q <sup>7</sup> = 3	<sup>2</sup> q <sup>7</sup> = 1	<sup>1</sup> p <sup>7</sup> = 0,158	<sup>2</sup> p <sup>7</sup> = 0,063	<sup>1</sup> p <sup>1-7</sup> = 0,737	<sup>2</sup> p <sup>1-7</sup> = 0,938
9	<sup>1</sup> q <sup>8</sup> = 5	<sup>2</sup> q <sup>8</sup> = 1	<sup>1</sup> p <sup>s</sup> = 0,263	9	<sup>1</sup> q <sup>8</sup> = 5	<sup>2</sup> q <sup>8</sup> = 1	<sup>1</sup> p <sup>8</sup> = 0,263	<sup>2</sup> p <sup>8</sup> = 0,063	<sup>1</sup> p <sup>1-8</sup> = 1,000	<sup>2</sup> p <sup>1-8</sup> = 1,000

Рис. 6.1. На двох частинах цього малюнку видно, які імена отримують ймовірності <sup>ј</sup>р<sup>я</sup> та накопичувані ймовірності <sup>ј</sup>р<sup>1-</sup>, а також формули, за якими вони розраховуються

Для імітації розподілу 500 одиниць ресурсів нам будуть потрібні 500 випадкових чисел, рівномірно розташованих між 0 та 1. Створимо блок з таких чисел. Автор цього курсу зазвичай розташовує випадкові числа у комірках на жовтому тлі, як це зроблено на рис. 6.2. Залежно від значення випадкового числа та розподілу накопичуваних ймовірностей визначимо, якій особині дісталася кожна одиниця ресурсу. Зробимо це у блоці комірок, що розташовані під блоком з випадковими числами. Лишилося тільки порахувати, скільки яких одиниць отримає кожна особина за допомогою функції **COUNTIF** (рис. 6.2)...

<b>•</b>	- 20100		-		ai				Fr	ogs&Fl	ies.ods	s - Libro	eOffice	Calc					
Фай.	л зміни пе	регляд вставк	a ψo	рмат	Стилі	Аркуц	дан	3800		но до	овідка	M Abr					E		
	· 🔄 · 🔡	• 📕 Задати на	зву (			00	1월 📕	E • !	4	3.6	. 6	a v		• 🖽 ·			1- 1	EK	ÿ
6		<b>?</b> •	•	•	<b>Z</b>	Ubunt	u Cond	leı 🔻	10	•	a a	<i>х</i> <u>а</u>	ab a	ь а	- 🔳	•		=	
F18		- 💑 Σ =	=IF(	(F12<_1	p4;IF(F	12<_1p	2;IF(F1	2<_1p1	;1;2);IF	(F12<_1	1p3;3;4)	));IF(F1)	2<_1p6	;IF(F12	<_1p5;5	;6);IF(F	12<_1p	7;7;8)))	
	A B	C D	Е	F	G	Н	I	J	К	L	м	N	0	Р	Q	R	S	Т	
1	<sup>1</sup> V= 300	<sup>2</sup> V= 200																	
2	<sup>1</sup> q <sup>1</sup> = 4	<sup>2</sup> q <sup>1</sup> = 2	<sup>1</sup> p <sup>1</sup> =	0,211	<sup>2</sup> p <sup>1</sup> =	0,125	<sup>1</sup> p <sup>1</sup> =	0,211	<sup>2</sup> p <sup>1</sup> =	0,125									
3	<sup>1</sup> q <sup>2</sup> = 3	$^{2}q^{2}=3$	<sup>1</sup> p <sup>2</sup> =	0,158	<sup>2</sup> p <sup>2</sup> =	0,188	<sup>1</sup> p <sup>1-2</sup> =	0,368	<sup>2</sup> p <sup>1-2</sup> =	0,313									
4	<sup>1</sup> q <sup>3</sup> = 1	$^{2}q^{3}=2$	<sup>1</sup> p <sup>3</sup> =	0,053	<sup>2</sup> p <sup>3</sup> =	0,125	<sup>1</sup> p <sup>1-3</sup> =	0,421	<sup>2</sup> p <sup>1-3</sup> =	0,438									
5	<sup>1</sup> q <sup>4</sup> = 1	$^{2}q^{4}=1$	<sup>1</sup> p <sup>4</sup> =	0,053	<sup>2</sup> p <sup>4</sup> =	0,063	<sup>1</sup> p <sup>14</sup> =	0,474	2p14=	0,500									
6	<sup>1</sup> q <sup>5</sup> = 0	$^{2}q^{5}=4$	<sup>1</sup> p <sup>5</sup> =	0,000	2p5=	0,250	<sup>1</sup> p <sup>1-5</sup> =	0,474	2p1-5=	0,750				. 8					
7	<sup>1</sup> q <sup>6</sup> = 2	$^{2}q^{6}=2$	<sup>1</sup> p <sup>6</sup> =	0,105	<sup>2</sup> p <sup>6</sup> =	0,125	<sup>1</sup> p <sup>1-6</sup> =	0,579	<sup>2</sup> p <sup>1-6</sup> =	0,875									
8	<sup>1</sup> q <sup>7</sup> = 3	$^{2}q^{7}=1$	<sup>1</sup> p <sup>7</sup> =	0,158	<sup>2</sup> p <sup>7</sup> =	0,063	<sup>1</sup> p <sup>1-7</sup> =	0,737	<sup>2</sup> p <sup>1-7</sup> =	0,938									
9	<sup>1</sup> q <sup>8</sup> = 5	<sup>2</sup> q <sup>8</sup> =1	<sup>1</sup> p <sup>8</sup> =	0,263	<sup>2</sup> p <sup>8</sup> =	0,063	<sup>1</sup> p <sup>1-8</sup> =	1,000	<sup>2</sup> p <sup>1-8</sup> =	1,000									
10																			
11	Повна імітаці	йна модель:		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
12			1	0,7482	0,2117	0,3867	0,231	0,4028	0,0135	0,1405	0,9724	0,0242	0,0069	0,8594	0,2875	0,9929	0,7823	0,6121	
13	<sup>1</sup> u <sup>1</sup> = 60	<sup>2</sup> u <sup>1</sup> = 35	2	0,64	0,9124	0,3882	0,7602	0,1476	0,6711	0,4169	0,213	0,9097	0,6444	0,5019	0,9889	0,0594	0,5426	0,7985	
14	<sup>1</sup> u <sup>2</sup> = 52	<sup>2</sup> u <sup>2</sup> = 22	3	0,6886	0,9095	0,6657	0,8986	0,9998	0,1567	0,2594	0,8223	0,8486	0,3212	0,5689	0,0064	0,7533	0,3869	0,0397	
15	<sup>1</sup> u <sup>3</sup> = 19	<sup>2</sup> u <sup>3</sup> = 25	4	0,0967	0,4499	0,6435	0,038	0,2899	0,3237	0,5264	0,1983	0,8852	0,8091	0,3436	0,4319	0,7152	0,7696	0,1424	
16	<sup>1</sup> u <sup>4</sup> = 14	<sup>2</sup> u <sup>4</sup> = 13	5	0,68	0,0577	0,8525	0,6975	0,5667	0,8153	0,8657	0,2752	0,9757	0,1697	0,1945	0,3569	0,2294	0,0339	0,5447	
17	<sup>1</sup> u <sup>5</sup> = 0	<sup>2</sup> u <sup>5</sup> = 56																	
18	<sup>1</sup> u <sup>6</sup> = 30	<sup>2</sup> u <sup>6</sup> = 15	1	8	2	3	2	3	1	1	8	1	1	8	2	8	8	7	
19	$^{1}u^{7}=44$	<sup>2</sup> u <sup>7</sup> = 20	2	7	8	3	8	1	7	3	2	8	7	6	8	1	6	8	
20	<sup>1</sup> u <sup>8</sup> = 81	<sup>2</sup> u <sup>8</sup> = 14	3	7	8	7	8	8	1	2	8	8	2	6	1	8	3	1	
21	300	200	4	1	4	7	1	2	2	6	1	8	8	2	4	7	8	1	
22			5	7	1	8	7	6	8	8	2	8	1	1	2	2	1	6	
23																			

Рис. 6.2. Зверніть увагу на строку формул. Ця формула визначає, яка особина отримає певну одиницю ресурсу. Ми розбиваємо діапазон від 0 до 1 згідно зі значеннями накопичувальних ймовірностей <sup>ј</sup>р<sup>1</sup>т та визначаємо, у якій частину потрапило випадкове число

Наведемо формулу, яку видно на рис. 6.2, більш наочно:

=IF(F12<\_1p4;IF(F12<\_1p2;IF(F12<\_1p1;1;2);IF(F12<\_1p3;3;4));IF(F12<\_1p6;IF(F12<\_1p5;5;6);IF(F12<\_1p7;7;8))). Ми використали «триповерхову» формулу. Перше IF визначає, чи попадає одиниця ресурсу в першу половину розподілу чи

в другу; в обох випадках за допомогою наступної формули IF визначається, у яку чверть потрапляє одиниця ресурсу; наприкінці наступне IF встановлює, яка особина отримає цю одиницю.

Попри те, що описала нами модель була побудована досить швидко, вона є достатньо «важкою», перш за все, внаслідок того, що для моделювання долі 500 одиниць ресурсів нам знадобилося 500 випадкових чисел. Якщо модель буде досить великою, вона не лише буде довго проводити кожне обчислення; на жаль, суттєво збільшиться вірогідність помилок. Не забувайте, що у даному випадку ми використовуємо електронні таблиці не за їх прямим призначенням!

Чи можна якось спростити ці обчислення?

#### 6.2. Функції для моделювання біноміального розподілу

Біноміальний розподіл — це розподіл певної кількості успіхів з певної кількості випробувань з заданою ймовірністю успіху кожного випробування. Щоб зрозуміти, які функції є в LO Calc для роботи з цим розподілом, розглянемо простий приклад.

Ми кидаємо гральну кістку (куб з шістьма гранями) шість разів (або кидаємо 6 кісток водночас). Скільки разів може випасти одиниця? Від нуля до 6. Кожного разу ймовірність випадання одиниці (як і будь-якої іншої грані, у разі, якщо ми маємо справу з досконалою кістками) ставить 1/6. Вірогідно, ймовірності того, що в експерименті з 6 киданнями кісток одиниця випаде 0, 1 або, припустимо, 6 разів, різні. Які?

Використаємо функцію **=BINOM.DIST(кількість успіхів;кількість випробувань;ймовірність успіху;параметр)**. Якщо параметр у формулі дорівнює 0, функція визначає ймовірність зазначеної кількості успіхів; якщо параметр дорівнює 1, функція визначає ймовірність того, що кількість успіхів буде не більше за зазначену. Наприклад, формула **=BINOM.DIST(0;6;1/6;1)** визначає ймовірність того, що одиниця (ймовірність випадання якої при кожному випробуванні дорівнює 1/6) випаде один раз, а **=BINOM.DIST(0;6;1/6;1)** — що вона випаде не більше, ніж один раз (тобто або жодного разу, тобто один раз).

На рис. 6.3 показані водночас формули та значення. У другому рядку формула **BINOM.DIST** застосована з параметром 0, а у третьому — з параметром 1. Зверніть увагу: значення у комірці **B3** дорівнює сумі значень у комірках **A2** і **B2**. Таким чином, з ймовірністю близько 73% одиниця випаде не більше, ніж один раз. Щоб побачити на рис. 6.3 водночас формули та значення, що за ними розраховані, можна використати спосіб, який ми ще не використовували: ввімкнути перегляд формул за допомогою команди «*Перегляд / Показати формулу*».

	A	В	C	D	E	F	G
1	0	1	2	3	4	5	6
z	=BINOM.DIST(0;6;1/6;0)	=BINOM.DIST(1;6;1/6;0)	=BINOM.DIST(2;6;1/6;0)	=BINOM.DIST(3;6;1/6;0)	=BINOM.DIST(4;6;1/6;0)	=BINOM.DIST(5;6;1/6;0)	=BINOM.DIST(6;6;1/6;0)
3	=BINOM.DIST(0;6;1/6;1)	=BINOM.DIST(1;6;1/6;1)	=BINOM.DIST(2;6;1/6;1)	=BINOM.DIST(3;6;1/6;1)	=BINOM.DIST(4;6;1/6;1)	=BINOM.DIST(5;6;1/6;1)	=BINOM.DIST(6;6;1/6;1)
4	=BINOM.INV(6;1/6;A3)	=BINOM.INV(6;1/6;B3)	=BINOM.INV(6;1/6;C3)	=BINOM.INV(6;1/6;D3)	=BINOM.INV(6;1/6;E3)	=BINOM.INV(6;1/6;F3)	=BINOM.INV(6;1/6;G3)
ç							
	Α	В	C	D	E	F	G
1	0	1	2	3	4	5	6
2	0,334897976680384	0,401877572016461	0,20093878600823	0,053583676268862	0,008037551440329	0,000643004115226	0,000021433470508
3	0,334897976680384	0,736775548696845	0,937714334705076	0,991298010973937	0,999335562414266	0,999978566529493	1
4	0	1	2	3	4	5	6

Рис. 6.3. Формули для роботи з біноміальним розподілом. Верхня частина рисунку демонструє формули, нижня — відповідні значення

У четвертому рядку використано функцію **BINOM.INV**, що розраховує обернений, тобто інвертований біноміальний розподіл. В цій функції дещо інший порядок аргументів, ніж в попередній, що ми розглянули: **=BINOM.INV(кількість випробувань;ймовірність успіху;ймовірність результату)**. Можна вважати, що ця функція відповідає на наступне питання: за заданої кількості випробувань та ймовірності успіху у кожному випробуванні не більше якої кількості успіхів буде спостерігатися з вказаною ймовірністю. Результат розрахунків за цією функцією округлюється до цілих значень.

Який результат дасть використання формули **=BINOM.INV(6;1/6;B3)**, що знаходиться у комірці **B3** на рис. 6.3? З 6 випробувань та ймовірності успіху у кожному випробуванні 1/6 не більше якої кількості успіхів спостерігатиметься за ймовірності, що вказана у комірці **B3**? Ця функція виводить значення 1— не більше одного успіху буде у 73% спроб з шести кидань гральної кістки...

Якщо ви зрозуміли, як працює функція BINOM.INV, ви готові застосувати її у нашій моделі.

### 6.3. Скільки «мух» отримає кожна «жаба» згідно з біноміальним розподілом?

Ми встановили, що функція **BINOM.INV** відповідає на питання: за заданої кількості випробувань та ймовірності успіху у кожному випробуванні не більше якої кількості успіхів буде спостерігатися з вказаною ймовірністю. Кількість випробувань задана кількістю одиниць ресурсів (до речі, в моделі та у формулах вони мають імена \_**1V** та \_**2V**). Ймовірності успіхів у кожному випробуванні — це значення **jpg**, які ми розраховували (як можна побачити на рис. 6.1, вони позначаються **p1\_1**, **p1\_2** ... **p1\_8**, **p2\_1** ... **p2\_8**). Задану ймовірність кількості успіхів, не менше за яку ми будемо спостерігати, визначить випадкове число. Нам лишилося розмістити комірки з випадковими числами та з розрахунками за функцією **BINOM.INV** на листі LO Calc (рис. 6.4).

											Fr	ogs&Fl	ies.ods	5
Файл	1 Змін	и Пер	оегляд	Встави	ka Φo	рмат	Стилі	Аркуц	і Дані	3aco(	би Вік	но До	відка	
	• 🖻	•	· 着 :	Задати на	зву		18	*	Ę (	• •	a <u>,</u> 🤞	9 · 6	- 9	2
	CH CH	× I				•	<b>X•</b>	Ubunt	u Cond	ei 🔹	10	•	aa	Z
H26			- 5	Σ =	=BI	NOM.IN	VV(_1V)	;p1_1;G	26)					
	Α	В	С	D	E	F	G	н	1	J	К	L	М	Γ
13	<sup>1</sup> u <sup>1</sup> =	64	<sup>2</sup> u <sup>1</sup> =	28	2	0,8792	0,7042	0,7193	0,1928	0,8326	0,3706	0,7558	0,291	
14	<sup>1</sup> u <sup>2</sup> =	52	<sup>2</sup> u <sup>2</sup> =	28	3	0,1759	0,1216	0,3207	0,7853	0,7899	0,933	0,4277	0,2143	1
15	<sup>1</sup> u <sup>3</sup> =	15	<sup>2</sup> u <sup>3</sup> =	25	4	0,7096	0,4888	0,2163	0,2722	0,7166	0,5866	0,8265	0,2671	
16	<sup>1</sup> u <sup>4</sup> =	18	<sup>2</sup> u <sup>4</sup> =	19	5	0,677	0,4853	0,9247	0,1587	0,2322	0,5604	0,2231	0,3384	
17	<sup>1</sup> u <sup>5</sup> =	0	<sup>2</sup> u <sup>5</sup> =	58										
18	<sup>1</sup> u <sup>6</sup> =	32	<sup>2</sup> u <sup>6</sup> =	23	1	2	8	8	6	8	3	7	7	
19	<sup>1</sup> u <sup>7</sup> =	47	<sup>2</sup> u <sup>7</sup> =	9	2	8	7	7	1	8	3	8	2	
20	<sup>1</sup> u <sup>8</sup> =	72	<sup>2</sup> u <sup>8</sup> =	10	3	1	1	2	8	8	8	4	2	
21		300		200	4	7	6	2	2	7	7	8	2	
22					5	7	6	8	1	2	6	2	2	
23														
24	Модел	ь на бін	оміалы	юму роз	зподілі	:								
25								۱V		۷	<u></u>			
26	<sup>1</sup> u <sup>1</sup> =	66	<sup>2</sup> u <sup>1</sup> =	25		1	0,6823	66	0,5055	25				
27	<sup>1</sup> u <sup>2</sup> =	39	<sup>2</sup> u <sup>2</sup> =	30		2	0,0867	39	0,0909	30				
28	<sup>1</sup> u <sup>3</sup> =	19	<sup>2</sup> u <sup>3</sup> =	29		3	0,8025	19	0,7819	29				
29	<sup>1</sup> u <sup>4</sup> =	17	<sup>2</sup> u <sup>4</sup> =	15		4	0,6724	17	0,7841	15	1			
30	<sup>1</sup> u <sup>5</sup> =	0	<sup>2</sup> u <sup>5</sup> =	44		5	0,7239	0	0,1778	44				
31	<sup>1</sup> u <sup>6</sup> =	36	<sup>2</sup> u <sup>6</sup> =	28		6	0,8087	36	0,7319	28	1			
32	<sup>1</sup> u <sup>7</sup> =	54	<sup>2</sup> u <sup>7</sup> =	12		7	0,847	54	0,475	12				
33	<sup>1</sup> u <sup>8</sup> =	91	<sup>2</sup> u <sup>8</sup> =	14		8	0,9481	91	0,6882	14	[			
34		322		197										

Рис. 6.4. Модель, побудована на біноміальному розподілі, потребує набагато менше обчислень та менше місця на листі (тут його витрачено неекономно; наприклад, комірки B26:B33 просто дублюють H26:H33 для більш зручного порівняння з результатами «повного» моделювання)

Таким чином, замість 500 випадкових чисел і 500 «триповерхових» формул нам вистачило по 16 тих і інших. Фактично ми замість того, щоб застосовувати імітацію (крок за кроком вирішувати долю кожної одиниці ресурсів) застосували аналітичну формулу. У першому розділі ми порівнювали аналітичні та імітаційні моделі. На попередніх моделях ми побачили переваги імітаційного моделювання — його можна проводити, навіть не маючи повного уявлення про процеси, які модулюються, імітаційну модель можна крок за кроком вдосконалювати і, загалом, вона є більш гнучкою, ніж аналітична. Але, як демонструє цей приклад, суттєві переваги є й у аналітичних моделей. У тому разі, коли задачу можна звести до пошуку рішення якогось відомого рівняння, аналітичні моделі виявляються набагато економнішими, ефективнішими.

Що ж, ми можемо поєднати у наший роботі переваги як імітаційного, так і аналітичного моделювання!

2E

Є й важлива відмінність, яку також легко побачити на рис. 6.4. «Повна» модель розподілила 300 одиниць першого типу ресурсів та 200 — другого. Саме такою буде кількість цих одиниць й при перерахунках отриманого розподілу. Аналітична вставка, що ми застосували, розподілила 322 одиниці першого типу ресурсів та 197 — другого; при перерахуванні ця кількість буде змінюватися раз за разом. Річ у тім, що у першому випадку ми слідкували за 500 окремими одиницями; у другому — отримали 18 випадкових оцінок. Звісно, що у разі багаторазового повторення розрахунків за другою моделлю ми зареєструємо, що «жаби» отримували у середньому 300 одиниць першого типу ресурсів та 200 — другого. У першій моделі **1V=300** та **2V=200** — точна кількість ресурсів, у другій — математичне очікування, середнє значення у разі багаторазових спостережень.

А як правильно? Однозначної відповіді не існує; усе залежить від того, які аспекти дійсності є важливішими при побудові наших моделей. Втім, коли мова йде про екологічні системи, кількість доступних ресурсів краще оцінюється як певне математичне очікування (величина, на точне значення якої можуть впливати випадкові чинники), а не як чітко задана кількість. Твердження, що, наприклад, «жаби» певного «ставку» «з'їдають» за добу 500 «мух», оперує приблизною оцінкою кількості цих «мух», адже їх ніхто не буде рахувати поштучно. З такої точки зору ймовірнісний результат, який ми отримали за допомогою біноміального розподілу, є більш адекватним. Втім, легко уявити собі й такі задачі, де треба буде вирахувати саме певну кількість одиниць ресурсів. Наприклад, якщо нас цікавить, як розподіляться 8 «жаб» між «вужами», що їх з'їдять, нам, вірогідно, треба буде дослідити долю саме 8 особин.

Наприкінці попереднього розділу ми порівняли розподіли, що генерували дві різні моделі — детерміністська та ймовірнісна. Для цього ми застосували лічильник ітерацій. Ми можемо використати такий лічильник і в даному випадку. Над треба додати лічильник до моделі, де проводяться розрахунки двома різними способами, розрахувати та зберегти певну кількість розподілів, отриманих обома шляхами, поєднати ці розподіли у дві групи та порівняти їх одну з одною.

Завдання. Порівняйте розподіли 500 одиниць ресурсів за допомогою двух моделей, що обговорювалися в цьому розділі. Опишіть відмінності розподілів, що генеруються двома різними способами; інтерпретуйте ці відмінності; припустіть, як вони впливають на успіх моделювання.

# 7. Підбір параметрів і пошук рішення

### 7.1. Підбір параметра

Потужним інструментом електронних таблиць є засоби підбору параметрів. Пояснимо їх логіку спочатку на простому прикладі, а потім вже покажемо їх застосування для вирішення проблеми, де краще проявляється їх потенціал.

Штатний інструмент підбору параметра LO Calc (*«Засоби / Підбір параметра…»*) дозволяє вирішити таку задачу: визначити, при якому значенні однієї комірки (змінної) значення іншої комірки (цільової) дорівнюватиме певній величині. Природно, це можливо в тому випадку, якщо в цільовій комірці знаходиться формула, що залежить від значення змінної комірки.

Розглянемо такий приклад. Ми маємо ряд чисел, щодо яких ми знаємо (або прийняли рішення), який залежністю їх слід описувати, проте не знаємо значення параметра, що входить в цю залежність. Ми хочемо провести апроксимацію (пошук наближення, оптимального опису) цієї залежності. Використовуємо, наприклад, модель експоненційного зростання, найпершу модель нашого курсу (пункти 2.1 – 2.4). За допомогою нашої моделі створимо ряд чисел, що описують експоненційне зростання, а потім внесемо в отриманий результат стохастичні зміни (наприклад, у межах 10% від самого значення в обидві боки). Для цього достатньо умножити кожне значення на вираз (1-(0,5-RAND())/5); цей вираз продукує величину, що рівномірно розподілена між 0,9 до 1,1.

Можливо, ви не впевнені, що формула (1-(0,5-RAND())/5) дає розподіл між 0,9 до 1,1? Перевірити це можна за дві-три хвилини (якщо вміти користуватися електронними таблицями). Розглянемо цей приклад детальніше, оскільки від є гарним приводом познайомитися з новими прийомами моделювання. Створимо службовий файл. Створимо в ньому 1000 комірок, в яких стоїть формула (1-(0,5-RAND())/5). Створимо ще 1000 комірок, де розрахуємо округлене значення цієї випадкової величини з точністю до двох десяткових знаків. Ви ж розумієте, що достатньо ввести ці формули у дві комірки, а потім «розтягнути» їх на 999 пар комірок, що лишилися? Щоб побачити такі формули, можна використати спосіб, який ми пояснювали під час розгляду біноміального розподілу в пункті 6.2. На лівій частині рис. 7.1. ввімкнуто перегляд формул (за допомогою команди «*Перегляд / Показати формулу*»), на правій – демонструються результати їх роботи.

	A	В	С	D		A	В	C	D	E	F	G	Н	1	
1	=(1-(0.5-RAND())/5)	=ROUND(A1:2)	=MIN(B1:B1000)		1	1.025668	1.03	0.9							
2	=(1-(0.5-RAND())/5)	=ROUND(A2:2)	=MAX(B1:B1000)		2	0,939931	0,94	1,1							
3	=(1-(0.5-RAND())/5)	=ROUND(A3:2)			3	1,090353	1,09								
4	=(1-(0.5-RAND())/5)	=ROUND(A4:2)	0.9	=COUNTIF(B\$1:B\$1000;C4)	4	0,952553	0,95	0,9	24	70					
5	=(1-(0,5-RAND())/5)	=ROUND(A5:2)	0,91	=COUNTIF(8\$1:8\$1000;C5)	5	1,024472	1,02	0,91	44	10					
6	=(1-(0,5-RAND())/5)	=ROUND(A6;2)	0,92	=COUNTIF(8\$1:8\$1000;C6)	6	0,904725	0,9	0,92	55						
7	=(1-(0,5-RAND())/5)	=ROUND(A7:2)	0.93	=COUNTIF(8\$1:8\$1000;C7)	7	0,929342	0,93	0,93	51	60		-			
8	=(1-(0.5-RAND())/5)	=ROUND(A8:2)	0.94	=COUNTIF(8\$1:8\$1000;C8)	8	1,072691	1,07	0,94	52						
9	=(1-(0,5-RAND())/5)	=ROUND(A9;2)	0.95	=COUNTIF(B\$1:B\$1000;C9)	9	0,915157	0,92	0,95	54	50 -				_	
10	=(1-(0,5-RAND())/5)	=ROUND(A10;2)	0.96	=COUNTIF(8\$1:8\$1000;C10)	10	1,08651	1,09	0,96	47						
11	=(1-(0,5-RAND())/5)	=ROUND(A11;2)	0,97	=COUNTIF(B\$1:B\$1000;C11)	11	1,046335	1,05	0,97	58	40					
12	=(1-(0,5-RAND())/5)	=ROUND(A12;2)	0,98	=COUNTIF(B\$1:B\$1000;C12)	12	1,064266	1,06	0,98	48	~~					
13	=(1-(0,5-RAND())/5)	=ROUND(A13;2)	0,99	=COUNTIF(B\$1:B\$1000;C13)	13	0,983204	0,98	0,99	43	1000 M					
14	=(1-(0,5-RAND())/5)	=ROUND(A14;2)	1	=COUNTIF(8\$1:8\$1000;C14)	14	0,941485	0,94	1	55	30					
15	=(1-(0,5-RAND())/5)	=ROUND(A15;2)	1.01	=COUNTIF(8\$1:8\$1000;C15)	15	1,071765	1,07	1,01	52						
16	=(1-(0,5-RAND())/5)	=ROUND(A16;2)	1,02	=COUNTIF(8\$1:8\$1000;C16)	16	1,074045	1,07	1,02	57	20 -					
17	=(1-(0.5-RAND())/5)	=ROUND(A17:2)	1.03	=COUNTIF(8\$1:8\$1000;C17)	17	1,032387	1,03	1,03	50						
18	=(1-(0,5-RAND())/5)	=ROUND(A18;2)	1.04	=COUNTIF(B\$1:B\$1000;C18)	18	0,963311	0,96	1,04	47	10					
19	=(1-(0,5-RAND())/5)	=ROUND(A19;2)	1,05	=COUNTIF(B\$1:B\$1000;C19)	19	0,919267	0,92	1,05	51	10					
20	=(1-(0,5-RAND())/5)	=ROUND(A20;2)	1,06	=COUNTIF(B\$1:B\$1000;C20)	20	1,059137	1,06	1,06	44						
21	=(1-(0,5-RAND())/5)	=ROUND(A21;2)	1,07	=COUNTIF(B\$1:B\$1000;C21)	21	1,020342	1,02	1,07	51	0			* * * * *		-
22	=(1-(0,5-RAND())/5)	=ROUND(A22;2)	1,08	=COUNTIF(8\$1:8\$1000;C22)	22	1,042348	1,04	1,08	46	2	2 .0 40	80	40. 50 ·	· 60. 00.	2
23	=(1-(0,5-RAND())/5)	=ROUND(A23;2)	1,09	=COUNTIF(8\$1:8\$1000;C23)	23	1,094943	1,09	1,09	53	- 0	0 0	0	Y Y	YY	-
24	=(1-(0,5-RAND())/5)	=ROUND(A24;2)	1,1	=COUNTIF(8\$1:8\$1000;C24)	24	1,028034	1,03	1,1	18						
25	=(1-(0,5-RAND())/5)	=ROUND(A25;2)			25	1,004691	1								
26	=(1-(0,5-RAND())/5)	=ROUND(A26;2)			_26	0,98688	0,99								
27	=(1-(0,5-RAND())/5)	=ROUND(A27;2)			27	0,97192	0,97								
28	=(1-(0,5-RAND())/5)	=ROUND(A28;2)			_28	0,952027	0,95								
29	=(1-(0,5-RAND())/5)	=ROUND(A29;2)			29	1,045971	1,05								
30	=(1-(0,5-RAND())/5)	=ROUND(A30;2)			30	0,922501	0,92								
31	=(1-(0,5-RAND())/5)	=ROUND(A31;2)			31	1,037218	1,04								
32	=(1-(0,5-RAND())/5)	=ROUND(A32;2)			32	1,078273	1,08								
33	=(1-(0,5-RAND())/5)	=ROUND(A33;2)			33	1,037191	1,04								
34	=(1-(0,5-RAND())/5)	=ROUND(A34;2)			34	1,084746	1,08								
35	=(1-(0,5-RAND())/5)	=ROUND(A35;2)			35	1,035807	1,04								
36	=(1-(0,5-RAND())/5)	=ROUND(A36;2)			36	0,978747	0,98								
37	=(1-(0,5-RAND())/5)	=ROUND(A37;2)			37	0,936899	0,94								
38	=(1-(0,5-RAND())/5)	=ROUND(A38;2)			38	0,967854	0,97								

Рис. 7.1. Приклад перевірки розподілу, який продукує певна формула. На цьому рисунку поєднані два способи перегляду моделей; ліворуч — перегляд формул («*Перегляд / Показати формулу*»), праворуч — перегляд значень (та гістограма)

Перевіримо, які мінімальні та максимальні значення продукує формула, яку ми використовуємо, можна за допомогою функцій **MIN(діапазон)** та **MAX(діапазон)**; використання таких формул є цілком інтуїтивно зрозумілим. Щоб оцінити характер розподілу, слід розрахувати чисельності окремих класів; використаємо для цього функцію **COUNTIF**. Побудуємо ряд чисел від мінімального до максимального значення з кроком, що відповідає кроку округлення; зрозуміло, що для цього достатньо ввести два перших значення та «розтягнути» його на потрібний діапазон. Поруч «розтягнемо» комірки з функцією підрахунку (звісно, з абсолютною адресацією там, де вона потрібна). Будуємо розподіл... і бачимо, що відхилення від рівномірності є, скоріше за все, випадковими. Ви зрозуміли, чому значення 0,9 та 1,1 мають зустрічатися, в середньому, у вдвічі меншій кількості випадків, ніж усі інші значення? До 0,9 округлюються лише значення «згори» (від 0,9 до 0,905), до 1,1 – лише «знизу» (від 1,095 до 1,1), а до усіх інших значень – як «згори», так і «знизу» (наприклад, до 1 – від 0,995 до 1,005).

Повернемося до головної задачі даного пункту: використанню формули, яку ми щойно перевірили, до випадкових змін членів ряду експоненційного зростання. На рис. 7.2 ви можете побачити, що це випадкова поправка може, наприклад, призводити до того, що наступний ряд цієї послідовності менше попереднього (зверніть увагу на 15-й і 16-й члени ряду, на 21-му та 22-му рядках).

										Search.od	s - Lib	reOffice	Calc	
Файл	Змін	ни Перегл	аяд Вст	гавка Фор	мат Стил	і Аркуц	и Дані	3ac	оби Ві	кно Довід	ка			
	• 🖻	• 🖬 • 🛓	🔒 Задат	и назву		3 📈	9	•	<u>a</u> <	<b>→</b> • @ •	X	Abc 🖽	•	• 🖻 •
	•	× •	R		💌   U	buntu Co	onder	•	14 💌	a a	₫	ab ab	a	• 🔳 •
C9		-	stic Σ	= =ROU	JND(B9*(1	-(0,5-RAN	VD())/5)	)						
	A	В	с	D	E	F	G		н	1		J		К
1	Br	тановления	значен	ня біотичног	о потенија	ny (r) non	уляції з	каек	спонени	ійно зростає	33 00	зультатам	ивимі	DIR TI
2	ч	исельності	що зро	блені зі випа	дковою по	хибкою в	межах	10%	(з викор	истанням за	co6y "I	Підбір пар	аметр	a")
3	N	=1								1	1			-
4	, r	= 0,14			10		T.	По	рівняння	і "ідеальног	o" (N)	та "вимір	яного	8 8
5	t	N	'N					:	B DOXNOR	ою" ( N) екс	понен	щиного ра	сту	
6	0	1	1				800							
7	1	1.14	1				700	-	- N					
8	2	1,2996	1				600	-	- N					1
9	3	1.481544	1											
10	4	1,68896	2				- 500 -							
11	5	1.925415	2				400							/
12	6	2,194973	2				300 -						_	
13	7	2,502269	2				200 -							
14	8	2.852586	3				100					1		
15	9	3,251949	3				100				-			
16	10	3,707221	3				0+				1111			TITIT
17	11	4,226232	5				0		0 9 5	2221	200	\$ \$ \$ \$	\$ 64	\$2 \$2
18	12	4.817905	5					-		1				
19	13	5,492411	5		S					1				-
20	14	6.261349	6							1				
21	15	7.137938	8							1	-			
22	16	8,137249	7							1				
23	17	9,276464	9							1				
24	10	10 17117	11	•		•				3		4.001		•

Рис. 7.2. У стовпці С – значення зі стовпця В, змінені множенням на випадкову величину в межах ± 10% (зверніть увагу на рядок для формул)

Припустимо, що за значеннями в стовпці С нам треба встановити параметри, за якими побудована послідовність в стовпці В (а самі значення в стовпці С можна розглядати, як вимірювання значень в стовпці В з певною похибкою). Нам треба побудувати ще одну послідовність, яку ми будемо будувати відповідно до обраної нами закономірності та «підганяти» (змінювати таким чином, щоб максимально наблизити) цю закономірність під значення в стовпці С. Ми зробимо це в стовпці Е. Заповнимо стовпчик Е такою ж послідовністю, як і стовпець В, тільки замість невідомого нам (по стовпцю С) значення г введемо (в клітинку E3) значення <sup>с</sup>г – наближення до г. Ми можемо поставити <sup>с</sup>г яким завгодно – наприклад, рівним 1, як це зроблено на рис. 7.3. Тепер ми можемо порівняти наявні у нас значення в стовпці з С наближеннями до них в стовпці Е. Для цього порівняння в стовпці F у кожному рядку розрахуємо квадрат різниці між відповідними значеннями з C і E. У комірці E4 розрахуємо суму всіх таких квадратів різниці між значеннями з двох рядів. На рис. 7.3 показані формули, завдяки яким це зроблено.

Можна сказати, що у стовпці Е знаходиться модель оригінала, що перебуває у стовпці С; стовпець С є штучно спотвореною моделлю ряду, що перебуває у стовпці А. Таким чином, у стовпці Е перебуває непряма модель послідовності зі стовпця А.

Файл	і Змі	ни Перегл	пяд Вс	тавка Форм	ат Стил	і Аркуш
	• 🖻	• 🔄 •	🛔 Зада	ти назву	<1	3 🖌
	-2	× •	<b>@</b>		<u>.</u>	Ibuntu Coi
E7		•	in Σ	= = =E6+E	6*E\$3	
	А	В	С	D	E	F
1	Bo	тановления	значен	ня біотичного	потенціа	лу (г) попу
2		исельності	, що зро	блені зі випад	ковою по	хибкою в
3	N	=1		-1	1	
4		-0.14		5/(N-N)-2)=	1 69E+30	
5		N	'N	2((1 1) 2)-	-N	(NN)^2
6	0	1	1		1	0
7	1	1 14	1		2	1
8	2	1,2996	1		4	9
9	3	1.481544	1		8	49
10	4	1.68896	2		16	196
11	5	1.925415	2		32	900
12	6	2,194973	2		64	3844
13	7	2,502269	2		128	15876
14	8	2,852586	3		256	64009
15	9	3,251949	3		512	259081
16	10	3,707221	3		1024	1042441
17	11	4 226222	C		2040	4172940



ня бютичного потенціалу (ґ) попул: блені зі випадковою похибкою в мє

°r=	1	
Σ((N-"N)^2)=	1,69E+30	
	-N	(N-'N)^2
	1	0
	2	1
	4	9
	8	49
	16	196
	32	900
	64	3844
	128	15876
	256	64009
	512	259081
	1024	1042441
	2048	4173849

Рис. 7.3. Побудова послідовності, що завдяки процедурі оптимізації має наблизитися до експоненційної послідовності, параметр г в якій є «невідомим» для інших стовпчиків моделі, ніж стовпчик В. Праворуч показано приклад формули, що розраховує експоненційну послідовність на підставі значення г; праворуч – приклад формули, що розраховує квадрат різниці між «вимірами з похибкою» та нашим наближенням

Зверніть увагу на важливу обставину. Ми будуємо наближення до ряду «вимірів з похибкою», яке підкоряється експоненційному закону. Завдяки цьому ми плануємо узнати параметр г, за яким побудовано «невідому» нам справжню експоненційну послідовність. Ми сподіваємося, що, оскільки членів цієї послідовності досить багато (на рис. 7.2 можна побачити, що ми розглядаємо перші 50 значень ряду експоненційної послідовності), похибки врівноважать одна одну, і ми досить точно узнаємо «справжнє» значення г. Чи важливо для нас, з якого значення <sup>-</sup>г ми почнемо наші пошуки? Ні! Важливо не те значення, з якого ми почнемо, а те, як ми будемо наближатися до тієї величини, яку ми шукаємо. До речі, у складних задачах оптимізації з багатьма параметрами на результат пошуку впливає, з якого початкового значення ми будемо починати, але в цьому прикладі ми можемо почати з будь-якого значення (перевірте самі!).Як визначити, наскільки добре ми отримали наближення? Розрахувати міру невідповідності моделі і оригіналу (у нашому випадку – експоненційного зростання, що розраховане на підставі <sup>-</sup>г та ряду «вимірів з похибкою»). Розрахуємо цю міру у комірці **Е4** (на рис. 7.4 можна побачити, що у разі значення <sup>-</sup>г, узятого ряду «зі стелі» значення міри невідповідності буде дуже великим). На рис. 7.4 ця міра невідповідності позначена формулою, але ми можемо застосувати до неї позначення **G** (від англ. *дар* – розрив). Крім того, на рис. 7.4 показано, як викликати функцію «*Засоби / Підбір параметра…*».

									Search.ods - LibreOffice Calc
Файл	1 Змі	ни Перегл	ляд Вс	тавка	Форма	ат Сти	лі Аркуш	Дані	Засоби Вікно Довідка
E4	•	• 🛃 • . 🐙 . •	🛓 Зада 🖻	ти назв	y E	₹ </td <td>🗗 🔏</td> <td>ndei 🗸</td> <td>Перевірка орфографії… F7 Автоматична перевірка правопису Shift+F7 Тезаурус… Ctrl+F7 Moва ↓</td>	🗗 🔏	ndei 🗸	Перевірка орфографії… F7 Автоматична перевірка правопису Shift+F7 Тезаурус… Ctrl+F7 Moва ↓
	A	В	С		D	E	F	G	Параметри автозаміни
1	Bo	тановления	значен	ня біо	тичного	потенціа	алу (г) попу	ляції, я	Підбір параметра
2		исельності	, що зро	блені :	ві випади	овою по	хибкою в	межах ±	Розв'язувач
3	N	=1			r= 1				Залежності 🕨
4	ŗ	= 0,14		Σ((N-	N)^2)=1	,69E+30			Сценарії
5	t	N	'N			~N	(N-'N)^2		Форми
6	0	1	1			1	0	800	Полілитика од таблиција
7	1	1,14	1			2	1	700	подлитися ел. таолицею
8	2	1,2996	1			4	9	600	Захистити аркуш
9	3	1,481544	1			8	49	500	Захистити електронну таблицю
10	4	1,68896	2			16	196		✓Автоввід
11	5	1,925415	2			32	900	400	
12	6	2,194973	2			64	3844	300 -	макроси
13	7	2,502269	2			128	15876	200	Налаштування фільтрів XML
14	8	2,852586	3			256	64009	100	Керування розширеннями Ctrl+Alt+E
15	9	3,251949	3			512	259081		Налаштувати
16	10	3,707221	3			1024	1042441	0	
17	11	4,226232	5			2048	4173849		Hopomerphin Alter 12

Рис. 7.4. У комірці Е4 розраховується G – міра невідповідності моделі та оригінала; показано, як викликати діалог «Підбір параметра...»

З'явиться діалог, в якому ми повинні будемо вказати цільову комірку з функцією, що залежить від змінною комірки. Зазначимо, що ми хочемо отримати в цільовій комірці значення 0 (це, звісно, неможливо, оскільки відповідає випадку ідентичності значень у двох стовпцях; в усякому разі, LO Calc буде намагатися наблизитися до цього значення). Змінна комірка – осередок зі значенням «г (рис. 7.5).

										Search.ods	- LibreOffice Calc	
Файл	змі	ни Перегл	яд В	ставка Форм	иат Стил	і Аркуш	Дані	Засоб	и Вікн	ю Довідк	a	
	• 🗎	- 🔄 - 📜	🛔 Зад	ати назву		3 2 3	6	<u>a</u>	199	- e0 -   (	X ^bs  ⊞ • 🎚	• 🗐 •
	6	*	18		√@ »	Ubuntu	Conde	•	14	• a	$\alpha$ <u>a</u> a <sup>b</sup> a <sub>b</sub>	<u>a</u> - E
		-	Sec. 1	$\Sigma =  $								
	A	В	С	D	E	F	G		н	1	J	K
1	Bo	тановления	значе	ння біотичного	о потенціа	лу (г) попул	яції, ян	ка експ	оненцій	но зростає.	за результатами вим	lipis îi
2	4	исельності,	що зр	облені зі випад	ковою по	хибкою в м	exax ±	10% (3)	викори	станням зас	обу "Підбір парамет	pa")
3	N	= 1			1			1		1		1
	•	-0.14		T/(N-N)42)-	1 605.20	-		Порів	вняння	"ідеального	" (N) та "виміряного	0
5		- 0,14 N	'N	2((1-1) 2)-	~N	(NN)42		зп	охибко	ю" ("N) екст	оненційного росту	
6	0	1	1		1	0	800	_				
7	1	1 14	1		2	1	700	-	N			1
8	2	1 2996	1		4	9	600	-	N			
9	3	1 481544	1		8	49	000					
10	4	1.68896	2		-		Em l	óio na	DAMAT			
11	5	1.925415	2				шд	oib iia	рамен	ha	<u> </u>	1
12	6	2,194973	2	Типо	ові паран	метри						1
13	7	2,502269	2	Ko	winka a d	00000000	CECA				Таразд	
14	8	2.852586	3	KU	mibra 2 d	opmynoro.	21.34				Скасивати	
15	9	3,251949	3	L	цільове з	начення:	0				Скасувати	
16	10	3,707221	3		20		-			2/-	Довідка	6.0
17	11	4,226232	5		Змінна к	омірка:	\$E\$3	62 m		9		80 80
18	12	4,817905	5		4096	16/36281				1		
10	43	F 403411			9103	(703(0(0						

Рис. 7.5. LO Calc буде мінімізувати (наближати до 0) значення у комірці Е4, змінюючи значення в комірці Е3

Природно, значення в цільовій комірці не може досягти 0. LO Calc знаходить найкраще наближення і повідомляє про це (рис. 7.6).

		a a prosector	oran da						Sea	arch.ods -	LibreOffic	e Calc	
Файл	п Змін	ни Перегл	1яд В	ставка Фор	мат Сти,	лі Аркуш	Дані	Засоби	Вікно	Довідка			
	- 🖻	• 🛃 • 🔒	🔒 Зад	ати назву		3 🖌	B 6	• <u>a</u>	· 🔊 -	e - (	🗙 Abç	•	• 🖻 •
	2	8	R		<b>X</b> •  (	Ubuntu Co	ondei	• 14	•	aα	<u>a</u> ab a	ьа	• 🔳 •
		•	In 1	Σ = [									
	А	В	С	D	E	F	G	H	H	1	J		K
1	Bo	тановления	значе	ния біотичног	о потенија	алу (г) попу	Ляції, я	ка експон	енційно	300CTAE, 32	а результата	ми вим	iois Tř
2	4	исельності,	що зр	облені зі випа	дковою по	охибкою в	межах ±	10% (з ви	користа	нням засоб	у "Підбір п	араметр	oa")
3	N	=1		10	#N/A				1				
4	ſ	= 0.14		Σ((N-N)^2)	1.69E+30		_	Порівня	яння "іде	еального"	(N) та "вим	пряного	
5	t	N	'N		-N	(N-"N)^2		3 NOX	NO KOIO"	(N) excno	ненційного	росту	
6	0	1	1		1	0	800						
7	1	1,14	1		2	1	700	-N					1
8	2	1,2996	1		4	9	600	— N					
9	3	1,481544	1		8	49	500						
10	4	1,68896	2										
11	5	1,925415	2	_			Li	breOffice	e Calc			o <u>—</u>	/
12	6	2,194973	2	Ти	Dialfoaru	4 D 2 D 2 M 0 T		38000					
13	7	2,502269	2	k	пдюрати	парамет	рневд	алося.					
14	8	2,852586	3		Вставити	найближ	чезнач	ення (0,1	41106)	/змінюва	ну комірку	v D	
15	9	3,251949	3		будь-яко	му разі?				and an and a state		-	
16	10	3,707221	3				1	ar )	Hi			14	6.0
17	11	4,226232	5				_	dk	m			-	6- 6P
18	12	4,817905	5		4096	16/36281		1	T.				
10	12	F 403411	r		0103	(703(0(0			1				

Рис. 7.6. LO Calc запропонував прийняти найкраще наближення, яке він знайшов

Після того, що знайдене наближення буде прийнято, програма підставить його в комірку для г. Треба зазначити, що наближення виявилося зовсім непоганим (рис. 7.7).

										S	earch	.ods	- Li	bre	Offic	e Ca	alc		
<b>Рай</b> л	і Змі	ни Перегл	іяд Вст	авка Фор	мат Стил	пі Аркуш	Дані	3a	соби	Вікн	о До	відк	a						
	· 🗗	· 🛃 · 🤰	🛔 Задат	и назву 📕		3 🖌	림 🕻	•	<u>a</u>	6	• @		X	Ab	5	• 🗄	·	•	÷
4	6	) <u>(</u>	R	•	<b>V</b>  [	Ubuntu Co	onder	•	14	-	a	α	₫	a	þ a	ь	a	• [	=
4		-	ž D	= =SUN	1(F6:F56)														
	A	В	С	D	E	F	G		ł	1	1				J			1	ĸ
1	Bo	тановлення	значени	ня біотичног	о потенціа	лу (r) nony	ляції, я	кае	кспон	енційн	10 300	стає,	за р	езул	ьтата	ми в	имі	pibi	iï
2	4	исельності,	що зро	блені зі випа	дковою по	хибкою в м	межах ±	10%	(3 BH	корист	анням	1 380	06y	"Під	бір па	арам	етра	a")	
3	N	=1			0 141106			-		1									
4		= 0.14		5((N-N)^2)	14476 653			П	орівня	ння "	деаль	HOL	)" (N	) та	"вим	ірян	ого		
5	- 1	N	'N	211.1.1.1.2	-N	(N-N)^2			з пох	ибкою	" ('N)	екс	поне	нцій	ного	poc	ту		
6	0	1	1		1	0	800		1222										
7	1	1.14	1		1.141106	0.0199109	700	-	-N										
8	2	1,2996	1		1.3021229	0.0912782	600	-	- N										
9	3	1.481544	2		1,4858603	0.2643397													1
10	4	1,68896	2		1,6955241	0.0927056	500											1	1
11	5	1,925415	2		1,9347727	0,0042546	400											1	_
12	6	2,194973	2		2,2077807	0,0431728	300										-	/	
13	7	2,502269	2		2,5193118	0,2696848	200									_	/		
14	8	2,852586	3		2,8748018	0,0156746	100												
15	9	3,251949	3		3,2804536	0,0786542	100						_	-	-				
16	10	3,707221	3		3,7433453	0,5525622	0	2	6 9	2.5			-	-	0.0	-	2	5	2
17	11	4,226232	5		4,2715538	0,5306339		Ĩ.,	Č Č	YY	A 1	10	1	· 7	2.2	.9	Den	pe.	be,
18	12	4,817905	5		4,8742956	0,0158016													
19	13	5,492411	5		5,562088	0,3159429													
20	14	6,261349	6		6,346932	0,1203618													
21	15	7,137938	8		7,2425222	0,5737726				1									
22	16	8,137249	7		8,2644855	1,5989236				1									
23	17	9.276464	9		9,430654	0,1854629				-									

Рис. 7.7. Результат підбору параметра. Наближення (0,1411) відрізняється від значення, яке треба було встановити (0,14), але відповідність цілком непогана

Чи можна покращити цей результат? Без сумнівів. Один з шляхів є таким. У якості міри **G** (невідповідності між моделлю та оригіналом) ми застосовували суму квадратів відхилень: **G**<sub>1</sub>=**Σ((N-<sup>-</sup>N)**<sup>2</sup>). Втім, можливі й інші рішення. Ряд, з яким ми працюємо, зростає прискорено. Перший член ряду – 1, п'ятидесятий – 700; розходження на 1% відносно першого члену ряду відповідає 0,01, а відносно п'ятидесятого – 7. Як зробити так, щоб зменшити вплив «масштабу»? Перевірте самостійно, наскільки зміниться точність оцінки **г**, якщо мінімізувати величину **G**<sub>2</sub>=**Σ((N-<sup>-</sup>N)**<sup>2</sup>/(N+<sup>-</sup>N))!

#### 7.2. Пошук рішення з кількома параметрами

LO Calc має і інструмент для пошуку оптимального рішення задач з кількома змінними. Це «*Розв'язувач…*», посилання на який можна побачити на рис. 7.4 під посиланням на «*Підбір параметра…*» у меню «Засоби». На жаль, цей інструмент LO Calc є більш слабким, ніж аналогічний інструмент в MO Excel, оскільки працює лише з лінійними рівняннями (тобто, може бути використаним лише в відносно простих випадках). Втім, насправді LO Calc є більш потужною програмою, оскільки для нього існує розширення <u>NLPSolver<sup>22</sup></u>, що є придатним для нелінійних задач.

Щоб розглянути роботу засобів для пошуку рішення з кількома змінними, використовуємо дані про вік і довжину тіла 100 самиць озерних жаб, *Pelophylax ridibundus*, що узяті з дисертаційної роботи О. Є. Усової (2016).

Наша задача – встановити, за якою закономірністю відбувається збільшення розмірів цих жаб з віком. Інакше кажучи, знайдемо рівняння регресії (від лат. *regressio* – «зворотний рух», тобто перехід не від рівняння до значень, а навпаки – від значень до рівнянь). Використаємо для цього моделювання. Позначимо вік особин літерою **A**, а довжину – **L**. Врахуйте, що в моделях, що описують зростання особин, деякі позначення можуть мати інший сенс, ніж в моделях, що описують популяційну динаміку (букв в абетці не вистачає!).

Найпростішою математичною моделлю, що може бути застосована для опису зростання особини, є пряма лінія: **y** = **a** + **b**\*x. Коефіцієнт **b** визначає кут, під яким проходить ця пряма (наприклад, якщо **b**=1, ця пряма проходить під кутом 45° проти годинникової стрілки відносно вісі абсцис). Коефіцієнт **a** визначає зсув догори або униз цієї прямої відносно початку координат (якщо **a**=1, ця пряма проходить через початок координат). Змоделюємо зростання жаб, дані про яких наведені в табл. 7.1, за допомогою такого рівняння.

Вік	Довжина								
4	245	3	347	5	462	7	644	6	859
3	263	5	349	3	464	5	650	7	861
3	291	3	358	4	486	7	672	5	865
3	304	4	358	5	502	4	685	9	867
3	305	3	359	4	522	5	689	7	868
4	306	4	373	7	524	6	702	6	871
4	310	5	376	5	549	5	715	6	878
3	312	3	378	6	549	9	722	7	883
3	313	4	379	3	557	5	729	7	895
3	319	3	383	6	560	6	743	7	901
5	320	5	384	6	566	7	755	7	903
3	322	5	395	7	568	7	759	10	931
3	324	3	396	6	591	8	785	8	934
3	326	4	408	4	595	8	790	10	959
4	326	3	410	6	596	5	792	8	979
4	335	4	420	7	607	5	801	7	990
4	339	5	424	7	619	7	805	6	1026
4	342	5	425	6	620	8	822	7	1042
5	344	6	434	6	634	8	828	7	1055
5	345	5	447	6	642	6	852	8	1211

Таблиця 7.1. Вік (в роках) і довжина тіла (в 0,1 мм) 100 самиць озерних жаб, Pelophylax ridibundus (Усова, 2016)

Підхід, що ми використаємо, буде аналогічним такому у попередньому випадку. У нас є дані про **A** та **L**, що залежить від **A**. Це – емпіричні дані, вони не залежать від нас. Ми змоделюємо **L** за допомогою величини <sup>~</sup>L (**L** з тильдою), яка буде залежати від коефіцієнтів **a** і **b**: ~**L** = **a** + **b**\***A**. Для цього треба задати певні значення коефіцієнтів **a** і **b** та розрахувати для

кожної особини, залежно від її віку, очікувану згідно з моделлю довжину тіла <sup>~</sup>L. Модель буде гарною, якщо для усіх жаб емпіричне L та розраховане <sup>~</sup>L будуть добре відповідати одне одному. Щоб забезпечити таку відповідність, нам треба буде визначити міру відмінностей між моделлю та емпіричними даними G, а потім мінімізувати G, змінюючи a і b. Як це зробити, показано на рис. 7.8.

	• 🖻	• 🛃	• 着 Задат	ги назву	1 KI E		- 6	· 🛃	• 🗯 Зад	ати назву			• 🖻	•	• 🝰 Зада	ти назву	
1	3		•			🗔	3	*	•		<b>.</b>		5	)	•		
C7			- <u>5π</u> Σ	= =D\$	3+D\$4*A7	D7			- 50	Σ = (Β	7-C7)^2	D1			▼ 3 ≥	= =	M(D7:D106)
	A	B	C	D	E		Α	В	С	D	E		Α	В	C	D	E
1			G=E(L-L)2=	39598328		1	1-1		G=E(L-L)2	= 39598328		1	-1-1	wh*A	G=E(L-L)2=	39598328	
2	L=i	a+D"A	1.0			2	L=d	+0 A				2	L=c	HTU A			
3			<b>a=</b>	1		3			а	=1		3			a=	1	
4		1	b=	1		4			b	=1		4			b=	1	
5						5						5					
6	A	L	-L	(LL)2	1000	6	Α	L	1	(L-"L)2		6	A	L	1	(L-~L)2	
7	4	245	5	57600		7	4	245	5	57600		7	4	245	5	57600	
8	3	263	4	67081		8	3	263	4	67081		8	3	263	4	67081	
9	3	291	4	82369		9	3	291	4	82369		9	3	291	4	82369	
10	3	304	4	90000		10	3	304	4	90000		10	3	304	4	90000	
11	3	305	4	90601		11	3	305	4	90601		11	3	305	4	90601	
12	4	306	5	90601		12	4	306	5	90601		12	4	306	5	90601	
13	4	310	5	93025		13	4	310	5	93025	6	13	4	310	5	93025	
14	3	312	4	94864		14	3	312	4	94864	0	14	3	312	4	94864	
15	3	313	4	95481		15	3	313	4	95481		15	3	313	4	95481	
16	3	319	4	99225		16	3	319	4	99225		16	3	319	4	99225	
17	5	320	6	98596		17	5	320	6	98596		17	5	320	6	98596	
18	3	322	4	101124		18	3	322	4	101124		18	3	322	4	101124	
19	3	324	4	102400		19	3	324	4	102400		19	3	324	4	102400	
20	3	326	4	103684		20	3	326	4	103684		20	3	326	4	103684	
21	4	326	5	103041		21	4	326	5	103041		21	4	326	5	103041	
22		225		100000		22	4	225	E .	109000		22	4	225	E	100000	

Рис. 7.8. Показано формули, що потрібні для розрахунку «L та G

Щоб мінімізувати **G**, змінюючи **a** і **b**, необхідно інсталювати додаток NLPSolver. Те, як це робити, залежить від операційної с системи та іншого програмного забезпечення, яке встановлено на комп'ютері, яким ви користуєтеся. Наприклад, на Ubuntu, яким користується автор цього курсу, достатньо виконати такі команди: sudo apt update

sudo apt install libreoffice-nlpsolver

На Windows-комп'ютерах вирішення цієї задачі може бути більш складним (дякую Катерині Риковій, яка в цьому розбиралася!). Для встановлення NLPSolver на такий комп'ютер необхідно завантажити інсталяційний файл<sup>23</sup> та запустити його, погодившись зі всіма пропозиціями під час інсталювання. У разі виникнення помилки "Could not create Java implementetion loader", або повідомлення про необхідність jre-середовища, слід завантажити інсталятор Java звідси<sup>24</sup>, встановити його на комп'ютер, а після цього вже інсталювати NLPSolver.

Будемо виходити з того, що ви впоралися з установкою NLPSolver. Викликайте «*Розв'язувач*» (як це зробити, видно на рис. 7.4), задайте умови оптимізації (рис. 7.9). Врахуйте, що вирішити цю задачу ви зможете лише з встановленим NLPSolver.

<sup>23</sup> extensions.openoffice.org/project/NLPSolver

<sup>24</sup> download.cnet.com/Java-Runtime-Environment-JRE-64-Bit/3000-2213\_4-75317067.html

Д.А. Шабанов. Підручник за курсом «Імітаційне моделювання надорганізмових систем (з використанням LibreOffice Calc)» 57

	744		ooroon De	730V3 (04	CTURE ADDRESS BOL	1 32606	Frogsod	s - LibreOffice Ca	lc	
	- 10	• 🖂	- 🔒 Зада	ти назву	пистил Аркуш Даг	n sacoo	и ыкно доыд	Or Abs m + 1	<b>1</b> • 1	- 🗆
								28. Y (	1 -	_
	- G	×			Wie w Ubuntu Con	der 💌	10 - 2	a a a a	b 💾 *	= ·
			▼ # 2							
	A	В	с	D	E F G	Н	1	J	к	
	-1		G=E(L-TL)2=	39598328			Dose asvesu			
	L=d	HTU'A		1.1.1.1.1.1.1			Розв язувач		_	
			a=	1	Цільова комірка	\$0	0\$1			
			b=	1		TRO				
					On manaybally pesynare	THO O	Максимум			
	A	L	-1	(LL)2			Мінімум			
	4	245	5	57600			_			-
	3	263	4	67081		0	Значення			
_	3	291	4	82369	Змінюючи комірки	Sr	\$3.5054			
)	3	304	4	90000	-	2	, 42, 42, 43			
	3	305	4	90601	Умови обмеження					
2	4	306	5	90601	Посилання на комірк	(y	Операція	Значення		
3	4	310	5	93025			<- *			
	3	312	4	94864						
	3	313	4	95481	-	9	<= •		ę	=
	3	319	4	99225						
	5	320	6	98596	-	9	<= •		E.	=
	3	322	4	101124						(m)
2	3	324	4	102400			<= •		E I	
)	3	326	4	103684				-	-	
	4	326	5	103041	Параметри		Довідка	Закрити	Pose'	язати
	4	335	5	108900			-			_

Рис. 7.9. Задані цільові та змінні комірки

Щоб обрати алгоритм, зайдіть у меню «*Параметри*». В діалозі «*Механізм розв'язувача*» ви можете обрати один з чотирьох алгоритмів (рис. 7.10).

Порівняємо ці алгоритми. Запропонуємо початкові значення: **a=1; b=1**. Як при використанні «*DEPS Evolutionary Algorithm*», так і при використанні «*SCO Evolutionary Algorithm*» з параметрами за замовченнями перший запуск розв'язувача дає **a=4; b=4**. Це є наслідком того, що ці алгоритми шукають рішення на віддаленні від початкового значення, що не перевершує певний ліміт. Обидва параметри можуть змінюватися не більш, ніж в 4 рази. Другий запуск закінчується на значеннях **a=16; b=16**, третій – **a=64; b=64**, а ось четвертий – **a=21,911; b=105,836**. Останнє значення не знінюється при наступних запусках розв'язувача. Спроба обрати «*Лінійний розв'язувач LibreOffice*» нічим хорошим не закінчується: програма повідомлює, що даний випадок є нелінійним. Якщо обрати «*Ройовий нелінійний розв'язувач LibreOffice (експериментальний)*», розв'язувач на певний час завмирає, а потім відразу знаходить рішення **a=21,911; b=105,836**.

					Frogs.ods - LibreOffice Calc	
Файл	1 Змін	ни Пе	ерегляд В	ставка	Формат Стилі Аркуш Дані Засоби Вікно Довідка	
	• 🖻	• 🗐	• 🗯 Зад	ати наз		
Þ	<u>⊡</u> §	$\overset{(0)}{\asymp}$	•		$ \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$	
			▼ fic	$\Sigma =$	Параметри	8
	A	В	c			1
1	1=2	+h*A	G=Σ(L-L)2	= 395	Mexанізм розв'язувача: DEPS Evolutionary Algorithm 👻	
2				_	DEPS Evolutionary Algorithm	٩.
3			a	= 1	Accelerational Sco Evolutional y Algorithm	
4			b	= 1	Agent Switch Rate (DE Ройовий нелінійний розв'язувач LibreOffice (експериментальний)	
5				-	Cassume Non-Negative variables	Τ.
6	A	L	-1	(Ŀ	DE: Crossover Probability (0-1): 0,9	
7	4	245	5		DE: Scaling Factor (0-1.2): 0,5	
8	3	263	4	1	De Georgibles Georgiacite d' 404	
9	3	291	4	1	PS: Cognitive Constant: 1,494	
10	3	304	4	1	PS: Constriction Coerricient: 0,729	
11	3	305	4	1	PS: Mutation Probability (0-0.005): 0	
12	4	306	5	1	PS: Social Constant: 1,494	
13	4	310	5	1	Show enhanced solver status	
14	3	312	4	1	Size or Swarm: 70	
15	3	313	4	1	Stagnation Limit: 70	
16	3	319	4	1	Stagnation Tolerance: 0,000001	
17	5	320	6	1	U Use ACR Comparator (Instead of BCH)	
18	3	322	4	1	Use Random starting point	
19	3	324	4	10	Variable Bounds Guessing	
20	3	326	4	1	Variable Bounds Threshold (when guessing): 3	
21	4	326	5	1	Змінити	
22	4	335	5	10		
23	4	339	5	1	Повілка Гаразлі Скасивати	1
14 4	b bi		Annual	-	Avoidka Ckacybain	J

Рис. 7.10. Якщо ви встановили NLPSolver, ви можете обирати один з чотирьох алгоритмів

Щоб зрозуміти, що ми отримали, додамо діаграму. Виділимо дані у стовпчиках А, В і С. Пройдемо шляхом «Вставка/ Діаграма.../Діаграма XY/Лінії та точки». Оберемо опції «Рядки даних у стопбцях» та «Перший стовпчик як підпис». Додамо необхідні підписи. Ми отримаємо щось на кшалт діаграми, показаної на рис. 7.11.

0-7			-								Frogso	ds - LibreOffic	e Calc
Файл	n 3M		Ряд дан	вставка их 'емпір	Форн ічні_да	мат за эні' <del>–</del>		вікно	дові	дка бласть побуд	дови діаграми	🤊 🔒 🖻	) 📕 🗉 d
N28			• <u>5</u>	Σ =									
	A	В	С	D	E	F	G	H		1	J	К	L
1	L=a	+b*A	G=Σ(L-L) <sup>2</sup> =	2085275			uia sela			-			
3			a=	21,91163	Апро	оксима	ціязвя	зку мі	K BIKO	м та довжи	ною самок с	озерних жао	
4			b=	105.83582			38	допом	огою	лінійної за	лежності		
5			-			1400 -							
6	A	L	-L	(L-L)2				мпіриц	ม่ กอเ	ai			
7	4	245	445,254922	40102,034		1200 -	-	าเม่นีมจ	2200	HICTL	~		
8	3	263	339,419099	5839,8787	9	1000	- '	innivinka_	Sanca		Вирізати	1	
9	3	291	339,419099	2344,4091	IN	1000			-		Konikona	ти	
10	3	304	339,419099	1254,5126	0	800			-6-		Konnoba	10	
11	3	305	339,419099	1184,6744	Ла			-			Вставити	4	
12	4	306	445,254922	19391,933	aT	600 -	-		-		Формат	рядів даних	
13	4	310	445,254922	18293,894	KMH	400				-0 -	Полоти		
14	3	312	339,419099	751,80698	OBO	400					додати	підписи даних	
15	3	313	339,419099	697,96878	4	200 -					Вставити	и лінію тенден	ції
16	3	319	339,419099	416,9396							Вставити	и лінію середн	ього значення
17	5	320	551,090745	53402,932		0+			-		Вставит	и позначки по	хибок за Х
18	3	322	339,419099	303,425		2	3	4	5	0 /	Detabut		wifey as V
19	3	324	339,419099	237,74861					Bik	(повних рок	і	позначки по	хиоок за т
20	3	326	339,419099	180,07221							Розташу	вання	•
21	4	326	445,254922	14221,736		1					Тип ліаго	ами	
22	4	335	445,254922	12156,148							ni-		
23	4	339	445,254922	11290,108							Діапазоі	ни даних	
24	4	342	445,254922	10661,579									
25	5	344	551,090745	42886,577									
26	E.	245	551 000745	42472 205		1			1.0			1	

Рис. 7.11. Щоб зробити цю діаграму зрозумілою, слід для емпіричних даних залишити тільки піктограми, а для розрахованої залежності – тільки лінію

Після певної перебудови (увійти у графік, клікнути правою клавішею миші на лінії, обрати « *Формат рядів даних…»* та відредагувати, як слід, можна отримати таку діаграму, як на рис. 7.12.

										Fro	gsod	s - Lib	reOff	ice Cal	c	
Файл	змі	іни Пе	ерегляд Вс	тавка Фо	рмат	Стилі А	ркуш Д	цані За	соби	Вікно	Довід	ка				
	• 🖻	· 🛃	• 着 Зада	ти назву			8	· 🛱 ·	<u>a</u>	G.		X	Abc	• 🗐		• 🖭
		X	•			Ubun	tu Cond	ei 👻	10	- 6	1 a	a	ab a	a <sub>b</sub>	1 -	
N8			- 5 X	:= [												
	А	В	С	D	Е	F	G		н		1	1	J			к
1	-		G=Σ(L-"L)2=	2085275			1									
2	L=a	a+D-A			Апр	оксима	11 II 38'S	ISKV MID	ж віко	м та л	овжин	ою с	амок	озерн	их ж	ka6
3			=6	21,91163		onen la	37	лопом	огою	лінійн	оїзал	ежно	сті	osepin		
4			b=	105,83582			50	допом	01010	//	OI DUN	CARIO	cii			
5						1400 -	_									i i
6	A	L	-L	(LL)2		1000	×	емпірич	ні дан	ні		~				
7	4	245	445,254922	40102,034		1200 -		лінійна	залеж	кність		^				
8	3	263	339,419099	5839,8787	5	1000 -		1		x	X	~	-	/		_
9	3	291	339,419099	2344,4091	I M				×	×	M	8	×	×		
10	3	304	339,419099	1254,5126	0)	800 -			8	×	ê	X				-
11	3	305	339,419099	1184,6744	Ла	600		×	2	×	š		~			
12	4	306	445,254922	19391,933	t d	000 -	×	×	X	×	8					1
13	4	310	445,254922	18293,894	НИХ	400 -	×	-		×	2014-2					
14	3	312	339,419099	751,80698	OB	0			×							
15	3	313	339,419099	697,96878	4	200 -		^								
16	3	319	339,419099	416,9396		0										
17	5	320	551,090745	53402,932		0+	2	4	-	c	7	0	0	10		11
18	3	322	339,419099	303,425		2	3	4	5	0	1	0	9	10		11
19	3	324	339,419099	237,74861					Вік	(повни	х років	)				
20	3	326	339,419099	180,07221												
21	4	226	445 35 4033	14331 737										1		

Рис. 7.12. Щоб зробити цю діаграму зрозумілою, слід для емпіричних даних залишити тільки піктограми, а для розрахованої залежності — тільки лінію

Ми підібрали (методом найменших квадратів, тобто шляхом мінімізації розбіжностей між емпіричними даними та моделлю) лінійну залежність (лінію регресії), що описує зростання розмірів самиць озерних жаб зі збільшенням їх віку. Здається, у отриманого розподілу є одна цікава особливість: жаби старших вікових груп менші, ніж можна було чекати за отриманою залежністю, а жаби середніх вікових груп – або більші, або менші. Як в цьому впевнитися?

#### 7.3. Приклад аналізу результатів за допомогою умовного форматування

Побудуємо розподіл жаб кожної вікової групи відносно того розміру, який ми вважаємо для цієї групи характерним (згідно з моделлю, отриманою на рис. 7.11). У стовпчику **B** у нас містяться справжні розміри жаб, у стовпчику **C** – очікувані згідно з нашою моделлю ("L=21,9+105,8\*A). Розрахуємо у стовпчику **E** відносний розмір жаби (у порівнянні з очікуваним). У стовпчику **F** визначимо, до якої з розмірних груп належить кожна жаба. Для цього розділимо шкалу відносного розміру на 6 рівних діапазонів між мінімальним та максимальним відносним розміром. Округлимо відносний розмір кожної жаби до одного з цих класів. Це дасть 7 розмірних класів (менше першого; перший; другий, третій, четвертий, п'ятий та шостий). Клас «менше першого» буде представлений нулем; щоб усі номері класів відповідали натуральним числам, додамо до їх номерів одиницю. Ми отримаємо 7 розмірних класів, як показано на рис. 7.13. До речі, ви розумієте причини, за якими 1-му і 7-му класу відповідають вдвічі вужчі діапазони, ніж іншим? Це ті самі причини, за якими вдвічі меншими були першій і останній класи розподілу, який ми розглядали на рис. 7.1.

При побудові розподілів для кожного віку (на нижньому скрині на рис. 7.13 вони знаходяться у стовпчиках I – P) слід вказувати ті діапазони рядків, що відповідають особинам певного віку.

E7			-	fx Σ	= =B7/	/C7	F7			- Fre	Σ = =RO	UND(6*(	E7-MIN(	E\$7:E\$	106))/	(MAX(E	\$7:E\$10	06)-MIN	(E\$7:E\$	106));)	+1
-	A	В		C	D	E		A	B	C	D	E	F		G	н	1	J	K	L	N
1	4.	-aub #A	G	= <mark>Σ(L-"L)</mark> 2=	2085275		1			G=Σ(L-L	) <sup>2</sup> = 2085275										
2		-dTU A					2	1=	a+D-A												
3				a=	21,9116		3				a= 21,9116										
4				b=	105,836		4				b= 105,836										
5							5														
6	A	L		-L	(L-L)2	1111	6	A	L	-L	(LL)2										
7	3	263	339	,419101	5839,88	0,77	7	3	263	339,4191	01 5839,88	0,77	2								
8	3	291	335	9,419101	2344,41	0,86	8	3	291	339,4191	01 2344,41	0,86	3								
		[17			▼ 3π Σ	<b>E =</b> = c	OUNTIF	\$F\$7:	\$F\$25;	\$G7)											
			А	В	С	D	E		F	G	Н	1	J	K	L	М	Ν	0	Р		
		1	1-	a+h*A	G=Σ(L- <sup>-</sup> L) <sup>2</sup> =	= 2085275															
		2		0.0 A																	
		3			a=	21,9116															
		4			b=	105,836															
		5																			
		6	Α	L	1	(LL)2						3	4	5	6	7	8	9	10		
		7	3	263	339,419101	5839,88	0,77		2	1	Найменші	0	1	4	0	0	0	0	0		
		8	3	291	339,419101	2344,41	0,86		3	2 1	Набагато менц	ii O	1	4	0	0	0	0	0		
		9	3	304	339,419101	1254,51	0,90		3	3 1	Менші	1	7	6	1	4	0	1	0		
		10	3	305	339,419101	1184,67	0,90		3	4 (	Середні	9	4	3	8	4	4	1	2		
		11	3	312	339,419101	751,807	0,92	1	3	5 1	Більші	6	2	1	2	7	2	0	0		
		12	3	313	339,419101	697,969	0,92		3	6 1	Набагато більш	ui 2	1	3	4	2	0	0	0		
		13	3	319	339,419101	416,94	0,94		3	7 1	Найбільші	0	1	2	0	1	1	0	0		
		14	3	322	339,419101	303,425	0.95		3												

Рис. 7.13. На трьох фрагментах скрінів можна побачити формули, за якими побудовано розподіли. Розберіться, як працюють ці формули!

Ви зрозуміли, чому відрізок між мінімальним та максимальним відносним розміром треба було розділити на 6 відрізків (або на іншу парну кількість)?. Розділ на парну кількість відрізків призведе (при звичайному округленні) до появи непарної, на одиницю більшої кількості класів. Середній клас (у нашому випадку, після застосування поправки на 1, це 4) відповідає особинам, розміри яких приблизно такі, як прогнозує модель.

Як покращити візуалізацію розподілу у таблиці, яку ми побудували у стовпчиках **І – Р**? За допомогою умовного форматування. Щоб викликати його варіант, який пропонований на рис. 7.14, слід пройти шляхом « *Формат / Умовне форматування… / Колірна шкала…*».

	Ум	овне форматування ,	цля I7:P13	8		
Умови					N	0
Умова 1						
Усі комірки	• ) [	Колірна шкала (3 значе	ення 💌			
Мін	•	Процентиль	• Макс	•		
	5	0			8	0
Світло-синій	-	#FFFF00	• Червоний	•	0	0
					0	0
					0	1
					2	0
					0	0
					1	0
						_
				1		
Renzy Ru	P.	Buur				
Додати Вид	лити Вг	ору Вниз		8	10.00	
Додати Вид Діапазон комірок	лити Вг	ору Вниз				

Рис. 7.14. Діалог настройки колірної шкали

Щоб підкреслити 4 розмірний клас, що відповідає середнім за розмірам особинам. Візьмемо його у рамку «*Формат / Комірки… / Обрамлення*» або після кліку правою клавішею миші «*Формат комірок / Обрамлення*». Кінець кінцем, ми отримуємо результат, показаний на рис. 7.15.

								Frog	gsod	s - Libr	eOffice	Calc				
Файл	1 Змі	ни Пе	ерегляд Вс	тавка Ф	ормат Ст	илі Аркуц	и Дан	і Засоби Вікно	Довід	ka						
	- 🖻	•	• 🏄 Зада	ти назву		8 😽	9	🗄 · 💁 🥱 ·	0.	Q'	Abc 🗄	•	l • 🛛	- <b>-</b>	- 6	- =
•	°°5	$\overset{\circ}{\mathbb{X}}^{[\mu]}$	•			Ubuntu C	Condei	• 10 •	a a	: <u>a</u>	a <sup>b</sup> a	ь	- 🗆	•	+ =	=
523			- fa Σ	:=												
	Α	В	C	D	E	F	G	Н	1	J	K	L	М	N	0	Р
1	1-2	ab*A	G=Σ(L-"L)2=	2085275												
2	L-6	TU A														
3			9=	21,9116												
4			b=	105,836												
5																
6	Α	L	۲L	(L-"L)2				Bik	3	4	5	6	7	8	9	10
7	3	263	339,419101	5839,88	0,77	2	1	Найменші	0	1	4	0	0	0	0	0
8	3	291	339,419101	2344,41	0,86	3	2	Набагато менші	0	1	4	0	0	0	0	0
9	3	304	339,419101	1254,51	0,90	3	3	Менші	1	7	6	1	4	0	1	0
10	3	305	339,419101	1184,67	0,90	3	4	Середні	9	4	3	8	4	4	1	2
11	3	312	339,419101	751,807	0,92	3	5	Більші	6	2	1	2	7	2	0	0
12	3	313	339,419101	697,969	0,92	3	6	Набагато більші	2	1	3	4	2	0	0	0
13	3	319	339,419101	416,94	0,94	3	7	Найбільші	0	1	2	0	1	1	0	0
																-

Рис. 7.15. Порівняйте цей спосіб візуалізації даних з тим, що показано на рис. 7.12! Ці два способи є взаємодоповнювальними...

В усякому разі слід зазначити, що розподіл особин за віком та розміром, що був отриманий емпірично, не дуже переконливо описаний за допомогою одного рівняння лінійної регресії...

#### 7.4. Дві лінійні залежності для двох внутрішньопопуляційних стратегій

Може, якщо однієї прямої недостатньо, можна спробувати дві? Це не єдиний шлях покращення застосованої нами моделі; наприклад, можна спробувати ускладнити залежність, яка апроксимує наявний розподіл. Втім, автор цього курсу робив такі спроби на подібному матеріалі та не був задоволений результатом. Ми розглянемо варіант, що відповідає концепції внутрішньопопуляційних онтогенетичних стратегій, яка викладена в цих двох статтях: Шабанов Д. А., Коршунов А. В., Кравченко М. А., Мелешко Е. В., Шабанова А. В., Усова Е. Е. Внутрипопуляционные онтогенетические стратегии скороспелости и тугорослости: определение на примере бесхвостых амфибий<sup>25</sup> // Вестник Харьковского национального университета имени В.Н.Каразина, серия "Биология". — 2014. — Вып. 22. — с. 115-124.

Усова Е.Е., Кравченко М.А., Шабанов Д.А. Внутрипопуляционные онтогенетические стратегии у зеленых лягушек (*Pelophylax esculentus* complex)<sup>26</sup> // Вісник Харківського національного університету імені В.Н.Каразіна, серія "Біологія". — 2015. — Вип. 25. — С. 223-238.

Задамо (поруч з попереднім блоком даних, щоб легше було порівнювати) дві модельні залежності, для <sup>-s</sup>L та <sup>-в</sup>L (від S — *small*, B — *big*). Розрахуємо відстань від кожної точки до найближчої прямої (формулу можна побачити на рис. 7.16). Ми впевнилися, що рішення, яке пропонує NLPSolver, залежить від початкової точки. Отже, задамо початкові значення для двох прямих так, щоб вони були наближені до попереднього рішення, але она з них йшла нижче, а друга — вище.

Запустимо «*Poзв'язувач*»; задамо цільову та змінні комірки; оберемо «*DEPS Evolutionary Algorithm*» або «*SCO Evolutionary Algorithm*» (рис. 7.17). Можна спробувати працювати і з опцією «*Poňoвий нелінійний poзв'язувач LibreOffice (експериментальний)*», але у автора цього посібника ройовий poзв'язувач при застосуванні у описуваній задачі видавав неадекватні рішення (збільшував, а не зменшував значення цільової комірки).

<sup>25</sup> batrachos.com/Ontogenetic\_strategies

<sup>26</sup> batrachos.com/UKSh\_2015\_IpOS

										Frogs.ods - L
Файл	1 Змін	ни Пер	егляд Встав	ка Форм	ат С	тилі	Аркуш	Дані Зас	оби Він	кно Довідка
	• 🖻	• 🛃 •	🗯 Задати на	азву	K	8	8	h 🖻 •	<u>a</u> <	⇒ - ⊘ - 🧯
	<b>B</b>	X	•		<b>~</b> •	Ubu	untu Con	dei 👻	10	· a a
٩L			- 5 Σ =	=MIN(	(G9-H9	9)^2;(G	9-19)^2)			
	A	В	С	D	E	F	G	Н	1	J
1	-1		G=Σ(L-~L)2=	2E+06		-sL=s	a+sb*A	G=Σ(mir	n(L-"L))2=	= 1168313
2	L=	d+U A				-BL=B	a+Bb*A			
3			=6	21,9116				sa=	20	
4			b=	105,836				sp=	90	
5					-			Ba=	25	
6							1	<sup>B</sup> b=	110	
7										
8	Α	L	۳L	(L-~L)2		Α	L	۶L	-BL	(min(L-~L))2
9	4	245	445,25492	40102		4	245	380	465	18225
10	3	263	339,4191	5839,88		3	263	290	355	729
11	3	291	339,4191	2344,41		3	291	290	355	1
12	2	304	220 /101 Рис. 7.16. Мо	1754 51 дель для де	юх пря	<mark>२</mark> мих, <sup>~s</sup> L	<mark>ан<sup>s</sup>b*Ат</mark>	<mark>⊃0∩</mark> a <sup>~B</sup> L= <sup>B</sup> a+ <sup>B</sup> b*	255	196

) айл	а Зміни	Перегля	ил Вст	авка	Форм	ат Сті	илі А	okvili	Лані	Засоби	4 Bik	Frog	<mark>s!!!.о</mark> Лові	ds - L
	· 🖻 • [	- I	Задат	и назв	y 🗍	R	8	W E	h (1)	<u>a</u> k		* (C	÷ -	Q
	5 8				4	( <b>0</b>	»   [ī	Jbuntu	Conde	-	10	-	) a	a
		-	sic Σ	=										
	A B	С	D	E	FG	Н	1	J		к		L	14	М
1	1=a+b*A	G=Σ(L-L)2=	2E+06		-sL=sa+sb*A	G=Σ(mi	n(L-"L))²	= 767953						
2		3-	21 0116		"L="d+"U"A	52-	20				-		-	
1		d- b=	105.836			sb=	90	0			-			
5						*a=	25						3	
5	-	-			_	*b=	120			-				-
						Розв	язува	34						8
5														
0	Цільов	а комірк	a		SJS1									
~														
1	Оптимі	зувати р	езульт	ат до										1
1	Оптимі	зувати р	езульт	ат до	ОМ	аксиму	ум							-
1 2 3	Оптимі	зувати <mark>р</mark>	езульт	ат до	<sup>р</sup> Ом	аксиму	ум							
1 2 3 4	Оптимі	зувати р	езульт	ат до	р () м () м	аксиму інімум	ум							-
1 2 3 4 5	Оптимі	зувати р	езульт	ат до	<sup>о</sup> ом ом озі	аксим <u>у</u> інімум наченн	ум I							-
1 2 3 4 5 6 7	Оптимі	зувати р	езульт	ат до	р () м () м () зі	аксиму інімум наченн	ум I Iя							
1 2 3 4 5 6 7 8	Оптимі Змінюн	зувати р очи комі	езульт ірки	ат до	Р О М О М О Зі ŞIŞ3:	аксиму іінімум наченн \$I\$6	ум і ія [						) [9	
1 2 3 4 5 6 7 8 9	Оптимі Змінюю	зувати р очи комі	езульт ірки	ат до	р — м • м • зі \$і\$3:	аксиму іінімум наченн \$I\$6	ум I						) (e	
1 2 3 4 5 6 7 8 9 0	Оптимі Змінюн Умови	зувати р очи комі <b>обмеже</b>	езульт ірки ення	ат до	2 O M O M O 31 ŞIŞ3:	аксим <u>у</u> іінімум наченн \$I\$6	ум I IЯ						) [@	
1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1	Оптимі Змінюк Умови Посил	зувати р очи комі <b>обмежє</b> тання на	езульт ірки <b>2ння</b> а комір	ат до	Р () М () М () Зн () (	аксим <u>у</u> інімум наченн \$I\$6 пераці	ум і ія	Зна	чення				) [@	
1 2 3 4 5 6 7 8 9 9 0 1 2 3	Оптимі Змінюк Умови Посил	зувати р очи комі <b>обмеж є</b> тання на	результ ірки <b>ення</b> а комір	ат до	<ul> <li>M</li> <li>M</li> <li>31</li> <li>\$1\$53:</li> <li>O</li> </ul>	аксим <u>і</u> іінімум наченн \$I\$6 пераці =	ум і ія	Зна	чення				) (•	
1 2 3 4 5 6 7 8 9 9 0 1 1 2 3 4	Оптимі Змінюн Умови Посил	зувати р очи комі обмеже іання на	результ ірки ання акомір	ку	<ul> <li>M</li> <li>M</li></ul>	аксим <u>і</u> іінімум наченн \$I\$6 пераці <=	ум ія	Зна	чення				) [@	
1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5	Оптимі Змінюн Умови Посил	зувати р очи комі обмеже іання на	результ ірки акомір	ку	2 M 0 M 31 5153: 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	аксиму іінімум наченн \$I\$6 пераці <=	ум IIII	Зна	чення					
1 2 3 4 5 6 7 8 9 9 0 1 2 3 4 5 5 6	Оптимі Змінюн Умови Посил	зувати р очи комі обмеже тання на	результ ірки ення в комір	ку	<ul> <li>M</li> <li>M</li></ul>	аксим <u>;</u> іінімум наченн \$I\$6 пераці <=	ум ія	Зна	чення					
1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5 6 7 7 6 7	Оптимі Змінюн Умови Посил	зувати р очи комі обмеже пання на	результ ірки ення а комір	ку	2 M 0 M 3 I 5 I 5 3: 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	аксиму іінімум наченн \$I\$6 пераці <= <=	ум ня (	Зна	чення					
1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5 6 7 7 8 0 0	Оптимі Змінюн Умови Посил	зувати р очи комі обмеже пання на	результ ірки эння а комір	ку	<ul> <li>M</li> <li>M</li> <li>M</li> <li>M</li> <li>SIS3:</li> <li>SIS3:</li> </ul>	аксиму іінімум наченн \$I\$6 пераці <=	ум ія	Зна	чення			2) ( 2) ( 2) (		
1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5 6 6 7 8 8 9 0 0	Оптимі Змінюн Умови Посил	зувати р очи комі обмеже пання на	результ ірки а комір	ку	2 M 0 M 3 I 5 I 5 3 : 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	аксиму іінімум наченн \$I\$6 пераці <= <=	ум і ія	Зна	чення		• • • • • • • • • • • • • • • • • • •			
1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 0 1 2 3 4 5 6 6 7 7 8 9 9 0 0	Оптимі Змінюн Умови Посил	зувати р очи комі обмежє тання на	результ ірки а комір	ку	>     M       >     M       >     31       \$1\$53:     \$1\$53:       >     \$       \$     \$       \$     \$       \$     \$       \$     \$       \$     \$       \$     \$       \$     \$       \$     \$       \$     \$       \$     \$       \$     \$       \$     \$	аксиму іінімум наченн \$I\$6 пераці <= <=	ум і ія	Зна	чення		9) (9) 9) (9) 9) (9)			
1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 0 1 2 2 3 4 5 6 7 8 9 9 0 1 2 2 3 4 5 6 7 8 9 9 0 0	Оптимі Змінюн Умови Посил	зувати р очи комі обмеже тання на	результ ірки э комір	ку	<ul> <li>M</li> <li>M</li> <li>31</li> <li>\$1\$3:</li> <li>\$1\$3:</li> <li>\$1\$</li> <li>\$2\$</li> <li>\$4\$</li> <li>\$2\$</li> <li>\$4\$</li> &lt;</ul>	аксиму іінімум наченн \$I\$6 пераці <= <=	ум і ія	Зна	чення					

Запустимо «*Розв'язувач*»; алгоритм покаже, як він шукає рішення (рис. 7.18).

2		2 0	Задат	и назву	<u>₹</u> .	Ubun	tu Cond	lei 🔹 10	•	ac	z <u>a</u> ab	a, <u>a</u>	- E
		•	ži Σ	= [									
I	A B	С	D	EF	GH	1 1	J	К	L		М	N	0
	1=a+b*A	G=Σ(L-L)*	= 2E+06	-1_2 -1_2	a+'b*A G=Σ a+°b*A	(min(L-1))*=	767953						
Г		а	= 21.9116			sa= 20							
T		b	= 105,836			*b= 90							
						•a= 25							
	_		-	-		•b= 120				-			
										S	olver Statu	50 - S.A.	
t				3									
t	Цільов	акомірн	ка		\$J\$1			Current	Solutio	n: 55	53818		
	Оптим	ізувати р	результ	ат до	Marci								
					Make	amyra		Iteration	1:				
+					О Мінім	<b>WM</b>							
+						_		Stagnati	ion:				
1					Эначе	ення							
								Runtime	s -	5,	11 Seconds		
	ЗМІНЮІ	ючи ком	прки		Пошу	крішенн	iя ©						
+	Умови	обмеж	ення		роцеспо		B'93KV.	Sto	op		OK	Con	tinue
+	Поси	anna n	a Kowin					all a			-		_
t	ПОСИ	Alanda H	aromip	NY		Fai	naan	ния					
t						( int	- M		9				
	-				3.0		-						
					<=	-			9	-			
-					30		-				-		
Ì	-				<=				9	1 H			

инараметри... Рис. 7.18. «DEPS Evolutionary Algorithm» демонструє, як він шукає рішення

Перший пошук, який зробив автор, дав «підозріле» рішення: **sb=100**. Ми вже знаємо, що «DEPS Evolutionary Algorithm» та «SCO Evolutionary Algorithm» змінюють початкові значення не більше, ніж в 4 рази; запустимо пошук повторно. Остаточне рішення показане на рис. 7.19, там також додано графік, що дозволяє візуалізувати таке рішення.

												Fro	gs!!!.ods ·
Файл	n 31	иіни	Перегля	д Вст	авк	аФ	орма	ат Сті	илі А	ркуш Да	ані Засоб	би Вікно	Довідка
	- E	- F	🔄 • 🏄	Задат	и наз	ву		<1	8	X 4	•	🤹 🥱 ·	· @ • [
A	OK					•		•	Ubunt	u Condei	▼ 10	•	
Q30			•	<u>κ</u> Σ	=								
	A	В	С	D	Е	F	G	н	1	J	К	L	
1	t=a	+b*A	G=Σ(L-~L)2=	2E+06		-5[=52 -8[=82	a+sb*A a+sb*A	G=Σ(mi	n(L-~L))²=	553768,69			
3			a=	21,9116				sa=	-2.5976				
4			b=	105.836				sb=	92.812				
5								Ba=	104,19				
6								<sup>∎</sup> b=	119,61				
7													
8	A	L	1	(L-1)2		A	L	-5L	-8L	(min (L-L))2			
9	4	245	445,25492	40102		4	245	368,651	582,63	15289,615			
10	3	263	339			-							
11	3	291	339	Ап	рокс	имаг	ція зв'	язку мі	жрозм	пром та ві	ком самици	ь озерних ж	a6
12	3	304	339	400			задо	помого	ЮДВО	(лінійних	залежносте	2N	
13	3	305	339	400	×	eN	пірич	ні дані					1
14	4	306	445 1	200		- MS	anono:	Minui	собици			×	
15	4	310	445			- 1010	ипороз		особия	- - IVI			
16	3	312	339 🗿 1	1000		np	ymiop	oomprin	00001	. X	2	X	*
17	3	313	339 -	800						X X	2	XX	
18	3	319	339 0						×	X	X	×	
19	5	320	551 =	600				×	X	X			
20	3	322	339 또	100				X	ð	- N	×		
21	3	324	339	400			/		-				
22	3	326	339 8	200	-	_	-	~	X	2.000			
23	4	326	445	-	-	-							
24	4	335	445	0			-		1			1	
25	4	339	445	200 0			2		4	6		8	10
26	4	342	445	200									
27	5	344	551						Вік (пов	них років)			
20		245											

Рис. 7.19. Це рішення виявилося оптимальним після низки запусків алгоритмів оптимізації з різними початковими значеннями

Графік, показаний на рис. 7.19 має одну суттєву відміну від аналогічного графіку на рис. 7.12: прямі, що відповідають отриманим лініям регресії, продовжені до нульового віку. Для цього у діапазон даних, за якими будується графік, додані ще три рядки, що не відповідають емпіричним даним (рис. 7.10).

												Frogs!	ll.ods
Файл	1 31	иіни	Перегля	д Вст	авка	Φ	орм	ат Сті	илі А	ркуш Да	ні Засоби	Вікно Д	овідка
	•		· 1	Задат <u>®</u>	и наз	By •		<b>∏</b> ??  [	Ubunt	or Conder	💼 - 🗳	;	a
012			•	£Ξ	=								
	A	В	С	D	E	F	G	н	1	J	К	L	
97	7	895	762,76239	17487		7	895	647,088	941,46	2158,3673			
98	7	901	762,76239	19110		7	901	647,088	941,46	1636,8685			
99	7	903	762,76239	19667		7	903	647,088	941,46	1479,0356			
100	10	931	1080,2699	22281		10	931	925,524	1300,3	29,98268			
101	8	934	868,59821	4277,39		8	934	739,9	1061,1	16146,402			
102	10	959	1080,2699	14706		10	959	925,524	1300,3	1120,6188			
103	8	979	868,59821	12189		8	979	739,9	1061,1	6735,2377			
104	7	990	762,76239	51637		7	990	647,088	941,46	2356,3033			
105	6	1026	656,92657	136215		6	1026	554,276	821,85	41678,052			
106	7	1042	762,76239	77974		7	1042	647,088	941,46	10108,647			
107	7	1055	762,76239	85403		7	1055	647,088	941,46	12891,733			
108	8	1211	868,59821	117239		8	1211	739,9	1061,1	22479,456			
109						0		-2,5976	104,19				
110	-					1		90,2146	223,8				-
111						2		183,027	343,41				
112													

Рис. 7.20. Рядки 109—111 містять точки, які дозволяють добудувати модельні криві для віків жаб, що не були представлені у досліджуваній вибірці

Таким чином, модель з двома лініями регресії побудована. Вона, безумовно, краще описує різноманіття емпіричних даних, ніж модель з однією лінією. Втім, можливо, наявні дані можна описати ще краще. Як – питання лишається відкритим...

# 8. Моделі на основі клітинних автоматів

### 8.1. Гра «Життя» Джона Конвея

Гра «Життя», що була створена Джоном Конвеем, стала варіантом реалізації ідей двох класиків кібернетики: Алана Тьюринга і Джона фон Неймана. Щоб зрозуміти значення цієї гри, потрібно пройти по основних віхах її передісторії.

Машина Тьюринга, запропонована в 1936 році, – це абстрактний виконавець, який реалізує певний алгоритм, переходячи з одного стану в інший. Ідея Тьюрінга полягала в тому, що керуючий пристрій, що здатний знаходитися в кінцевій кількості станів та виконує певні алгоритми, здатен забезпечити всі використовувані людством послідовності дій.

Фон Нейман намагався реалізувати ідею алгоритмічної машини Тьюринга за допомогою клітинного автомата. Клітинним автоматом називається регулярна структура з комірок, кожна з яких може знаходиться в одному з кінцевої кількості станів. Для роботи клітинного автомата потрібно задати його початковий стан і правила переходу комірок з одного стану в інший. До речі, LO Calc та інші електронні таблиці є прикладами клітинних автоматів.

Машина фон Неймана – це машина Тьюринга, що здатна відтворювати сама себе. У 1950 році фон Нейману вдалося реалізувати цю машину на просторі з 200 000 клітин, кожна з яких могла знаходитися у 29 станах. Правила переходу кожної клітини з одного стану в інший залежали від станів чотирьох сусідніх клітин. Після створення першої машини фон Неймана вдалося створити її значно простіші реалізації (що вимагають меншої кількості комірок і меншої кількості станів). Якоюсь мірою, спрощення машини фон Неймана стало однією з інтелектуальних вправ для кібернетиків. У розвиток цієї роботи й була створена описувана тут гра. Вона, звичайно, не реалізує машину фон Неймана, але є способом вивчення властивостей клітинних автоматів, що керовані простими правилами.

Математик Джон Конвей в 1970 році опублікував у журналі Scientific American (в рубриці «Математичні ігри», яку вів відомий популяризатор Мартін Гарднер) опис гри «Життя». Її правила надзвичайно прості (і цим, зокрема, визначається її привабливість).

Гра реалізується на площині, що складається з квадратних комірок. Кожна комірка має вісім сусідів (рахуючи тих, з якими вона стикається куточками). Кожна комірка може знаходиться у двох станах: «живому» (зайнятому, зазвичай показують чорним кольором) і «мертвому» (вільному, білому). Для запуску гри треба створити початкову конфігурацію («перше покоління»).

Кожне наступне покоління визначається попереднім з урахуванням двох правил:

– «мертва» клітина, що має трьох «живих» сусідів, стає «живою»;

– «жива» клітина, що має менше двох або більше трьох «живих» сусідів, стає «мертвою».

Обчислювати наступні покоління має сенс, поки на полі залишаються «живі» клітини або поки система не входить в цикл, повторюючи один зі своїх попередніх станів.

Вказаних правил досить для породження безлічі патернів (фігур), які демонструють складну поведінку. Багато конструкцій з клітин швидко деградують. Деякі виявляються стійкими (як, наприклад, квадрат з чотирьох сусідніх клітин). Існують «планери» («gliders») – патерни, здатні циклічно змінювати свою конфігурацію, необмежено переміщаючись по площині.

Спочатку Конвей припускав, що патерн, здатний забезпечувати необмежене продовження гри та нескінченне збільшення кількості живих клітин (природно, при використанні нескінченної площини для гри) в цій грі неможливий. Конвей не міг довести це твердження і запропонував премію за його доказ або спростування. Премію отримала група хакерів під керівництвом Білла Госпера: вони витратили півтора роки, намагаючись створити патерн, який відтворював би сам себе, породжуючи при цьому інші фігури. На жаргоні, що застосовується для опису гри «Життя», мова йде про створення «гармати», що стріляє «планерами».

«Планерна гармата Госпера» стала першим патерном, що здатний існувати необмежено довго і породжувати необмежену кількість «живих» клітин.

Звичайно, особливої необхідності реалізовувати гру «Життя» засобами LO Calc немає: існує безліч її хороших реалізацій. Наприклад, на цьому сайті<sup>27</sup> можна як випробувати будь-які свої початкові конфігурації, так і побачити безліч фігур, що мають свої назви, в тому числі – «гармату Госпера», «Gosper gun». Однак, оскільки для вирішення біологічних проблем може бути корисним використання клітинних автоматів, створених засобами LO Calc, принципи створення таких моделей ми обговоримо на прикладі гри «Життя» (рис. 8.1).



Рис. 8.1. «Планерна гармата Госпера» в реалізації гри Конвея «Життя», що виконана в LO Calc (на сайті це анімований gif, що почне рухатися після свого повного завантаження)

## 8.2. Реалізація гри «Життя» в LO Calc

Розглянемо приклад реалізації гри «Життя», виконаний в LO Calc. Його можна завантажити<sup>28</sup>, але краще зробити самостійно.

Зрозуміло, реалізувати в LO Calc гру «Життя» можна було багатьма різними способами. Більшість програмних засобів для реалізації цієї гри обходиться одним-єдиним полем. Комірки цього поля спочатку запам'ятовують початкову конфігурацію, а потім крок за кроком її перебудовують. Ці ж комірки демонструють користувачу свій стан завдяки змінам свого кольору.

Ми реалізуємо інший варіант: побудуємо чотири різні поля. Перше буде «екраном», що відбиватиме стан гри; друге слугуватиме для запису початкової конфігурації; третє та четверте по черзі будуть забезпечувати перебудову патерну, який створює гра (рис. 8.2). Крім того, що це рішення значно спрощує формули, що доводиться використовувати, його наслідком є те, що простішим стає аналіз, чому модель поводитися тим або іншим чином. На кожному етапі можна подивитися на початкову конфігурацію, що відбита на жовтому полі, та порівняти два послідовні кроки моделі (на синьому та червоному або, навпаки, червоному та синьому полях).

Перш за все, модель може працювати у двох режимах: задання початкової конфігурації та розвитку конфігурації, що існує. Перемикання цих режимів забезпечує перемикач, що розташовано у комірці X1 (рис. 8.3). Безпосередньо «*Перемикач*», що знаходиться у меню «*Елементи керування*», має дещо інші функції; в обговорюваній моделі застосовано «*Поле з відміткою*», де можна знімати та ставити «галочку», переходячи між двома режимами. Залежно від стану цього перемикача (ми будемо, все одно, називати його так) у надпису на червоному тлі змінюється позначення реалізованого режиму.

<sup>27</sup> www.michurin.net/online-tools/life-game.html

<sup>28</sup> batrachos.com/sites/default/files/pictures/Modelling/Life.ods



Рис. 8.2. Модель з «висоти пташиного польоту». Позначено використання чотирьох різних полів, що мають однакову конфігурацію та посилаються одне на одне

#### Завдання-головоломка № 1. Як зроблено так, що залежно від значення перемикача режимів змінюється значення поля на червоному тлі (J1)? Цією коміркою керує «Поле з відміткою», що розташовано в X1.

У режимі розвитку існуючої конфігурації слід, крок за кроком, перебудовувати червоне поле залежно від синього, а потім – синє залежно від червоного. Для цього слугує друге «*Поле з відміткою*», – перемикач полів. Він керує коміркою **AF1**. Таким чином, модель може перебувати в одному з трьох станів: завдання навчальної конфігурації, перебудови червоного поля та перебудови синього поля. Вибір, у якому стані перебуває модель, дозволяє перемикач фаз (**counter**), що розташовано у комірці **A1**. Формула, що задана в ньому, проста: =IF(J1="Задати нову початкову конфігурацію";0;IF(AF1="Червоний";1;2)). Ви ж розумієте, що двійні лапки маркують текстові значення комірок, на які дається посилання?



Комірки білого поля відбивають стан комірок жовтого поля у разі, якщо перемикач фаз перебуває у стані 0, стан комірок червоного поля у на фазі 1 та синього поля – на фазі 2. Наприклад, для комірки **B3** формула має такий вигляд: =IF(counter=0;B33;IF(counter=1;B93;B63)).

#### Завдання-головоломка № 2. Як зроблено так, що комірки білого поля ВЗ:ВQ30 (рис. 8.3) чисто білі у разі значення 0, та чисто чорні у разі значення 1?

Працювати з жовтим полем нескладно. Значення його комірок слід змінювати вручну, з 0 та 1 або навпаки. Умовне форматування зафарбовує нулі жовтим, а одиниці – зеленим (рис. 8.4).



Рис. 8.4. На жовтому полі можна задати початкову конфігурацію (перемикач фаз має перебувати у стані 0)

Синє та червоне поля є «близнюками» – кожне з них у режимі розвитку існуючої конфігурації по черзі перебудовується залежно від патерну на іншому полі. Розглянемо формулу комірки **С64**, яку показано на рис. 8.5:

#### =IF(counter=0;C34;IF(counter=1;C64;IF(counter=2;IF(C94=0;IF((B93+C93+D93+D94+D95+C95+B95+B9 4)=3;1;0);IF((B93+C93+D93+D94+D95+C95+B95+B94)>3;0;IF((B93+C93+D93+D94+D95+C95+B95+B94) <2;0;1)));C94)))

Щоб зрозуміти цю формулу, слід врахувати, що «відбиттям» комірки **С64** (на синьому полі) є комірка **С94** (на червоному полі). Комірки **В93**, **С93**, **D93**, **D94**, **D95**, **С95**, **В95** та **В94** є сусідами цієї комірки. Як ви пам'ятаєте, комірка залишиться «живою» лише у разі, якщо буде мати 3 «живих» сусіда.

								Life.ods - LibreOffice Calc														-																							
Файл	Змін	и	Перег	ляд	Вст	авка	t d	рори	ат	Ари	yш	Да	ні	Засс	би	Вікн	10	Дові	дка																										
		-	п.	- 1	×	F	a	a		,	-		-	Т		_			1	2	Ab	1.				-	-	1 :4	. :		:			4		3 6					6			-	1
		J '		•	1		9	<u>IQ</u>	9	6		U	·							*	~		==	==	-		-	1			:1	₩		G	H.€	r   c	36		-		l i è				
	- [	•		•		睛	8. I	$\mathbf{A}$		6			Libe	ratio	n Sar	IS	•	1	0	•	а	ć	я	a	6	а.	• 🗄	<u>ا</u> ،	•	<u>_</u>	=	1	₽		0	7	÷.	÷	\$	9	6	0.0	5	0.0	
					_																																-								
264			•	ƒ(×)	2	-	=	=If D9	(cou 4+D	inter 95+0	=0;C 295+	34;IF 895+	(coui B94)	nter= <2;0	:1;C6 ;1)));	4;IF( C94)	:ount )	er=2	;IF(C	94=(	);IF((	B93	+C93	3+D9	93+D	94+1	D95+	·C95·	+B95	6+B94	4)=3;1	;0);IF(	(B93+	C93+	D93+I	)94+	D95+	+C95	+B95+	B94)	>3;0;	IF((B	93+C9	93+D	)3+
1	В	D	E F	GH	Ι	JK	( L	М	NC	) P	QI	RS	Т	U V	W	X Y	Z	AAAI	3 AC	AD A	EAF	AG	AH A	AI AJ	AK		MAN	AO A	PAQ	AR	S AT		AWA	X AY A	ZBA	BBB	CBD	BE B	FBGB	H BI	BJ E	3K BL	BMB	BO	3P BQ
62																																													
63	0 0	0	0 0	0 0	0	0 0	0 (	0	0 0	0	0 (	0 0	0	0 0	0	00	0	00	0	0 0	0 0	0	0 0	0 0	0	00	0 0	0 (	0 0	0	0 0	0 0	0 0	0	0 0	0 0	0	0 0	0 0	0 0	0 (	0 0	0 0	0	00
65		0	0 0	0 0	0			0	00	0		0 0	0	, 0 , 0	0	00	0	00	0		0	0		00	0	00			0 0	0		00		0				0 0			0	0 0	0 0	0	0 0
66	0 0	Ō	0 0	0 0	õ	0 0	0	õ	0 0	0	0 (	0 0	0	0 0	õ	0 0	õ	0 0	Ő	0 0	0	õ	0 0	0 0	õ	0 0	0 0	0 (	0 0	0	0 0	0 0	0 0	0	0 0	0 0	o o	0 0	0 0	0	0 (	0 0	0 0	õ	0 0
67	0 0	0	0 0	0 0	0	0 0	0 (	0	0 0	0	0 (	0 0	0	0 0	0	0 0	0	0 0	0	0 0	0 (	0	0 0	0 0	0	0 0	0 (	0 (	0 0	0	0 0	0 0	0 0	0	0 0	0 0	0 (	0 0	0 0	0 (	0 (	bО	0 0	0	0 0
68	0 0	0	0 0	0 0	0	0 0	0 (	0	0 0	0	0 (	0 0	0	0 0	0	0 0	0	0 0	0	0 0	0 0	0	0 0	0 0	0	0 0	0 0	0 0	0 0	0	0 0	0 0	0 0	0	0 0	0 0	0	0 0	0 0	0 (	0 (	0 0	0 0	0	00
69 70	0 0	0	0 0	0 0	0	0 0		0	00	0	0 0	0 0	0	0 C 0 C	0	00	0	00	0	00	0 0	0	0 0	00	0	00	0 0	0 0	0 0	0		0 0	00			0 0		0 0			0 0	0 0	0 0	0	0 0
71	0 0	0	0 0	0 0	0	0 0	0	ō	0 0	0	0 0	0 0	0	5 0	0	00	õ	0 0	ō	0 0	0	õ	0 0	0 0	ō	0 0	0 0	0 0	50	0	0 0	0 0	0 0	0		0 0	0 0	0 0	0 0	0	0	0 0	0 0	0	0 0
72	0 0	0	0 0	0 0	0	0 0	0 (	0	0 0	0	0 (	0 0	0	0 0	0	0 0	0	0 0	0	0 0	0 (	0	0 0	0 0	0	0 0	0 (	0 (	0 0	0	0 0	0 0	1 0	0	0 0	0 0	0 (	0 0	0 0	0 (	0 (	0 0	0 0	0	0 0
73	0 0	0	0 0	0 0	0	0 0	0 (	0	0 0	0	0 (	0 0	0	0 0	0	0 0	0	0 0	0	0 0	0 (	0	0 0	0 0	0	0 0	0 (	0 (	0 0	0	0 0	1 0	1 0	0	0 0	0 0	) 0	0 0	0 0	0 (	0 (	рO	0 0	0	0 0
74	0 0	0	0 0	0 0	0	0 0	0 0	0	00	0	0 (	0 0	0	0 0	0	00	0	00	0	00	0 0	0	0 0	00	1	10	0 0	0 (	0 0	0	1 1	0 0	0 0	0	0 0	0 0	0	0 0	1 1	0	0 (	0 0	0 0	0	00
75	0 0	0	0 0	0 0	0	0 0		0	00	0		0 0	0	0 U 0 C	0	00	1	00	0		0 0	0		1 0	0	00		1 0	0 0	0	1 1	0 0	00			0 0		0 0	0.0		0	0 0	0 0	0	0 0
77	0 0	o	0 0	0 0	ŏ	0 0	0	ŏ	0 0	o	0 0	0 0	0	50	ŏ		1	0 0	ŏ	0 0	0	ŏ	0 1		ŏ	0 1	0	1 1		0	0 0	1 0	1 0	0		0 0	o o	0 0	0 0	0	0	0 0	0 0	ō	0 0
78	0 0	0	0 0	0 0	0	0 0	0 (	0	0 0	0	0 (	0 0	0	0 0	0	0 0	0	0 0	0	0 0	0 (	0	0 1	1 0	0	0 0	0 0	1 (	0 0	0	ס ס'	0 0	1 0	0	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0	0 (	0 (	0 0	0 0	0	0 0
79	0 0	0	0 0	0 0	0	0 0	0 (	0	0 0	0	0 (	0 0	0	0 0	0	0 0	0	0 0	0	0 0	0 (	0	0 0	0 1	0	0 0	1	0 (	0 0	0	0 0	0 0	0 0	0	0 0	0 0	0 (	0 0	0 (	0 (	0 (	οc	0 0	0	0 0
80	0 0	0	0 0	0 0	0	0 0	0 (	0	0 0	0	0 (	0 0	0	0 0	0	0 0	0	0 0	0	0 0	0 (	0	0 0	0 0	1	1 0	0 (	0 (	0 0	0	0 0	0 0	0 0	0	0 0	0 0	0 (	0 0	0 0	0 (	0 (	0 0	0 0	0	0 0
81	0 0	0	0 0	0 0	0	0 0	0 0	0	00	0	0 (	0 0	0	0 0	0	00	0	00	0	00	0 0	0	0 0	00	0	00	0 0	0 (	0 0	0	0 0	00	0 0	0	00	0 0	0	0 0	0 0	0 0	0 (	0 0	0 0	0	00
82		0	0 0	0 0	0			0	00	0		0 0	0	0 U 0 C	0	00	0	00	0		0	0		0 0	0	00			0 0	0		0 0						0 0			0	0 0	0 0	0	0 0
84	0 0	0	0 0	0 0	0	0 0	0	ō	00	0	0 0	0 0	0	50	0	00	0	00	0	00	0	õ	0 0	0 0	0	0 0	0 0	0 0	0 0	0		0 0	0 0	0		0 0	0 0	0 0	0 0	0	0	0 0	0 0	o	0 0
85	0 0	0	0 0	0 0	ō	0 0	0	ō	0 0	0	0 (	0 0	0	0 0	ō	0 0	ō	0 0	0	0 0	0	ō	0 0	0 0	ō	0 0	0 0	0 0	0 0	0	0 0	0 0	0 0	0	0 0	0 0	o o	0 0	0 0	0	0 (	0 0	0 0	0	0 0
86	0 0	0	0 0	0 0	0	0 0	0 (	0	0 0	0	0 (	0 0	0	0 0	0	0 0	0	0 0	0	0 0	0 (	0	0 0	0 0	0	0 0	0 (	0 (	0 0	0	0 0	0 0	0 0	0	0 0	0 0	0 (	0 0	0 0	0 (	0 (	οo	0 0	0	0 0
87	0 0	0	0 0	0 0	0	0 0	0 (	0	0 0	0	0 (	0 0	0	0 0	0	0 0	0	0 0	0	0 0	0 (	0	0 0	0 0	0	0 0	0 (	0 (	0 0	0	0 0	0 0	0 0	0	0 0	0 0	) 0	0 0	0 0	0 (	0 (	0 C	0 0	0	0 0
88	0 0	0	0 0	0 0	0	0 0	0 0	0	0 0	0	0 0	0 0	0	0 0	0	0 0	0	0 0	0	0 0	0 0	0	0 0	0 0	0	0 0	0 0	0 0	0 0	0	0 0	0 0	0 0	0	0 0	0 0	0	0 0	0 0	0 0	0 (	0 0	0 0	0	0 0
89	0 0	0	0 0	0 0	0	0 0		0	0 0	0	0 0	0 0	0	0 0	0	00	0	0 0	0	0 0	0	0	0 0	0 0	0	0 0	0 0	0 0	0 0	0		0 0	0 0	0		0 0		0 0			0 0	0 0	0 0	0	0 0
50	0 0	0	0 0	0 0	U	0 0	, 0	0	0 0	0		0			0	0 0	0		<i>c</i>	0 0	, 0	0	0 (		0	0 0	, 0	0 (			0 0	0 0		5	2	0 0	0	0 0	0 (	, 0	0 1	, 0	0 0	J	5 0

Рис. 8.5. Синє поле перебудовується, коли перемикач фаз має значення 2

Комірка В63 має дещо іншу формулу:

=IF(counter=0;B33;IF(counter=1;B63;IF(counter=2;IF(B93=0;IF((BQ120+B120+C120+C93+C94+B94+BQ 94+BQ93)=3;1;0);IF((BQ120+B120+C120+C93+C94+B94+BQ94+BQ93)>3;0;IF((BQ120+B120+C120+C93 +C94+B94+BQ94+BQ93)<2;0;1)));B93)))

Це пов'язано з тим, що поле гри «Життя» є безкінечним. З коміркою **B93**, що розташована у куті, межує комірка **BQ120**, розташована у протилежному куті, а також **BQ93**, розташована з іншого боку по горизонталі, та **B120**, розташована з іншого боку по вертикалі – впевніться в цьому самі за допомогою рис. 8.6!



Рис. 8.6. Червоне поле перебудовується, коли перемикач фаз має значення 1

Таким чином, користування моделлю є нескладним. Перемикаєте режим, щоб задати нову конфігурацію; знову перемикаєте режим та починаєте «клацати» перемикачем, що обирає змінювані поля. Крок за кроком спостерігаєте зміни «Життя»...

...і не забудьте знайти відповіді на завдання-головоломки!

### Позначення, що використовуються у моделях даного курсу

У популяційно-екологічних моделях, які створюються в даному курсі, використовуються перераховані далі позначення. Ті літери латинського алфавіту, які використовуються в наведеному списку позначень, виділені кольором: A a B b C c D d E e F f G g H h I i J j K k L l M m N n O o P p Q q R r S s T t U u V v W w X x Y y Z z. Як можете побачити, невикористаних літер лишилося небагато...

У багатьох моделях даного курсу кроки перебудови модельної популяції протягом одного циклу позначаються за допомогою грецьких літер. Наприклад, зміни, що відбуваються з чисельністю певної групи особин на циклі **t** можна представити таким чином: <sup>a</sup>tn<sup>g</sup><sub>a</sub> → <sup>β</sup>tn<sup>g</sup><sub>a</sub> → <sup>v</sup>tn<sup>g</sup><sub>a</sub> → <sup>ø</sup>tn<sup>g</sup><sub>a</sub> → <sup>∞</sup>tn<sup>g</sup><sub>a</sub>. В даному випадку **n** — чисельність певної групи; **a** — та інші грецькі літери — кроки перебудови всередині циклу; **t** — цикл; **g** — генотип або інша характеристика, за якою виділяється дана група особин; **a** — вік представників даної групи особин.

У багатьох випадках заголовна літера символізує характеристику всієї модельної популяції, а та ж рядкова аналогічну характеристику якоїсь групи. Так, **о**<sup>f</sup><sub>3</sub> — плодючість самок-трьохрічок генотипу **f**, **о**<sup>F</sup><sub>3</sub> — плодючість будь-яких самок-трьохрічок (якщо вона однакова для представників різних генотипів), а **O** — загальна кількість нащадків у всій модельній популяції. Втім, іноді заголовна і рядкова букви позначають різні характеристики. Так, **P** — кількість пар, а **p** — ймовірність.

Щоб запропоновані тут позначення було простіше запам'ятовувати, вони у більшості випадків пов'язуються з якимось англійським словом. Деякі з наведених тут позначень використовуються при моделюванні геміклональних популяційних систем (ГПС) гібридогенного комплексу зелених жаб (*Pelophylax esculentus* complex).

A — *age* — вік. Прописна літера використовується у рівняннях лінійного зростання особини: ~L = a + b\*A; a і b в таких випадках — коефіцієнти лінійного рівняння.

**а** — *аде* — вік.

**n**<sup>g</sup><sub>a</sub> — чисельність представників **g**-того генотипу та **a**-того віку.

<sup>mat</sup>a<sup>f</sup>— вік початку участі у розмноженні самиць **g**-того жіночого генотипу.

<sup>mat</sup>a<sup>m</sup> — вік початку участі у розмноженні самців **m**-того чоловічого генотипу.

<sup>тах</sup>а<sup>9</sup> — максимальна тривалість життя особин **g**-того генотипу.

**B**— *big*— в рівняннях зростання особини позначення для стратегії крупнорозмірності: "<sup>B</sup>L = <sup>B</sup>a + <sup>B</sup>b\*A.

**b** — *breed* — плодючість самиць, кількість потомства, яку самка може принести за один цикл розмноження.

**b**<sup>f</sup>3 — плодючість самиць-трьохрічок.

**с** — *competitiveness* — відносна конкурентоспроможність. Відносна конкурентоспроможність **с**<sup>9</sup> задається замість конкурентоспроможності **с**'9, оскільки **с**'9 залежить від складу усіх особин в оселищі.

<sup>max</sup>c' — максимальна конкурентоспроможність, конкурентоспроможність тієї групи особин, для якої ймовірність вижити в ході етапу конкурентного скорочення є максимальною.

с<sup>9</sup>а — відносна конкурентоспроможність, відношення ймовірності особини **g**-того генотипу та а-того віку пережити конкурентне скорочення чисельності до такої ймовірності для найбільш конкурентоспроможних особин: с<sup>9</sup>а−с<sup>1</sup>9а/<sup>max</sup>c<sup>1</sup>.

**с'<sup>9</sup>а** — конкурентоспроможність, ймовірність особини **д**-того генотипу та **а**-того віку лишитися живою після конкурентного скорочення чисельності.

D - demand — потреба в ресурсах усієї сукупності особин в моделі.  $D = \Sigma(n^{g}_{a} \times d^{g}_{a})$ .

d<sup>9</sup>a — потреба в ресурсах особин **g**-того генотипу та **a**-того віку.

E — *esculentus* — в моделях, що описують популяційні системи зелених жаб — наявність *Pelophylax esculentus* в геміклональній популяційній системі (ГПС).

Д.А. Шабанов. Підручник за курсом «Імітаційне моделювання надорганізмових систем (з використанням LibreOffice Calc)» 71

E — *explanation* — в описі структури моделі — інформаційне поле з назвою моделі та необхідними поясненнями.

e — *effectiveness* — коефіцієнт ймовірності розмноження самців. Здається замість власне ймовірності розмноження самців, e<sup>'m</sup>a, яка залежить від складу усіх самців в оселищі.

<sup>max</sup>e' — максимальна ймовірність розмноження, характерна для найбільш успішної в цьому відношенні групи самців.

e<sup>m</sup>a — коефіцієнт ймовірності розмноження самиць **m**-того чоловічого генотипу та **a**-того віку; відношення ймовірності розмноження цих самців до такої ймовірності для тих самців, у яких вона є максимальною: e<sup>m</sup>a = e<sup>im</sup>a / maxe<sup>i</sup>.

F — *females* — загальна чисельність статевозрілих самиць.

**f**— *female*— певний жіночий генотип.

**G** — *дар* — невідповідність між модельною апроксимацією та емпіричними даними.

**g** — *genotype* — певний генотип.

H— hermaphrodites— загальна чисельність гермафродитів.

h — hermaphrodite — певний гермафродитний генотип.

I — invariant — в описі структури моделі — інваріантна частина моделі.

i — inbound — кількість особин, що прибуває у певне оселище, іммігрантів.

<sub>и</sub>і<sup>д</sup> — кількість іммігрантів **д-**того генотипу та **а**-того віку, що прибувають на **t**-тому циклі.

**ј** — кількість категорій ресурсів у моделі.

<sup>ј</sup>р<sup>д</sup> — ймовірність споживання одиниці ресурсу **ј-**тої категорії **д**-тою особиною (або особиною **д**-того генотипу).

К — місткість середовища, кількість особин, які можуть виживати у даному оселищі.

**k**— загальна кількість генотипів, що розглядаються у моделі.

L— *length*— в моделях, що описують зростання окремих особин — довжина тіла. З тильдою — розрахована довжина тіла, яку слід очікувати на підставі певного рівняння індивідуального росту: **"L = a + b\*A**.

L— lessonae— в моделях, що описують популяційні системи зелених жаб— геном Pelophylax lessonae; наявність Pelophylax lessonae в геміклональній популяційній системі (ГПС).

l — *loveliness* — коефіцієнт ймовірності розмноження самиць. Здається замість власне ймовірності розмноження самиць, l'<sup>f</sup><sub>a</sub>, яка залежить від складу усіх самиць в оселищі.

maxl' — максимальна ймовірність розмноження, характерна для найбільш успішної в цьому відношенні групи самиць.

l<sup>f</sup>a — коефіцієнт ймовірності розмноження самиць f-того жіночого генотипу та a-того віку; відношення ймовірності розмноження цих самиць до такої ймовірності для тих самиць, у яких вона є максимальною: l<sup>f</sup>a = l'fa/ maxl'.

**М** — *males* — загальна чисельність статевозрілих самців.

**m** — *male* — певний чоловічій генотип.

N — *пиmber* — загальна чисельність особин в оселищі. Якщо на різних етапах циклу моделі чисельність змінюється, для її позначення на різних етапах використовуються грецькі літери: <sup>α</sup>N → <sup>β</sup>N → <sup>v</sup>N → <sup>δ</sup>N → <sup>ε</sup>N → … → <sup>ω</sup>N. При цьому <sup>α</sup>N = Σ(<sup>α</sup>n<sup>g</sup><sub>a</sub>) тощо n — *пиmber* — чисельність певної групи. n<sup>g</sup><sub>a</sub> — чисельність групи особин **g**-того генотипу та **a**-того віку. n<sup>F</sup><sub>2</sub> — чисельність самиць-двохрічок. Якщо на різних етапах циклу моделі чисельність групи змінюється, для її позначення на різних етапах використовуються грецькі літери: ang → βng → vng → čng → čng → čng → … → ang.

**О**— offspring— загальна кількість потомства за цикл розмноження.

**О<sup>9</sup>**— кількість потомків **д**-того генотипу.

**о**— *offspring*— частка потомків певного генотипу у певних пар батьків.

o<sup>g</sup>(f<sup>f</sup>,m<sup>m</sup>) — частка потомків **g**-того генотипу у самиці f-того жіночого генотипу и самця **m**-того чоловічого генотипу.

**Р** — *pairs* — кількість пар.

**р** — *probability* — ймовірність.

<sup>1</sup>p<sup>1-3</sup> — кумулятивна ймовірність споживання одиниці ресурсу 1-тої категорії особинами (або групами особин) від 1-ої до 3-ої.

**q** — *qouta* — відносна ймовірність. Співвідношення відносних ймовірностей споживання певної одиниці ресурсу пропорційно співвідношенню ймовірностей такого споживання: <sup>j</sup>**p**<sup>g</sup>=<sup>j</sup>**q**<sup>g</sup>/Σ(<sup>j</sup>**q**<sup>g</sup>).

**R** — *ridibundus* — в моделях, що описують популяційні системи зелених жаб — геном *Pelophylax ridibundus*; наявність *Pelophylax ridibundus* в геміклональній популяційній системі (ГПС).

r — reproduction — мальтузіанський параметр, біотичний потенціал.

S— *small*— в рівняннях зростання особини позначення для стратегії малорозмірності: "<sup>s</sup>L = <sup>s</sup>a + <sup>s</sup>b\*A.

s— survival— виживаність. Показник, що описує неконкурентну смертність.

s<sup>g</sup>a — частка особин **g**-того генотипу **a**-того віку, яка в умовах відсутності конкурентної смертності доживає до наступного циклу моделювання.

T — *treason* — кількість самиць, яких за один цикл розмноження може запліднити один самець.

**t**— *time*— час; номер циклу моделі.

°<sub>t</sub>п⁰₃ — початкова чисельність представників **д**-того генотипу а-того віку на **t**-тому циклі роботи моделі.

 $U - use - кількість ресурсу, що витрачається на певному циклі усіма особинами в моделі. <math>U = \Sigma (n_a^g \times u_a^g)$ .

u<sup>g</sup>, — кількість ресурсу, що витрачається особинами **g**-того генотипу та **a**-того віку.

V— volume— загальна кількість ресурсів, що є доступною для модельної популяції.

V — *variable* — в описі структури моделі — варіативна частина моделі, яка містить припущення, що перевіряються у ході моделювання.

**W**— *way*— спосіб, сценарій скорочення чисельності певної сукупності особин під час конкурентного скорочення.

W — в описі структури моделі — система перетворень, що забезпечує перехід від вхідних до вихідних параметрів: W(X)=Y.

**w** — *wad* — частка ікринок у кладці, яку здатний запліднити самець.

**w**<sup>m</sup><sub>а</sub> — запліднювальна здатність самця **m**-того чоловічого генотипу а-того віку.

Х— позначення жіночої статевої хромосоми та геному, що несе таку хромосому.

<sup>х</sup>**R** — геном *Pelophylax ridibundus* з жіночої статевою хромосомою.

Х— в описі структури моделі — вхідні параметри.
- х кількість жіночих генотипів, що розглядаються у моделі.
- Y— позначення чоловічої статевої хромосоми та геному, що несе таку хромосому.
  - <sup>ч</sup>L геном *Pelophylax lessonae* з чоловічою статевою хромосомою.
- **Y** в описі структури моделі вихідні параметри.
- у кількість чоловічих генотипів, що розглядаються у моделі.